الثانويات : عيسى زريمش (حمام دباغ) ـ هواري بومدين — يوم : 04 /12 / 2017

غجاتي علاوة (الركنية) – حدادي عبد الله(هيليوبوليس) — المدة : ساعتان و نصف

شعلال مسعود(قالمة) — المستوى : 3 تر

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقط) :

لكل سؤال ثلاث إجابات ، إجابة واحدة منها صحيحة ، المطلوب : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة جـ
01	(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e^3$ و $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $v_n = \ln(u_n) - 2$ المتتالية (v_n) :	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
02	الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ تقبل محور تناظر معادلته :	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$
03	إذا كانت عبارة مشتقة دالة f على $\mathbb{R}$ هي: $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ وكان: $h(x) = f(3x)$ فإن:	$h'(x) = \frac{1}{x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
04	f حلا في $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية: $y' + 6y - 2 = 0$ و (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس ، المنحنى (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا معادلته :	$y = -\frac{1}{3}$	$y = \frac{1}{3}$	$y = -\frac{1}{2}$

التمرين الثاني (06 نقاط):

I) f دالة معرّفة على $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ بـ : $f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل (الوثيقة المرفقة) .

1 / بقراءة بيانية : شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2 / g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) برهن أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

جـ) أدرس اتجاه تغير الدالة g و أنشئ جدول تغيراتها .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $k(x)=-|x|+1+e^{\frac{1}{x+1}}$
(C_k) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

1 / أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

2 / أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3 / أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k) . (الإنشاء على الوثيقة المرفقة تعاد مع ورقة الاجابة)

التمرين الثالث (09 نقاط):

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2\ln x$.

1 / ادرس تغيرات الدالة g .

2 / بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $0.75\prec\beta\prec 0.76$.ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 / أ* أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب * بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2/ أ * أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$.

ب *استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3/ أ * بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له .

ب *ارسم المستقيمين (Δ)و (T)والمنحنى (C_f).

4/ m عدد حقيقي ، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $-mx+2+2\ln x=0$ ...(E) حلّين مختلفين موجبين .

III) α عدد حقيقي موجب تماما .نعتبر الدالة f_α المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f_\alpha(x)=1-x+\frac{\alpha}{x}(1+\ln x)$.

نسمي (C_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 / أثبت أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثييها .

