الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **ثانوية محمد العربي بن مهيدي**

امتحان بكالوريا التجريبي **عين مليلـة**

الشعبة : آداب و فلسفة **دورة ماي 2018**

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 02 سا و 30 د**

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضــوع الأول

التمرين الأول:(06 نقاط)

1. أ- عيّن بواقي القسمة الاقليدية للأعداد : 3^1 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 على 5.

ب- أستنتج أن $3^{4k+1}+3^{4k+3}\equiv 0[5]$.

2. نعتبر العددين $a=2018$ و $b=1439$.

أ- عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 5 و باقي القسمة الاقليدية للعدد b على 4 .

ب- أستنتج باقي قسمة a^b على 5.

3. تحقق أن : $(a+b+1)^{1962}+(a-b)^{1954}\equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r .

1. أحسب u_2 علما أن : $u_1+u_3=20$.

2. أحسب الأساس r علما أن : $u_3+u_4+u_5=54$.

3. عيّن u_0 ثم تحقق أن : $u_n=4n+2$.

4. بيّن أن العدد 2018 حدا من حدود المتتالية (u_n) محددا رتبته .

5. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين الثالث:(**08 نقاط**)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3+3x^2-9x-5$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن نهايتي الدّالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. عيّن معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(-1;6)$.

4. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان : $f(x)-(-12x-6)=(x+1)^3$.

5. حدّد الوضع النسبي للمماس (T) و المنحني (C_f).

- ماذا تمثل النقطة $A(-1;6)$ بالنسبة الى المنحني (C_f)؟

6. أرسم (T) و (C_f).

7. حلّ ، بيانيا المتراجحة : $f(x)\leq -12x-6$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(06 نقاط)

عيّن الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الأسئلة التالية :

1. اذا كان $a=2018$ فان : ① $a\equiv 3[8]$ ② $a\equiv 2[8]$ ③ $a\equiv 1[8]$.

2. اذا كان $b\equiv 7[8]$ فان : ① $b^{1439}\equiv 7[8]$ ② $b^{1439}\equiv 1[8]$ ③ $b^{1439}\equiv 2[8]$.

3. نرمي زهر النرد مرتين و نسجل في كل مرة مجموع الرقمين المتحصل عليهما ، مجموعة القيم الممكنة هي : ① $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

② $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

③ $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$

4.احتمال الحادثة A :"الحصول على عدد من مضاعفات 3" للتجربة السابقة يساوي :

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{11}$.

التمرين الثاني:(06 نقاط)

(v_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=5^{2n+1}$.

1.بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان : $\frac{v_{n+1}}{v_n}=5^2$.

2.أستنتج طبيعة المتتالية (v_n) ، يطلب تعيين الأساس و الحد الأول .

3.**أ–** حلّل العدد 3125 الى جداء عوامل أولية .

ب– أستنتج أن العدد 3125 حدا من حدود المتتالية (v_n) ، عيّن دليله و رتبته .

4.أحسب المجموع S حيث : $S=v_0+v_1+v_2+v_3+v_4+v_5$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{-x+2}{x+2}$.

(C_f) المنحني الممثل للدّالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq -2$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+2}$

2. أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وأستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته

ب/ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\<}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}} f(x)$ وأستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته

3. أحسب $f'(x)$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدّالة f.

4. شكّل جدول تغيرات الدّالة f .

5. أ/ جِدْ فاصلتي النقطتين من (C_f) التي يكون عندها معامل توجيه المماس يساوي -4 .

ب/ أكتب معادلة المماسين (T_1) و (T_2) عند هاتين النقطتين .

6. جِدْ احداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات .

