التمرين الأول:

في كل التمرين الرمز e يشير إلى العدد الحقيقي e حيث $\ln e = 1$

الجزء الأول: دراسة دالة مساعدة

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = -2\ln x - ex + 1$

1) أحسب نهايتي الدالة g عند 0 من اليمين وعند $+\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ وشكل جدول تغيرات الدالة g.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.66 < \alpha < 0.67$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : دراسة الدالة f

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{ex + \ln x}{x^2}$

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

2) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ؟

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) بين أنَ : $f(\alpha) = \dfrac{1+e\alpha}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) أحسب $f(1), f(3), f(4)$ بالتقريب إلى 10^{-2} ثم أرسم $(\mathcal{C}_f)$.

التمرين الثاني:

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x - 2\ln(x) - 1$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3.51;3.52[$

الجزء الثاني:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ : $\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x\ln(x); x \in]0;+\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0.
2. هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 0 ؟ فسر النتيجة هندسيا .
3. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

4. أحسب عبارة $f'(x)$ ، $f''(x)$ ثم أدرس اشارة $f''(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f '.
5. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيرات الدالة f.
6. بين أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة انعطاف I . يطلب تعيين إحداثييهاثم أكتب معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة I.
7. حل المعادلة $f(x)=x$ ثم استنتج نقاط تقاطع المنحني $(\mathcal{C}_f)$ مع المنصف الأول .
8. أرسم (T) و $(\mathcal{C}_f)$.
9. أرسم المنحني $(\mathcal{C}_h)$ الممثل للدالة h حيث $h(x)=f(-x)$ باستعمال المنحني $(\mathcal{C}_f)$.

التمرين الثالث:

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2-1-2\ln x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1-(\ln x)^2}{x}$

نسمي (C_f)المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2) برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثمّ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=\dfrac{g(x)+(\ln x)^2}{x^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أ) بين أنّ المستقيم (Δ)ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f)عند $+\infty$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f)بالنسبة إلى (Δ).

5) أ) بين أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.34<\alpha<0.35$.

ب)أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) أرسم (T)، (Δ) و (C_f).

6) من أجل كل عدد حقيقي x نضع : $h(x)=|x|+\dfrac{1-(\ln|x|)^2}{|x|}$

أ) بين أنّ الدالة h زوجية .

ب)إشرح كيفية رسم المنحني (C_h)إعتمادا على المنحني (C_f)ثمّ أرسم (C_h).