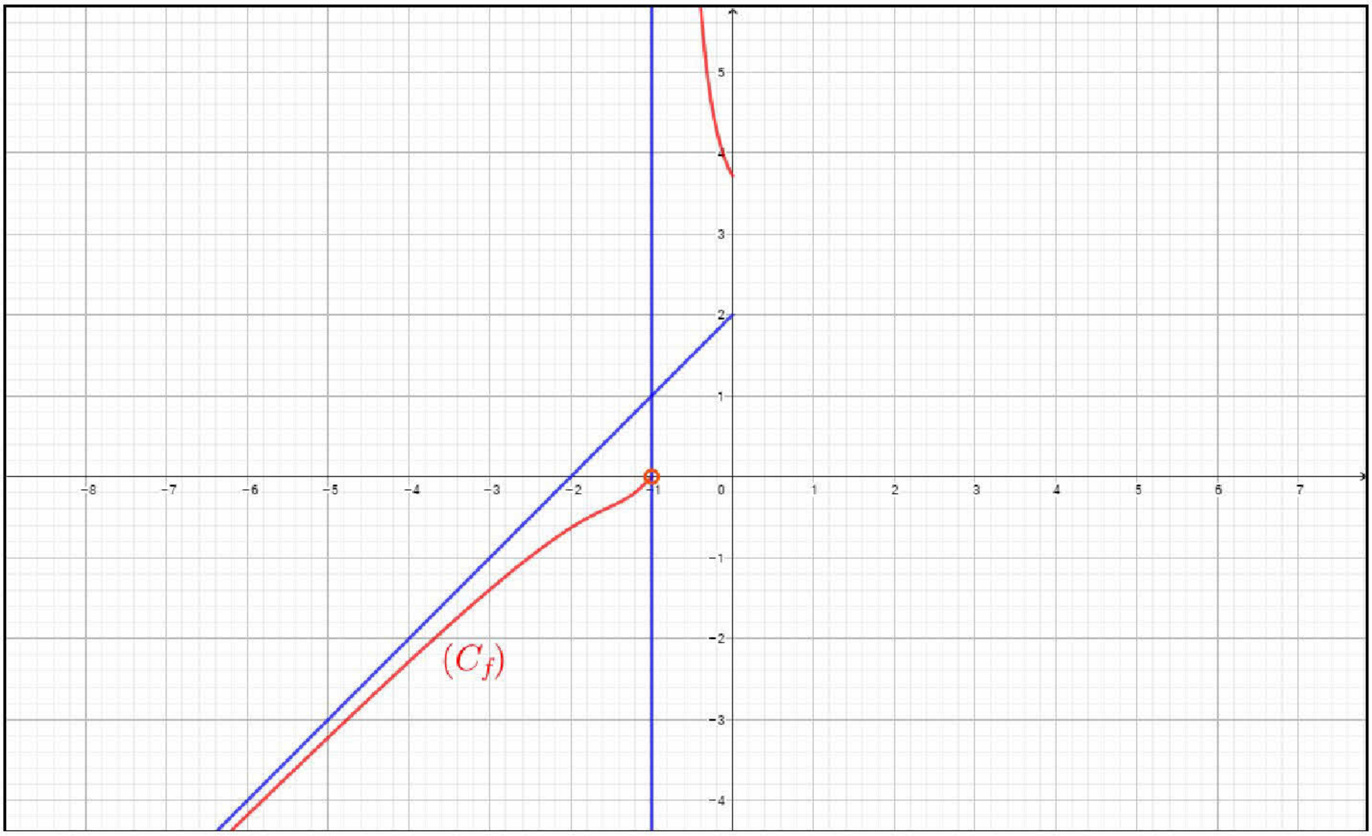
2 / نعتبر النقط $A\left(-2;\frac{4}{\alpha}\right)$، $B\left(1;\frac{2\ln\alpha}{\alpha}\right)$ و $C(-2\alpha;2\alpha-2)$ ولتكن G_α مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$.

أ*عين بدلالة α إحداثيي النقطة G_α.

