الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مقاطعتا زرالدة و بئر مراد رايس**

مديرية التربية لولاية الجزائر غرب — **امتحان البكالوريا التجريبي**

الشعبة: علوم تجريبية — **دورة ماي 2018**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول (4 ن):

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث: خمس كريات حمراء تحمل الأرقام -2، -1، 0، 1 و 2 ، و ثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام -1، 0، 1 و كريتان سوداوان تحملان الرقمين -1، 0.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من هذا الكيس و نفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال السحب.

I. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

1) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

2) اكتب قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي.

II. نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس و نسحب منه كريتين على التوالي و بدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى.

1) احسب عدد الحالات الممكنة للسحب.

2) A و B حادثتان معرفتان كما يلي:

A :"الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان" ، B :" الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما".

– احسب $P(A)$ و $P(B)$.

التمرين الثاني(5 ن):

I. 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$.

2) استنتج حلول المعادلة : $(\overline{z}+2+2\sqrt{3}i)^2-2\overline{z}-4\sqrt{3}i=0$ حيث $\overline{z}$ هو مرافق z .

II. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A،B،C،D ذات اللواحق :

$z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $z_D=-1+3\sqrt{3}i$ على الترتيب.

1) أ) اوجد زاوية و نسبة التشابه المباشر f الذي مركزه B و يحول C إلى A ، ثم أعط العبارة المركبة له .

ب) عين احداثيي النقطة D' صورة النقطة D بالتشابه f ، ثم استنتج أن المثلثين BCD و BAD' متشابهان.

2) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث:

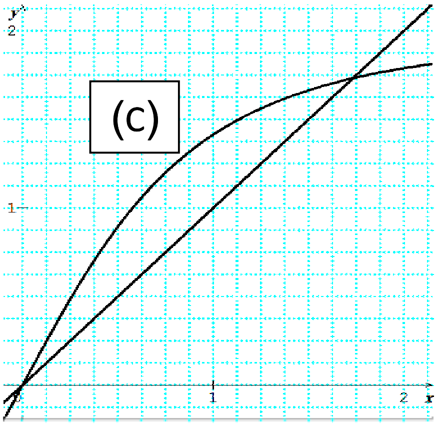
$$2z'=2\left(-i\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)z-1$$

أ) اكتب العدد α حيث : $\alpha=-i\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الاسي .

ب) عين طبيعة التحويل T و حدد عناصره المميزة.

3) أ) بين أن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق : $2(z+\bar{z})+z\times\bar{z}=0$ هي دائرة مركزها Ω ذات اللاحقة -2، يطلب تعيين نصف قطرها .

ب) عين صورة الدائرة (Γ) بالتحويل T.



التمرين الثالث(4 ن):

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C)للدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب) بين أنه إذا كان $x\in[1;\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$.

2) نعرف المتتالية (u_n) كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0، u_1 و u_2 على محور الفواصل– دون حسابها– مبرزا خطوط التمثيل، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\leq u_n\leq\sqrt{3}$.

جـ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

د) استنتج أن (u_n)متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n .

جـ) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

4) أحسب p_n بدلالة n حيث : $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times\ldots\ldots\ldots u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\ldots\ldots\ldots(3-u_n^2)}$.

التمرين الرابع (07ن) :

1) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{\ln x}{x}+e$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) أحسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

2) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+ex-e$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. (نأخذ: $\|\vec{j}\|=1\,cm$; $\|\vec{i}\|=2\,cm$)

أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عيّن نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$. ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T).

4) أرسم (T) و المنحنى (C_f).

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x\left[(\ln x)^2+a\ln x+b\right]$، حيث a وb عددان حقيقيان.

أ) عيّن a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$.

ب) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=\frac{1}{e}$ ، $x=1$ و $y=ex-e$.

6) لتكن k دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $k(x)=\frac{-1}{2}(ln|x|)^2-e|x|+e$