7. أرسم (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثانــي

الموضوع الأوّل

التمرين	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الأول	1. أ– تعيين بواقي القسمة الاقليدية للأعداد: 3^1 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 على 5 :		06
	$3\equiv 3[5]$ ، $3^2\equiv 4[5]$ ، $3^3\equiv 2[5]$ ، $3^4\equiv 1[5]$	1	
	ب– أستنتج أن $3^{4k+1}+3^{4k+3}\equiv 0[5]$: لدينا $3^{4k+1}\equiv 3[5]$		
	و $3^{4k+3}\equiv 2[5]$ ومنه $3^{4k+1}+3^{4k+3}\equiv 3+2[5]$		
	أي $3^{4k+1}+3^{4k+3}\equiv 5[5]$ ما يعني $3^{4k+1}+3^{4k+3}\equiv 0[5]$.	1	
	2. نعتبر العددين $a=2018$ و $b=1439$.		
	أ– تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 5 و باقي القسمة الاقليدية للعدد b على 4 : لدينا $2018=5\times 403+3$ معناه $a\equiv 3[5]$	0.5	
	و لدينا $1439=4\times 359+3$ معناه $b\equiv 3[4]$	0.5	
	ب– أستنتج باقي قسمة a^b على 5 : لدينا $b=4\times 359+3$		
	و $a\equiv 3[5]$ ومنه $a^b\equiv 3^{4\times359+3}[5]$ و لدينا $3^{4\times359+3}\equiv 2[5]$		
	و منه $a^b\equiv 2[5]$	1.5	
	3. التحقق أن : $(a+b+1)^{1962}+(a-b)^{1954}\equiv 0[5]$:		
	لدينا $a-b\equiv -1[5]$ ومنه $(a-b)^{1954}\equiv 1[5]$ ....(1)		
	و لدينا $a+b-1\equiv 3[5]$ ومنه $(a+b-1)^{1962}\equiv 3^{1962}[5]$		
	و بما أن $1962=4\times 490+2$ فان $3^{1962}\equiv 4[5]$ و عليه	1.5	
	$(a+b+1)^{1962}\equiv 4[5]$ ....(2)		
	من (1) و (2) نستنتج $(a+b+1)^{1962}+(a-b)^{1954}\equiv 0[5]$		
الثاني	(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r .		06
	1. حساب u_2 علما أن: $u_1+u_3=20$ نعلم أن $u_1+u_3=2u_2$	1	
	و منه $2u_2=20$ أي أن $u_2=10$		
	2. حساب الأساس r علما أن : $u_3+u_4+u_5=54$:		
	نعلم أن $u_n=u_p+(n-p)\times r$ و منه $u_3=u_2+(3-2)\times r=10+r$		
	و $u_4=u_2+(4-2)\times r=10+2r$ و $u_5=u_2+(5-2)\times r=10+3r$	1.5	
	بالتعويض في المساواة $u_3+u_4+u_5=54$ نجد : $30+6r=54$		
	ومنه نجد $r=4$		
	3. تعيين u_0 : لدينا $u_2=u_0+(2-0)\times r$ معناه $10=u_0+2\times 4$	1	
	اذن : $u_0=2$		
	التحقق أن : $u_n=4n+2$: بما أن (u_n) متتالية حسابية فانه من		
	أجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $u_n=u_0+n\times r$ بالتعويض عن	0.5	
	قيمتي u_0 و r نجد : $u_n=4n+2$.		
	4. نبيّن أن العدد 2018 حدا من حدود المتتالية (u_n) :		
	يكفي أن نبيّن أن المعادلة $u_n=2018$ تقبل حلا في المجموعة $\mathbb{N}$	1	
	لدينا $u_n=2018$ تكافئ $4n+2=2018$		
	ومنه $n=504$ وهو المطلوب		
	رتبة الحد u_{504} هي 505 .		
	5. حساب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$		
	لدينا $S_n=\frac{n-0+1}{2}(u_0+u_n)=\frac{n+1}{2}(2+4n+2)$	1	
	ومنه $S_n=\frac{n+1}{2}(4n+4)=\frac{2(n+1)(2n+2)}{2}=(n+1)(2n+2)$		
الثالث	f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3+3x^2-9x-5$		08
	1. حساب نهايتي الدّالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$:	0.5	
	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$		
	2. دراسة اتجاه تغير الدّالة f :		
	من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ لدينا $f'(x)=3x^2+6x-9$	0.5	
	–اشارة الدّالة المشتقة : $\Delta=144$ ، $x_1=-3$ ، $x_2=1$	0.5	

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)=3x^2+6x-9$		+	0	-	0	+	

الدّالة f متزايدة على المجالين $]-\infty;-3]$ و $[1;+\infty[$.

الدّالة f متناقصة على المجال $[-3;1]$

جدول تغيرات f:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	22	$\searrow$	-10	$\nearrow$	$+\infty$

0.5

3. معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(-1;6)$:

$y=f'(-1)(x-(-1))+f(-1)$ 1

$f(-1)=6$ و $f'(-1)=-12$ ، $y=-12x-6$

4. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان :

$f(x)-(-12x-6)=(x+1)^3$.

لدينا $f(x)-(-12x-6)=x^3+3x^2-9x-5+12x+6$

أي $f(x)-(-12x-6)=x^3+3x^2+3x+1$ ....(1) 1

و لدينا أيضا $(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$ ....(2)

من المساوتين (1) و (2) نستنتج $f(x)-(-12x-6)=(x+1)^3$

5. تحديد الوضع النسبي للمماس (T) و المنحني (C_f):

يكفي دراسة اشارة المقدار $f(x)-(-12x-6)=(x+1)^3$

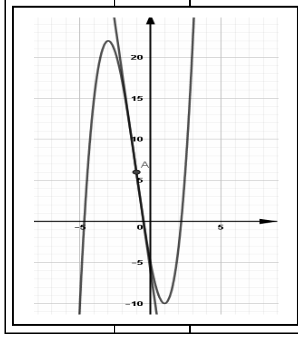
اشاته من اشارة $x+1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (T)	(T) يمس (C_f)	(C_f) فوق (T)

1

النقطة $A(-1;6)$ تمثل نقطة انعطاف بالنسبة الى المنحني (C_f).... 0.5

6. رسم (T) و (C_f):



7. الحل البياني للمتراجحة : $f(x)\le -12x-6$:

بيانيا حلول المتراجحة هي فواصل المقط من (C_f) الواقعة تحت (T)