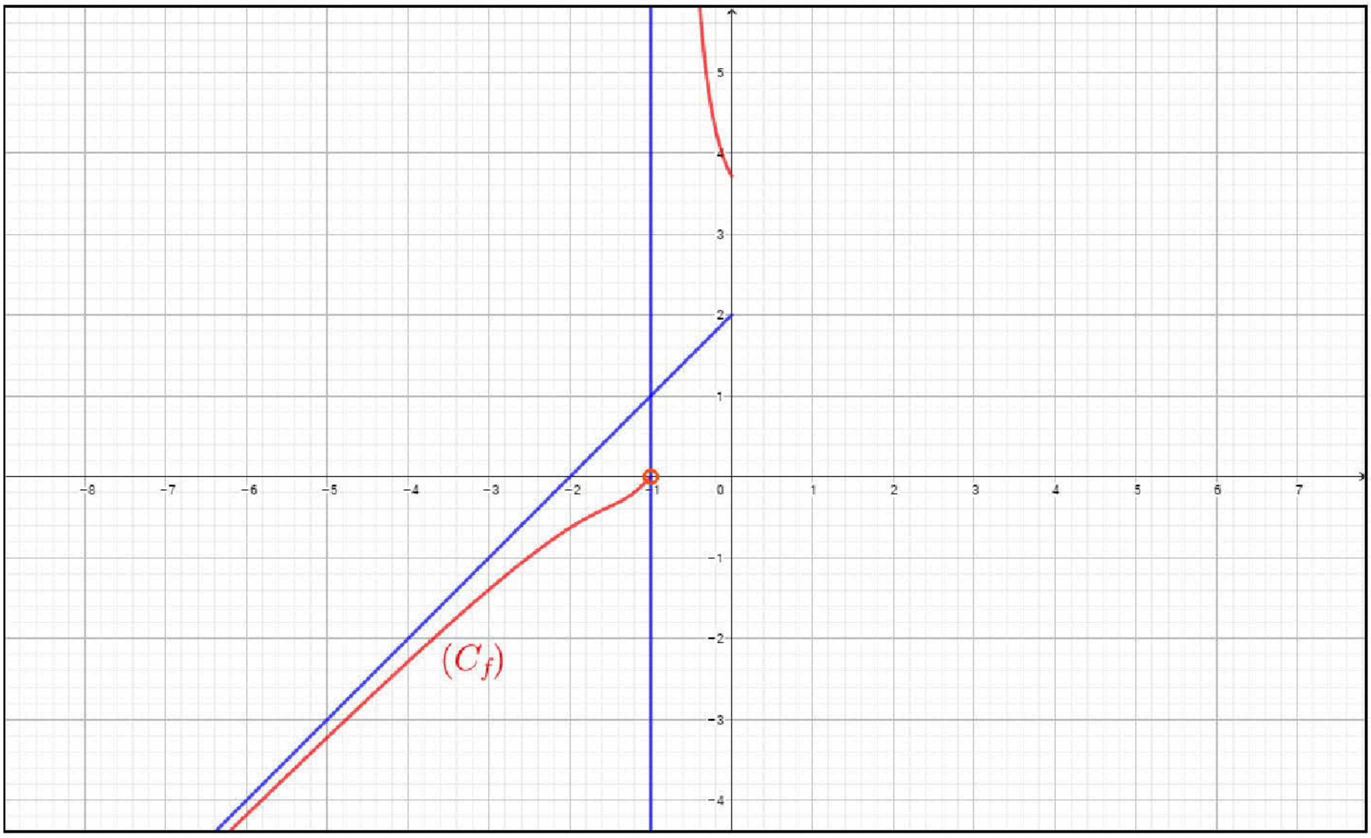
ب*استنتج مجموعة النقط G_αعندما يمسح العدد α المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

بالتوفيق

الوثيقة المرفقة: الإسم و اللقب : .... القسم : ....



الوثيقة المرفقة: الإسم و اللقب : .... القسم : ....



الثانويات : هواري بومدين غجاتي علاوة – عيسى زريمش شعلال مسعود – حدادي عبد الله	تصحيح اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات	2017 - 2018 المستوى :3 تقني رياضي

التمرين الأول:

سؤال1	سؤال2	سؤال3	سؤال4
أ	أ	جـ	ب

التبرير:

1) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) - 2 = \ln\left(e\sqrt{u_n}\right) - 2$$

$$= \ln e + \ln\sqrt{u_n} - 2 = -1 + \frac{1}{2}\ln u_n = \frac{1}{2}(\ln u_n - 2) = \frac{1}{2}v_n$$

2) من أجل كل عدد حقيقي x حيث $(1+x) \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن: $(1-x) \in \mathbb{R} - \{1\}$ ،

نبين أن : $f(1+x) = f(1-x)$

$$f(1-x) = (1-x)^2 + 2(1-x) - \ln(1-x-1)^2$$

$$= 1 - 2x + x^2 - 2 + 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$f(1+x) = (1+x)^2 - 2(1+x) - \ln(1+x-1)^2$$

$$= 1 + 2x + x^2 - 2 - 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر لــ (C_f)

3) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$$h'(x) = \left[f(3x)\right]' = 3f'(3x)$$

$$= 3\left(\frac{1}{(3x)^2+3}\right) = \frac{3}{9x^2+3} = \frac{1}{3x^2+1}$$

4) لدينا : $y' + 6y - 2 = 0$ تكافئ : $y' = -6y + 2$

حلول المعادلة التفاضلية : $y' = -6y + 2$ في $\mathbb{R}$ هي الدوال y

حيث: $y = ce^{-6x} + \frac{1}{3}$ مع c ثابت حقيقي.

