ثانوية د يوسف الدمرجي - سيدي بوبكر — السنة الدراسية : 2017/2018

المستوى : نهائي رياضي — المدة الزمنية : 4 ساعات

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقط)

يحتوي صندوق على 7 كرات حمراء تحمل الارقام $\{0;1;2;3;4;5;6\}$ و 3 خضراء تحمل الارقام $\{-3;-2;4\}$ لا نفرق بينها باللمس؛ نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد.

1. أحسب إحتمال الحوادث التالية:

A الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون.

B الحصول على كريتين حمراويين على الأقل.

C الحصول على كريّة خضراء على الأقل تحمل عددا سالبا.

D الحصول على ثلاث كرات جداء ارقامها معدوم.

E الحصول على ثلاث كرات جداء ارقامها عدد سالب تماما.

2. نعتبر زهر نرد بستة وجوه؛ أربعة منها تحمل الحرف α ووجهان يحملان الحرف β نقوم بالتجربة التالية:

نرمي زهر النرد فإن ظهر الحرف α نسحب على التوالي دون إرجاع كرتين من الصندوق و اذا ظهر الحرف β نسحب على التوالي مع الإرجاع كرتين من الصندوق.

أحسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

التمرين الثاني: (04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 14$ و من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 5u_n - 6$.

1– احسب u_1، u_2، u_3، u_4.

ماذا تخمن بالنسبة إلى الرقمين الأخيرين للعدد u_n ؟

2– برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} \equiv u_n [4]$ ، واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k :

$u_{2k} \equiv 2[4]$ و أن: $u_{2k+1} \equiv 0[4]$.

3– برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2u_n = 5^{n+2} + 3$ ، واستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ فإن:

$2u_n \equiv 28[100]$

4– عين رقمي الآحاد و العشرات للعدد u_n و ذلك حسب قيم n .

5– برهن أن $PGCD(u_n, u_{n+1})$ ثابت ثم عين قيمته.

التمرين الثالث: (05 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة كثير الحدود $P(z)$ حيث $P(z) = z^3 + 4\sqrt{3}z^2 + 16z + 8\sqrt{3}$.

1. أ. بيَن أنَ $P(-2\sqrt{3}) = 0$.

ب. عيَن العددين الحقيقيين a و b حيث $P(z) = (z + 2\sqrt{3})(z^2 + az + b)$.

2. أ. حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ ، ثمَ استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

ب. أكتب حلول المعادلة $P(z) = 0$ على الشكل الأسي.

المستوي المركب المزوَد بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;i,j\right)$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=-2\sqrt{3}$ ، $z_B=-\sqrt{3}-i$ و $z_C=-\sqrt{3}+i$.

3. أ. أنشئ النقط A ، B و C .

ب. بيَن $r(C)=B$ حيث r هو الدوران الذي ومركزه O يطلب تعيين زاويته، ثمَ استنتج طبيعة المثلث OCB .

ج. عيَن الكتابة المركبة للتحاكي h الذي نسبته $\frac{1}{2}$ والذي ومركزه O ، ثمَ حدد z_I لاحقة النقطة I حيث $h(A)=I$.

د. تحقق أنَ I هي منتصف القطعة $[CB]$ ، استنتج أنَ الرباعي $OBAC$ معيَن.

4. عيَن (γ) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون العدد $\frac{z_A-z}{z_B-z}$ تخيَلي صرف.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I ـ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(1-2x)e^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الرسم $2cm$.

1. احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب عبارة $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
3. شكل جدول تغيّرات الدالة f .
4. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.
5. احسب $f(1)$ ثم ارسم (C_f) .
6. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

ـ نسمي f^n المشتقة من الرتبة n حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

1. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ ، $f^n(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$.

. نرمز بـ (C_n) للمنحنى الممثل للدالة f^n في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

ولتكن النقطة $M_n(x_n;y_n)$ من (C_n) والتي يقبل عندها (C_n) مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

II أ ـ احسب y_n و x_n بدلالة n ، ثمّ تحقّق أنّ M_n نقطة من المنحنى (C) الذي معادلته $y=\frac{e^{2x}}{4^x}$.

2 ب ـ أثبت أنّ (x_n) متتالية حسابية، احسب نهايتها.

جـ ـ أثبت أنّ (y_n) متتالية هندسية، احسب نهايتها.