ثانويــة: عيسى زريمش(متقن حمام دباغ)–متقن شعلال مسعود(قالمة) يـوم : 12 /03/ 2018

المستوى: الثالثة علوم تجريبية المدة : 3 ساعات

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الثالث والرابع إختياريين

التمرين الأول (إجباري): (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f.

2) بين أنــه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

II) لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0=0$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أحسب الحدين u_1 و u_2 .

2) أ*/ بين انه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq u_n \prec u_{n+1} \prec 1$.

ب*/ استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

III) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n{}^2-1$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3) أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) عبر عن المجاميع التالية بدلالة n:

$$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)+(u_2-1)(u_2+1)+........+(u_n-1)(u_n+1)$$

$$S_n'=\left(u_0{}^2-0\right)+\left(u_1{}^2-1\right)+\left(u_2{}^2-2\right)+........+\left(u_n{}^2-n\right)$$

التمرين الثاني (إجباري): (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1 / ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2 / أ*/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم .

ب*/ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\ln\left(x-1+e^{-x}\right)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ*/ أحســـب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب*/ أحســـب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) أ*/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=-x+\ln\left(xe^{x}-e^{x}+1\right)$.

ب */ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ج*/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) أ*/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_f) و $(C_{\ln})$؟

ب*/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى $(C_{\ln})$.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α ; β حيث:

$-1.2\prec\alpha\prec-1.1$ و $1.8\prec\beta\prec1.9$

6) أ*/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب */ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنين $(C_{\ln})$ و (C_f).

7) m عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$(E)...\ln\left(x-1+e^{-x}\right)-(e-1)x-1=m$$

الجزء الإختياري : أجب عن أحد التمرينين الثالث أو الرابع

التمرين الثالث(إختياري): (06 نقاط)

نعلم أن فصائل الدم للإنسان أربعة وهي: $O;A;B$ و AB .

تتوزع مجموعة من عشرة أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كمايلي : أربعة أشخاص من فصيلة O و ثلاثة من فصيلة A و شخصان من فصيلة B و شخص واحد من فصيلة AB. نختار عشوائيا شخصين من هذه المجموعة .

1) أحسب إحتمال كل من الأحداث:

C: " الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية ".

D: " الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين ".

E: " فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط "

2) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O وهكذا نرفق الفصيلة A بالعدد 2 و الفصيلة B بالعدد 2 و الفصيلة AB بالعدد 1.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل اختيار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما .

أ*/ حدد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ب*/ أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

ج*/ أحسب احتمال الحدث $(X = 4)$ إذا علمت أن فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط.

التمرين الرابع (إختياري): (06 نقاط)

يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع المصابيح الكهربائية . عندما ورد طلب لعدد من المصابيح قدره 5000 مصباح ، صنّعت الورشة A منها 3000 و صنعت البقية الورشة B . هناك نسبة $5\,\%$ من مصابيح الورشة A معطوبة في حين تكون نسبة $4\,\%$ من مصابيح الورشة B معطوبة .

نسحب عشوائيا مصباحا من الطلب .

نرمز بـ A إلى الحدث " المصباح مصنوع في الورشة A " و بالرمز B إلى الحدث " المصباح مصنوع في الورشة B "

و بالرمز D إلى الحدث " المصباح به عطب " .

أ) شكّل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية.

ب) احسب احتمال الأحداث التالية:

1) أن يكون المصباح غير معطوب ومصنوعا في الورشة A.

2) أن يكون المصباح معطوبا وليس مصنوعا في الورشة A.

3) أن يكون المصباح معطوبا .

4) أن يكون المصباح معطوبا أو مصنوعا في الورشة A

ج) إذا كان المصباح معطوبا فما هو احتمال أن يكون مصنوعا في الورشة A ؟

تصحيح امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات الثالثة عتج

التمرين الأول (إجباري): (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{x}{2\sqrt{x^2+3}}$

بما ان : $f'(x)\geq 0$ فإن f متزايدة تماماعلى $[0;+\infty[$

2) نبين أنـه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

لدينا: الدالة f متزايدة تماماعلى $[0;+\infty[$ و $f(0)=0$،

الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند $x=0$ في المجال $[0;+\infty[$. اذن: من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

II) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$، $u_{n+1}=f(u_n)$

1/ حساب u_1 و u_2:

$u_1=f(u_0)=\frac{1}{2}\sqrt{u_0^2+3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$u_2=f(u_1)=\frac{1}{2}\sqrt{u_1^2+3}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

2) أ/نبين انه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$

* من اجل $n=0$: $0\leq u_0\prec u_1\prec 1$ محققة لأن

$(u_0=0$ ، $u_1\approx 0.86)$ ...(1)

* نفرض أن $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ ونبرهن ان :

$0\leq u_{n+1}\prec u_{n+2}\prec 1$ من اجل عدد طبيعي n: $n\succ 1$

لدينا: f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $f(1)=1$ و $f(0)=0$. إذا كان $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ فإن

$f(0)\leq f(u_n)\prec f(u_{n+1})\prec f(1)$

أي : $0\leq u_{n+1}\prec u_{n+2}\prec 1$ ....(2)

من (1) و (2) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$

ب*/ استنتاج ان المتتالية (u_n) متقاربة: لدينا

من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ معناه أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأعلى ومحدودة من الأسفل.

بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة نحو عدد حقيقي l.

**حساب $\lim_{n\to+\infty}u_n$: لدينا $u_{n+1}=\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3}$

المتتالية (u_n) متقاربة نحو l معناه $\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}u_{n+1}=l$

$\lim_{n\to+\infty}u_{n+1}=\lim_{n\to+\infty}\sqrt{u_n^2+3}$ يكافئ $l=\frac{1}{2}\sqrt{l^2+3}$، $0\leq l$

يكافئ $(2l)^2=\left(\sqrt{l^2+3}\right)^2$ يكافئ $4l^2=l^2+3$

يكافئ $l=1$ (مقبول) أو $l=-1$ (مرفوض) لأن $0\leq l$

ومنه: $\lim_{n\to+\infty}u_n=1$

III) لدينا: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n^2-1$

1) نبين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول:

(v_n) م.هـ معناه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1}=qv_n$

$v_{n+1}=u_{n+1}^2-1=\frac{1}{4}(u_n^2+3)-1=\frac{1}{4}(u_n^2-1)$

ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n$ (v_n) م.هـ أساسها $q=\frac{1}{4}$ وحدها الأول

$v_0=u_0^2-1=-1$

2) التعبير عن v_n بدلالة n : $v_n=v_0q^n=-\left(\frac{1}{4}\right)^n$

ثم استنتاج عبارة u_n بدلالة n: لدينا $u_n^2=v_n+1$

ومنه: $u_n=\sqrt{v_n+1}$ لأن $0\leq u_n$

اذن: $u_n=\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

3) حساب نهاية (u_n): $\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}=1$

4) التعبير عن المجاميع التالية بدلالة n:

$$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)$$
$$+(u_2-1)(u_2+1)+.........+(u_n-1)(u_n+1)$$
$$=(u_0^2-1)+(u_1^2-1)+(u_2^2-1)+....+(u_n^2-1)$$
$$=v_0+v_1+v_2+......+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$$

ومنه: $S_n=\left(\frac{-4}{3}\right)\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

$$S_n'=(u_0^2-0)+(u_1^2-1)+.........+(u_n^2-n)$$
$$=u_0^2+u_1^2+.....+u_n^2-(0+1+2+....+n)$$
$$=(v_0+1)+(v_1+1)+....(v_n+1)-\left[\left(\frac{n+1}{2}\right)(0+n)\right]$$
$$=(v_0+v_1+....+v_n)+(n+1).1-\frac{n^2}{2}-\frac{n}{2}$$
$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n-\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}-\frac{1}{3}$$

التمرين الثاني(إجباري): (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1) دراسة اتجاه تغير الدالة g :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=1-e^{-x}$

* $g'(x)=0$ معناه $1-e^{-x}=0$

معناه $-x=0$ معناه : $x=0$

* $g'(x)>0$ معناه $1-e^{-x}>0$ معناه $-e^{-x}>-1$

$e^{-x}<1$ معناه $-x<0$ معناه $x>0$

معناه : $g'(x)>0$: $x>0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

الدالة g متزايدة تماما على $]0\,;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty\,;0]$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x\left(1-\frac{1}{x}-\frac{e^{-x}}{x}\right)\right)=+\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty \searrow$	0	$\nearrow +\infty$

2)أ/ اثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم

لدينا: الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 هي 0

ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا معدوما في $\mathbb{R}$

ب ـ استنتاج اشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$+$

II) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=ln(x-1+e^{-x})$

1) أ * حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

ب *

$$\lim_{\substack{x\to0\\>}} f(x)=-\infty\ ;\quad \lim_{\substack{x\to0\\<}} f(x)=-\infty$$

التفسير الهندسي: $x=0$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f : لدينا $f(x)=ln(g(x))$

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{1-e^{-x}}{x+1+e^{-x}}$

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g'(x)$ لان

$g(x)>0$ من أجل $x\neq0$

الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty;0[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$+$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

3) أ ـ اثبات أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$:

لدينا : $f(x)=-x+ln(xe^x-e^x+1)$

$$f(x)=\ln(x-1+e^{-x})=\ln\left[e^{-x}(xe^x-e^x+1)\right]$$
$$=\ln e^{-x}+\ln(xe^x-e^x+1)=-x+\ln(xe^x-e^x+1)$$

