

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ وبيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

2- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3- استنتج انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ لدينا : $g(x) > 0$.

4- بيّن أن المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلين احدهما $x = 1$ والآخر α يحقق $0.2 < \alpha < 0.3$

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - x \ln x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ- بيّن انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها

(3) بيّن أن المنحنى (C_f) للدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياتها.

(4) احسب $f(1)$ ، ثم أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بجزءها الأول $u_0 = 6$ والعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$.

1/ أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ أرسم المستقيمين $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$ و $(\Delta): y = x$

ب- مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها. ثم ضع تخميننا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n > 3$.

د- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

2/ نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث $v_n = 2^n \cdot 3^{1-n}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل عدد طبيعي n فإن $u_n = v_n + 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

3/ لتكن (w_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $w_n = \ln v_n$.

أ- بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- نعتبر المجموع $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$. بين أن $S_n = 2 \left(\frac{3}{2} \right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الثالث:

صندوق يجوي 6 كرات، 3 بيضاء 2 حمراء 1 سوداء. (الكرات متماثلة)

نسحب عشوائياً مع عدم الإرجاع ثلاث كرات من الصندوق.

1/ احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون.

2/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال X ، ثم احسب $E(X)$.

3/ نعتبر الآن أن السحب تم دفعة واحدة.

- احسب احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل.