

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مقاطعتا: زرالدة ويئر مراد راييس

امتحان البكالوريا التجريبي

دورة ماي 2018

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الجزائر غرب

الشعبة : تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة () ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $11x - 5y = 2$

(1) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 2[5]$ ؛ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

(2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم؛ نضع: $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$

أ- عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب- عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a, b) = 2$ ، ثم استنتج قيم n بحيث يكون العدان a و b أوليين فيما بينهما.

(3) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 10.

أ- استنتج رقم آحاد العدد 2^{2018} .

ب- عين كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول للمعادلة (E) من الأعداد الطبيعية غير المعدومة و التي تحقق: 2^{y-2x} .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات متشابهة لانفرق بينها عند اللمس؛ منها ست (06) كرات حمراء تحمل الأرقام

9,7,5,3,3,2 و أربع (04) كرات سوداء تحمل الأرقام 2,3,6,6. نسحب في أن واحد ثلاث (03) كرات من هذا الكيس.

(1) عين عدد السحبات الممكنة.

(2) نعتبر الحادثتين: A : "سحب 3 كرات مجموع أرقامها عدد زوجي" و B : "سحب 3 كرات من نفس اللون".

احسب احتمال الحوادث التالية: A ، B ، $(A \cap B)$ ، ثم استنتج احتمال الحادثة $(A \cup B)$.

(3) ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

(أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$ ، الانحراف

المعياري $V(X)$ و التباين $\sigma(X)$.

التمرين الثالث (05 نقاط):

(I) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \ln(x^2 + 3)$

(1) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

(2) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = f(x) - x$

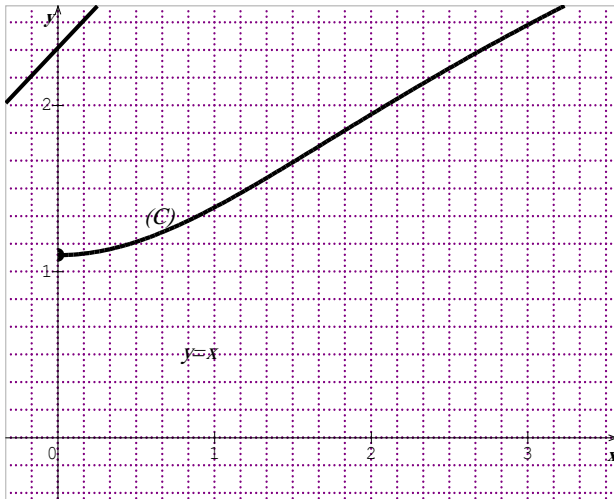
(أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

(ب) أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول التغيرات.

(ج) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1; 2[$.

(د) برر أن α هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x) = x$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$



(1) أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية على حامل محور الفواصل مع إبراز خطوط الرسم (لا يطلب حساب الحدود).

- (2) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 (3) علم النقطة I من المنحنى (C) التي فاصلتها α .
 (4) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \alpha$.
 (5) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 (6) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 + 4x e^{2x}$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) > 0$.

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$

(1) أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و بين أن

ب- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ب - أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(4) أ- أرسم (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) .

ب- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $(2x - 1)e^{2x} + 1 - m = 0$

(5) أ - باستعمال الكاملة بالتجزئة أحسب : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx$

ب - أحسب ب: cm^2 مساحة الحيز من المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T)

والمستقيمين الذين معادلتاهما : $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$.

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على ثلاث صفحات (من الصفحة 4/6 إلى الصفحة 6/6)

التمرين الأول: (4 نقاط)

(D) الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقطة $A(0; -1; -1)$ و المستقيم

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad t \in R$$

المعرف بالتمثيل الوسيط التالي:

والمستوي (P) ذا المعادلة الديكارتية : $x + 2y + z - 3 = 0$

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية:

1- الشعاع $\vec{r} \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{3}; \frac{-\sqrt{3}}{2} \right)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (P).

2- بعد النقطة A عن المستوي (P) يساوي $\sqrt{6}$.

3- المستقيم (D) محتوي في المستوي (P).

4- المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) هي النقطة $H(3; -2; 2)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

$$\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})i \end{cases}$$

(1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 بحيث:

(2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B

$$z_B = 2 + \sqrt{3} + i \quad \text{و} \quad z_A = 1 - i$$

بحيث:

أ- أكتب z_A على الشكل الأسّي .

ب- بين أن : $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$, ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد z_B .

(3) أ- بين أن لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{6}$ هي $\overline{z_B}$.

ب- أحسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها [BB']

ج- لتكن (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg[(z - z_B)^2] = \arg(z_B) - \arg(z_{B'})$

• تحقق أن النقطة O تنتمي إلى (Δ)

• عين المجموعة (Δ).

د- عين عمدة لكل من العددين المركبين $(z_A - z_{B'})$, $(z_B - z_{B'})$ ثم استنتج قياسا للزاوية $(\overline{B'B}, \overline{B'A})$

ثم عين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيلا.

(4) نضع: $f = r \circ s$ (يرمز \circ إلى عملية تركيب تحويلين)

أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S حيث f التشابه المباشر الذي مركزه O و نسبته 2 و زاويته

$$\frac{\pi}{3}$$

ب- أوجد مساحة صورة الدائرة (γ) بالتشابه S .

التمرين الثالث: (4.5 نقاط)

(1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بعدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2^n$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 0$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $v_n = 2^n - u_n$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

(3) أ- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. ماذا تستنتج؟

ب- نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ج- بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = 2^n - \frac{1+3^n}{2}$

(4) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 والعدد 3^n على 4

ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $2018 + (2967)^n + (1962)^{2n} \equiv 0 [4]$

ج- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $4u_n + 9v_n \equiv 1 [20]$

التمرين الرابع: (6.5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$

ب- أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ت- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين () و (d') معدلتهما $y = x - e$

و $y = -x + e + \ln 2$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين المائلين () و (d') .

ت - بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $x = \frac{1}{2} \ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

3) أرسم كلاً من (d) , (d') و (C_f) .

4) نضع $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} [f(x) - (x - e)] dx$ و $I_n = \int_0^1 \ln(1 + x^n) dx$ ، n عدد طبيعي غير

معدوم.

أ- فسّر هندسيا العدد I و احسب العدد I_1 .

ب- بين أنه مهما يكن العدد طبيعي غير معدوم n : $0 \leq I_n \leq \ln 2$

ت- عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

ث- علما أن : من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $\ln(1 + x) \leq x$

• بين أن : $0 \leq I + \frac{1}{2} \leq \left[\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)} dx \right] - 1 + \ln 4$

• ثم استنتج أن : $0 \leq I + \frac{1}{2} \leq \frac{5}{6} + \ln 4$