ب ـ استنتاج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ):

بما أن $\lim_{x\to-\infty}(xe^x-e^x+1)=0$ فان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

جـ ـ دراسة الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f):

لدينا : $f(x)-y=ln(xe^x-e^x+1)$

$f(x)-y=0$ معناه: $ln(xe^x-e^x+1)=ln1$

معناه $xe^x-e^x+1=1$ معناه: $xe^x-e^x=0$

معناه $e^x(x-1)=0$ معناه $x-1=0$ لان $e^x>0$

معناه : $x=1$

x	$-\infty$ $\quad$ 0	0 $\quad$ 1 $\quad$ $+\infty$
$f(x)-y$	$-$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) تحت (Δ) ؛ (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;-1)$ ؛ (C_f) فوق (Δ)

4) ا ـ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ln(x))$:

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-ln(x))=\lim_{x\to+\infty} ln\frac{x-1+e^{-x}}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty} ln\frac{x\left(1-\frac{1}{x}+\frac{e^{-x}}{x}\right)}{x}=\lim_{x\to+\infty} ln\left(1-\frac{1}{x}+\frac{e^{-x}}{x}\right)$$

$$=0$$

الاستنتاج: (C_{ln}) منحن مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$

ب ـ الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_{ln}) على $]0\ ;\ +\infty[$

$$f(x)-\ln x=\ln\frac{x-1+e^{-x}}{x}=\ln\left(1+\frac{-1+e^{-x}}{x}\right)$$

من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا $-x<0$ ومنه $e^{-x}<1$

إذن $\frac{-1+e^{-x}}{x}<0$ وهذا يكافئ $1+\frac{-1+e^{-x}}{x}<1$

ومنه $\ln\left(1+\frac{-1+e^{-x}}{x}\right)$ إذن $f(x)-\ln x<0$

ومنه (C_f) يقع تحت $(C_{\ln})$ على المجال $]0;+\infty[$

5) تبيان ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β: $-1.2\prec\alpha\prec-1.1$ و $1.8\prec\beta\prec1.9$

الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $]-\infty\,;0[$ و منه فهي مستمرة و رتيبة تماما على $]-1.2\,;\,-1.1[$

و $f(-1.2)=0.11$ ، $f(-1.1)=-0.10$

بما أن $f(-1.2)f(-1.1)<0$ فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.2<\alpha<-1.1$

الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $]0;+\infty[$ و منه مستمرة و رتيبة تماما على $]1.8\,;\,1.9[$ و $f(1.8)=-0.03$

$f(1.9)=0.04$ ، بما أن $f(1.8)f(1.9)<0$

فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $1.8<\beta<1.9$

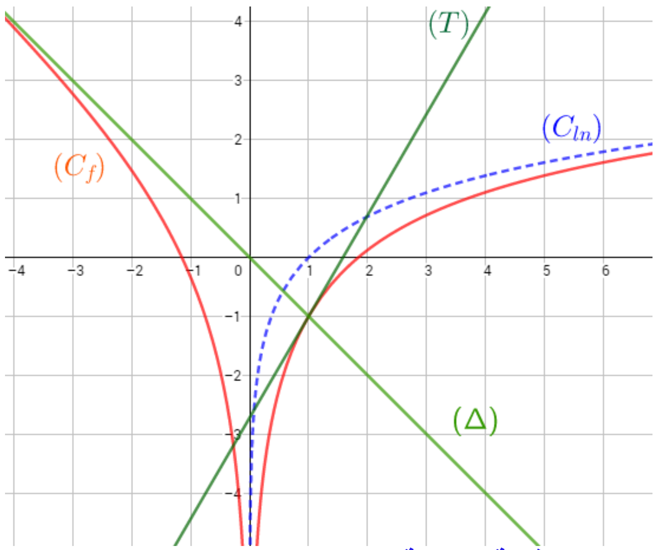
6) أ ـ كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$(T): y=(e-1)(x-1)-1$

$(T): y=(e-1)x-e$

ب ـ الانشاء



7) المناقشة البيانية :

(E) تكافئ: $ln(x-1+e^{-x})=(e-1)x+1+m$

تكافئ : $f(x)=(e-1)x+1+m$

حلول المعادلة (E)هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة: $y=(e-1)x+1+m$

الموازية لـ (T) .

① إذا كان $1+m<-e$ أي $m<-1-e$ فان المعادلة (E) تقبل حلين موجبين تماما و حل سالب .

② إذا كان $1+m=-e$ أي $m=-1-e$ فان المعادلة (E) تقبل حل مضاعف موجب و حل سالب .

③إذا كان $1+m>-e$ أي $m>-1-e$ فإن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا سالبا

التمرين الثالث(إختياري): (06 نقاط)

فصائل الدم للإنسان أربعة وهي: $O\,;A\,;B$ و AB .