لدينا : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} ce^{-6x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

التمرين الثاني:

(I $f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$ ، $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$

1 / تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-1		0
$f'(x)$		$+$	||	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0 || $+\infty$	↘	$e+1$

2 / $g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$ ، $D_g = [0; +\infty[$

أ) حساب نهاية g عند $+\infty$:

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty}\left(-x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}\right) = -\infty$$

ب) إثبات أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ و تعيين معادلة له :

لدينا : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty}\left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{x}\right) = -1$

و $\lim\limits_{x \to +\infty}(g(x) + x) = \lim\limits_{x \to +\infty}\left(1 + e^{\frac{1}{x+1}}\right) = 2$ ومنه (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y = -x + 2$.

جـ) دراسة اتجاه تغير الدالة g :

g تقبل الاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ و دالتها المشتقة g'

حيث $g'(x) = -\left(1 + \frac{1}{(x+1)^2}e^{\frac{1}{x+1}}\right)$

إذن من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g'(x) < 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$1+e$	↘	$-\infty$

(II $k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$ ، $D_k = \mathbb{R} - \{-1\}$.

1 / أ) حساب $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ >}} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ <}} \frac{k(h) - k(0)}{h}$:

$$\lim_{\substack{h \to 0 \\ >}} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{\substack{h \to 0 \\ >}} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h}$$

$$= \lim_{\substack{h \to 0 \\ >}}\left(-1 + \frac{e^{\frac{-h}{h+1}} - 1}{\frac{-h}{h+1}} \times \frac{-e}{h+1}\right) = -1 - e$$

$$\lim_{\substack{< \\ h\to 0}} \frac{k(h)-k(0)}{h} = \lim_{\substack{< \\ h\to 0}} \frac{h+1+e^{\frac{1}{h+1}}-1-e}{h}$$

$$= \lim_{\substack{< \\ h\to 0}} \left(1 + \frac{e^{\frac{-h}{h+1}}-1}{\frac{-h}{h+1}} \times \frac{-e}{h+1} \right) = 1-e$$

الاستنتاج :

لدينا : $\lim_{\substack{< \\ h\to 0}} \frac{k(h)-k(0)}{h} \neq \lim_{\substack{> \\ h\to 0}} \frac{k(h)-k(0)}{h}$ إذن

الدالة k لا تقبل الاشتقاق عند 0 .

ب) التفسير الهندسي :

بما أن الدالة k قابلة للإشتقاق عند 0 من اليمين ومن اليسار فإن منحنى الدالة k يقبل نصفي مماسين عند النقطة التي فاصلتها 0 ومنه النقطة $A(0;e+1)$ هي نقطة زاوية .

2 / كتابة معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$:

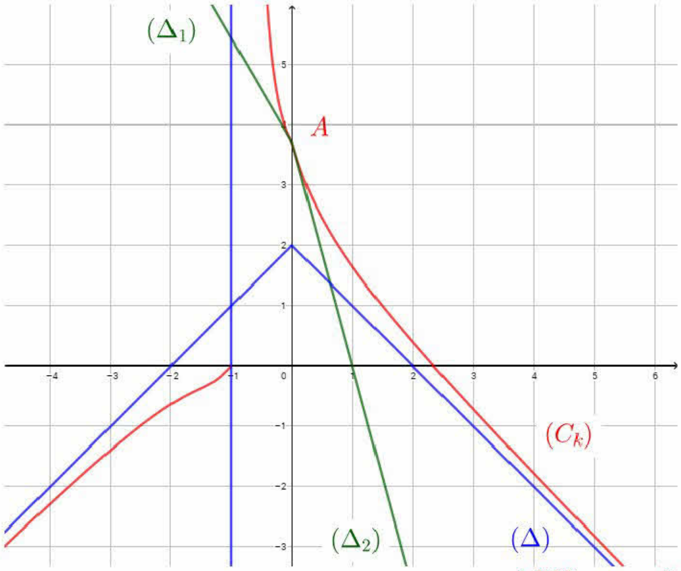
$$(\Delta_1): y=(1-e)x+e+1 \quad ; \quad x\le 0$$