و هي : $]-\infty;-1]$ 1

1.5

سلم تنقيط امتحان بكالوريا التجريبي مادة الرياضيات دورة ماي 2018 المستوى: 3 أداب و فلسفة

الموضوع الثاني

التمرين	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع

الأول (المجموع: 06)

عيّن الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الأسئلة التالية :

1. اذا كان $a=2018$ فان : ② $a\equiv 2[8]$ — 1.5

التبرير: $2018=8\times 252+2$

2. اذا كان $b\equiv 7[8]$ فان : ① $b^{1439}\equiv 7[8]$ — 1.5

التبرير: $b\equiv 7[8]$ تكافئ $b\equiv -1[8]$ ومنه $b^{1439}\equiv -1[8]$

و منه $b^{1439}\equiv 7[8]$

3. نرمي زهر النرد مرتين و نسجل في كل مرة مجموع الرقمين المتحصل عليهما ، مجموعة القيم الممكنة هي: ① $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ — 1.5

التبرير: الجدول المقابل يبيّن أرقام زهري النرد و مجوع الرقمين المتحصل عليهما .

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

4. احتمال الحادثة A: "الحصول على عدد من مضاعفات 3" للتجربة السابقة يساوي: ② $\frac{1}{3}$ — 1.5

التبرير: من الجدول السابق واضح أن عدد الحالات الملائمة للحادثة A هو 12

و منه : $P(A)=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

الثاني (المجموع: 06)

(v_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=5^{2n+1}$.

1. نبيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان : $\frac{v_{n+1}}{v_n}=5^2$:

لدينا $v_{n+1}=5^{2(n+1)+1}=5^{2n+3}$

و منه $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{5^{2n+3}}{5^{2n+1}}=5^{(2n+3)-(2n+1)}=5^{2n+3-2n-1}=5^2$ — 1

2. استنتاج طبيعة المتتالية (v_n) : لدينا $\frac{v_{n+1}}{v_n}=5^2$ معناه $v_{n+1}=5^2v_n$ — 1

و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=5^2=25$ و حدها الأول $v_0=5$ — 1

3. أ– تحليل العدد 3125 الى جداء عوامل أولية : $3125=5^5$

ب– أستنتج أن العدد 3125 حدا من حدود المتتالية (v_n) :

يكفي أن نبيّن أن المعادلة $v_n=3125$ تقبل حلا في المجموعة $\mathbb{N}$ — 1

و منه $v_n=3125$ تكافئ $5^{2n+1}=5^5$ و منه $2n+1=5$ أي $n=2$ — 1

و منه $v_2=3125$ الدليل هو 2 الرتبة 3

أحسب المجموع S حيث : $S=v_0+v_1+v_2+v_3+v_4+v_5$: — 1

$$S=v_0\times\frac{q^{5-0+1}-1}{q-1}=5\times\frac{(25)^{5-0+1}-1}{25-1}=\frac{5}{24}\left(5^{12}-1\right)$$

الثالث — 08

f الدّالة العددية المعرّفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=\frac{-x+2}{x+2}$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq-2$:

$$f(x)=a+\frac{b}{x+2}$$

لدينا $f(x)=a+\frac{b}{x+2}=\frac{ax+2a+b}{x+2}$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases}a=-1\\2a+b=2\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=-1\\b=4\end{cases}$ أي $f(x)=-1+\frac{4}{x+2}$ — 0.5

2. أ/ النهايات $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-1$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-1$ — 1

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=-1$ موازي لحامل محور الفواصل

ب/ النهايات $\lim_{\substack{x\to-2\\<}}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to-2\\>}}f(x)=+\infty$ — 1

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=-2$ موازي لحامل محور التراتيب

3. حساب $f'(x)$: من أجل كل عدد حقيقي $x\neq-2$: $f'(x)=\frac{-4}{(x+2)^2}$ — 0.5

استنتاج اتجاه تغير الدّالة f: الدّالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ — 0.5

4. جدول تغيرات الدّالة f : — 0.5

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

5. أ/ ايجاد فاصلتي النقطتين من (C_f) التي يكون عندها معامل توجيه المماس يساوي -4:

يكفي حل المعادلة $f'(x_0)=-4$ و التي تكافئ $\frac{-4}{(x_0+2)^2}=-4$ — 1

أي أن $(x_0+2)^2=1$ و منه $x_0+2=1$ أو $x_0+2=-1$

و منه $x_0=-1$ أو $x_0=-3$

ب/ كتابة معادلة المماسين (T_1) و (T_2) عند هاتين النقطتين : — 1

(T_1) .... $y=-4x-1$ و (T_2) .... $y=-4x-17$

6. ايجاد احداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات:

مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة $f(x)=0$ أي $\frac{-x+2}{x+2}=0$ — 0.5

ومنه $-x+2=0$ اذن : $x=2$ احداثيي نقطة التقاطع هي $(2;0)$ — 0.5

مع حامل محور التراتيب نضع $x=0$ نجد $f(0)=1$ احداثيي نقطة التقاطع هي $(0;1)$

7. رسم (T_1) ، (T_2) و (C_f) . — 1