1) حساب إحتمال كل من الأحداث:

C: "الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية".

الشخصان المختاران فصيلتهما الدموية O أو A أو B

عدد الحالات الممكنة لإختيار شخصين: $C_{10}^2=45$

$$p(C)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{10}{45}=\frac{2}{9}$$

D: "الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين"

الحدث D هو الحدث العكسي للحدث C.

$$p(D)=1-p(C)=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$$

E : " فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط "

$$p(E)=\frac{C_3^1C_1^1+C_3^1C_2^1+C_3^1C_4^1}{C_{10}^2}=\frac{21}{45}=\frac{7}{1\ldots}$$

2) قيم المتغير العشوائي X: لدينا

$$(O;O),(O;A),(O;B),(O;AB),(A;A)$$
$$(A;B),(A;AB),(B;B),(B;AB)$$

وعليه تكون القيم هي: $8;6;5;4;3$

أ*/ تحديد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

$$p(X=3)=\frac{C_1^1C_2^1+C_1^1C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{5}{45}=\frac{1}{9}$$

$$p(X=5)=\frac{C_1^1C_4^1}{C_{10}^2}=\frac{4}{45} \text{ ، } p(X=4)=\frac{C_5^2}{C_{10}^2}=\frac{10}{45}=\frac{2}{9} \text{ ، }$$

$$p(X=6)=\frac{C_4^1C_5^1}{C_{10}^2}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9} \text{ ، } p(X=8)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$$

x_i	3	4	5	6	8
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{6}{45}$

ب*/ حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

لدينا: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=5}x_i p_i$

$$E(X)=3\left(\frac{5}{45}\right)+4\left(\frac{10}{45}\right)+5\left(\frac{4}{45}\right)+6\left(\frac{20}{45}\right)+8\left(\frac{6}{45}\right)$$
$$=\frac{243}{45}=\frac{27}{5}$$

ج*/حساب احتمال الحدث $(X=4)$ إذا علمت أن فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط:

$$p_E(X=4)=\frac{p((X=4)\cap E)}{p(E)} \text{ ، } p((X=4)\cap E)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$$

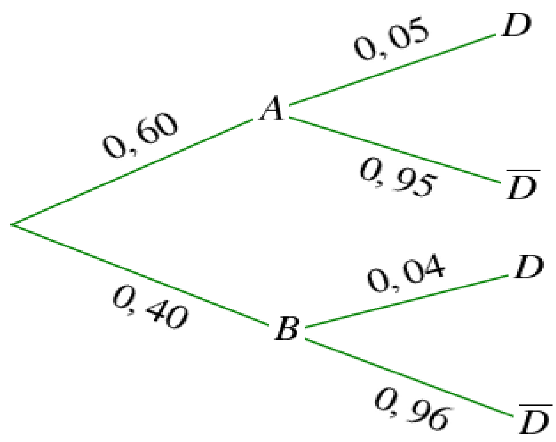
$$p_E(X=4)=\frac{p((X=4)\cap E)}{p(E)}=\frac{\frac{6}{45}}{\frac{7}{15}}=\frac{2}{7}$$

التمرين الرابع : (إختياري): (06 نقاط)

لدينا: $P(A)=\frac{3000}{5000}=0.6$ ، $P_A(D)=\frac{5}{100}=0.05$ ،

$$P_B(D)=\frac{4}{100}=0.04$$

أ) تشكيل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية :



ب) حساب احتمال الأحداث التالية :

1) " المصباح غير معطوب و مصنوع في الورشة A "

وهو الحدث $A\cap\overline{D}$:

$$P(A\cap\overline{D})=P(A)\times P_A(\overline{D})=P(A)(1-P_A(D))$$
$$=0.6\times0.95=0.57$$

2) " المصباح معطوب وليس مصنوع في الورشة A "

وهو الحدث $\overline{A}\cap D$ أي $B\cap D$:

$$P(B\cap D)=P(B)\times P_B(D)$$
$$=P(B)\times(1-P(A))$$
$$=0.40\times0.04=0.016$$

3) " المصباح معطوب " :

وهو الحدث D

$$P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap B)$$
$$=P(A)\times P_A(D)+P(D\cap B)$$
$$=0.60\times0.05+0.016=0.046$$

4) " المصباح معطوب أو مصنوع في الورشة A "

وهو الحدث $A\cup D$:

$$P(A\cup D)=P(A)+P(D)-P(A\cap D)$$
$$=0.60+0.046-0.03=0.616$$

ج / حساب احتمال أن يكون المصباح مصنوعا في الورشة A علما أنه معطوب :

$$p_D(A)=\frac{p(D\cap A)}{p(D)}=\frac{0.6\times0.05}{0.046}$$
$$=\frac{30}{46}=\frac{15}{23}\approx0.65$$