$$(\Delta_2): y=(-1-e)x+e+1 \quad ; \quad x\ge 0$$

3 / رسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k) :

لدينا $\begin{cases} k(x)=f(x) & ; \quad x\in]-\infty;-1[\cup]-1;0] \\ k(x)=g(x) & ; \quad x\in [0;+\infty[\end{cases}$

ومنه (C_k)ينطبق على (C_f) على المجالين $]-1;0]$ ، $]-\infty;-1[$ و (C_k)ينطبق على (C_g) على المجال $[0;+\infty[$.



التمرين الثالث:

g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2\ln x$

1/ دراسة تغيرات الدالة g :

* $\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

* g قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و : $g'(x)=2x+\frac{2}{x}\succ 0$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

***جدول التغيرات:**

x	$0 \qquad +\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

2 /تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّوحيدا β حيث $0.75<\beta<0.76$:

* g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ فهي مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]0.75;0.76[$ و $g(0.75)\simeq -0.013$ و $g(0.76)\simeq 0.029$ إذن $g(0.75)\times g(0.76)<0$ ومنه و حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $0.75<\beta<0.76$

3 / إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$:

x	$0 \qquad \beta \qquad +\infty$
$g(x)$	$- \quad 0 \quad +$

II) $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$ ، $D_f=]0;+\infty[$

1 / حساب نهايتي f عند 0 و $+\infty$:

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$$

ب* نبين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته $y=-x+1$ عند $+\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{2}{x}(1+\ln x)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{2}{x}+\frac{\ln x}{x}\right]=0$$

*** دراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ):**

لدينا $\left[f(x)-(-x+1)\right]=\frac{2}{x}(1+\ln x)$ و منه إشارة الفرق هي من إشارة $(1+\ln x)$ و هي :

x	$0 \qquad \frac{1}{e} \qquad +\infty$
$1+\ln x$	$- \quad 0 \quad +$

إذن (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ وتحت (Δ) على المجال $\left]0;\frac{1}{e}\right[$ و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $\left(\frac{1}{e};\frac{-1+e}{e}\right)$.

2 / أ*اثبات انه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

الدالة f قابلة الاشتقاق على D_f و دالتها المشتقة f' حيث :

$$f'(x)=-1+\left[\frac{-2}{x^2}(1+\ln x)+\frac{2}{x}\cdot\frac{1}{x}\right]$$

$$=-1-\frac{2}{x^2}-\frac{\ln x}{x^2}+\frac{2}{x^2}=-\frac{(x^2+2\ln x)}{x^2}=\frac{-g(x)}{x^2}$$

ب / استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

من أجل كل x من D_f لدينا : إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$ وهي :

x	0 β $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$

*** جدول تغيرات الدالة f :**

x	0	β	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\beta)$	↘ $-\infty$

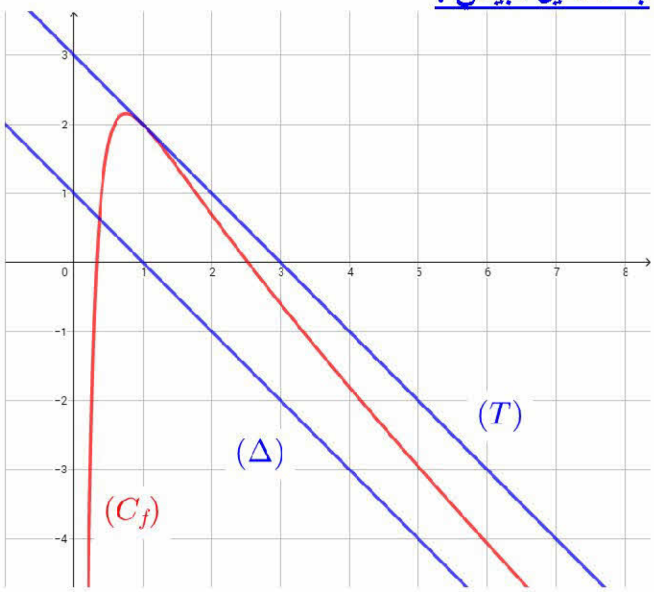
3 / أ * نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) :

نحل المعادلة $f'(x)=-1$ معناه $\frac{-g(x)}{x^2}=-1$

معناه : $x^2+2\ln x=x^2$ ومنه : $\ln x=0$ ومنه $x=1$.

إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x=1$ معادلته : $y=-x+3$

ب*التمثيل البياني :



4/تعيين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $(E): -mx+2+2\ln x=0$ حلين مختلفين موجبين :

$-mx+2+2\ln x=0$ يكافئ $m=\frac{2}{x}(1+\ln x)$

أي أن $m=f(x)-1+x$ معناه $f(x)=-x+m+1$

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة : $y=-x+m+1$ الموازية لـ(T) و(Δ) ومنه نجد :

المعادلة (E) تقبل حلين متمايزين موجبين تماما : من أجل $m+1\in]1;3[$ أي $m\in]0;2[$.

(III α عدد حقيقي موجب تماما .نعتبر الدالة f_α المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f_\alpha(x)=1-x+\frac{\alpha}{x}(1+\ln x)$

1/إثبات أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة :

$y=f_\alpha(x)$ معناه $y=1-x+\frac{\alpha}{x}(1+\ln x)$

معناه $(y-1+x)-\alpha\left(\frac{1+\ln x}{x}\right)=0$

تكون العبارة محققة من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما α إذا كان : $y-1+x=0$ و $-\frac{\ln x+1}{x}=0$

وهذا معناه $x=\frac{1}{e}$ و $y=\frac{e-1}{e}$

ومنه جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة هي النقطة $\Omega\left(\frac{1}{e};\frac{e-1}{e}\right)$

2 / لدينا $A\left(-2;\frac{4}{\alpha}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln\alpha}{\alpha}\right)$ و $C(-2\alpha;2\alpha-2)$

و G_α مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$.

أ*تعيين بدلالة α إحداثيي النقطة G_α :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1(-2)+2(1)+(-1)(-2\alpha)}{2} \\ y_G=\dfrac{1\left(\frac{4}{\alpha}\right)+2\left(\frac{2\ln\alpha}{\alpha}\right)+(-1)(2\alpha-2)}{2} \end{cases}$$ ومنه

ومنه : $$\begin{cases} x_G=\alpha \\ y_G=1-\alpha+\dfrac{2}{\alpha}(1+\ln\alpha) \end{cases}$$

$$G_\alpha\left(\alpha;1-\alpha+\frac{2}{\alpha}(1+\ln\alpha)\right)$$

ب*استنتاج مجموعة النقط G_α عندما يمسح العدد α المجموعة $\mathbb{R}_+^*$:

لدينا إحداثيات G_α :

$$\begin{cases} x_G=\alpha \\ y_G=1-\alpha+\dfrac{2}{\alpha}(1+\ln\alpha) \end{cases}$$ معناه $$\begin{cases} x_G=\alpha \\ y_G=f(\alpha) \end{cases}$$

ومنه : $y_G=f(x_G)$ وهذا يعني أن مجموعة النقط G_α عندما يمسح العدد α المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ هي جميع نقط المنحنى (C_f)