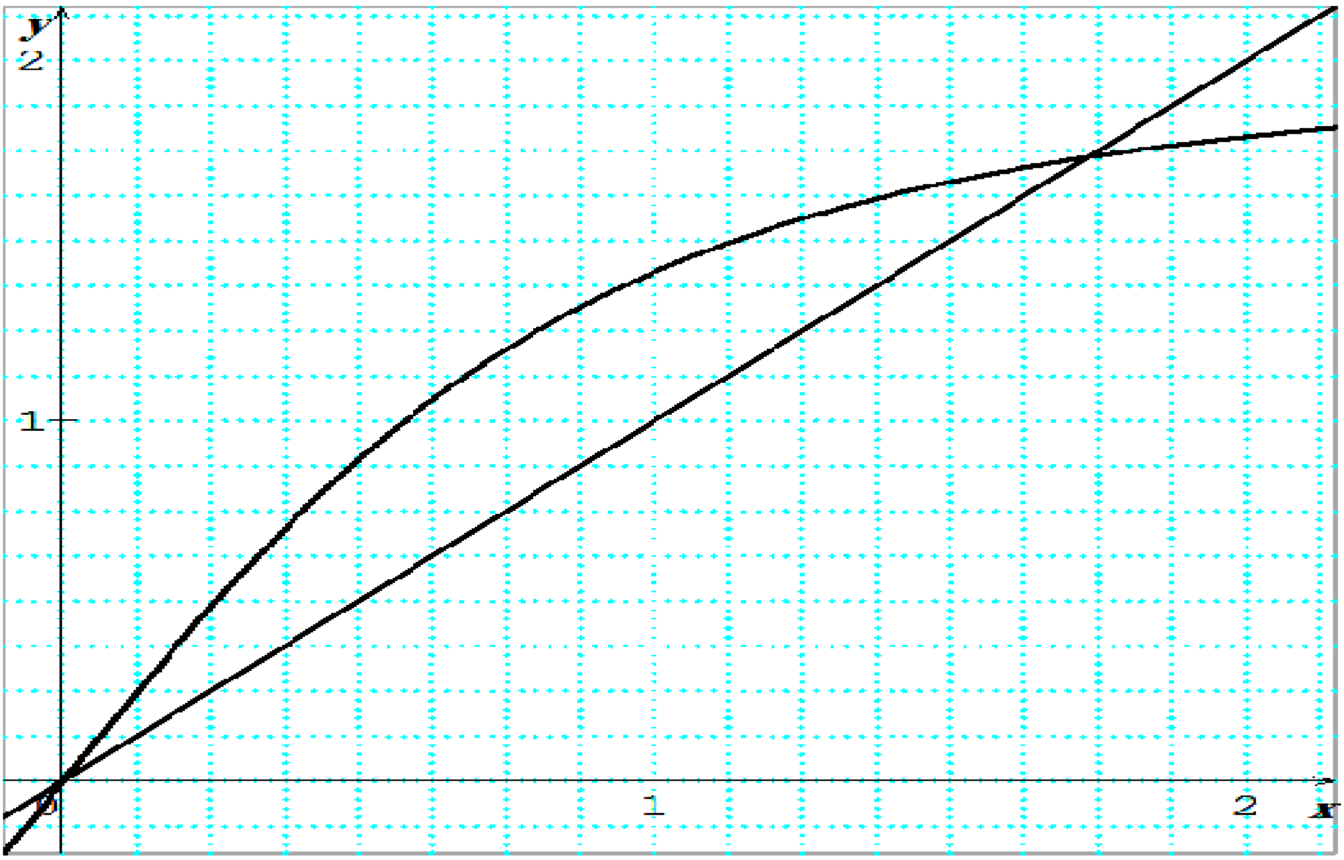
أ) اثبت أن k دالة زوجية.

ب) اشرح كيف يمكن استنتاج منحنى الدالة k انطلاقا من منحنى الدالة f ثم ارسمه.

7) ليكن m وسيطا حقيقيا.

أ) بين أن كل المستقيمات (Δ_m) حيث: $(\Delta_m): y=mx-m$ تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx-m$.



الإسم :

اللقب :

القسم : 3ع تج

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح في امتحان شهادة البكالوريا –عن أساتذة المادة–

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 ن)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1$ ، $z_B = 1+2i$ ، $z_C = 1+\sqrt{3}+i$ و $z_D = \overline{z_C}$.

1) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي ، ثم فسر هندسيا $arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC.

جـ) استنتج طبيعة التحويل R الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى C ، تطلب عبارته المركبة.

2) حدّد طبيعة الرباعي $ABCD$، ثم أحسب مساحته.

3) لتكن z_k لاحقة النقطة k صورة النقطة E ذات اللاحقة $z_E = i$ بواسطة التحويل R.

– بيّن أن: $z_k = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{5\pi}{12}\right)}+1$، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

4) أكتب العبارة المركبة للتحاكي H الذي مركزه A ونسبته -3 .

5) أ) أكتب العبارة المركبة للتحويل $S = R \circ H$ محددا طبيعته و عناصره المميزة .

ب) ليكن $AB'C'D'$ صورة الرباعي $ABCD$ بالتحويل S.

– بيّن أن مساحة الرباعي $AB'C'D'$ هي $18\sqrt{3}$ (مقدرة بوحدة المساحة).

التمرين الثاني(04ن):

في بلد 2% من المجتمع مصاب بفيروس، دراسة التحاليل للعثور على أثر هذا الفيروس أسفرت على ما يلي:
احتمال لكي يكون الشخص مصاب بالفيروس له نتيجة التحليل موجبة هو 0,99 و احتمال لكي يكون الشخص غير مصاب بالفيروس له نتيجة التحليل سالبة هو 0,97.

نختار عشوائيا نتيجة التحليل لشخص من هذا المجتمع . ونعتبر الحادثتين:

V: "الشخص مصاب بالفيروس" و T : " نتيجة التحليل موجبة ".

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية.

2) أحسب $P(V)$ ، $P(V \cap T)$ ، $P_V(T)$ ، $P_{\overline{V}}\left(\overline{T}\right)$.

3) برهن أن احتمال أن تكون نتيجة التحليل موجبة هو 0,0492.

4) احسب احتمال أن يكون الشخص غير مصاب بالفيروس علما أن نتيجة التحليل سالبة.

التمرين الثالث (04ن):

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;-1;4)$، $B(7;-1;-2)$ و $C(1;5;-2)$.

1) أ) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

2) (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = -2t \\ y = -2-2t \; ; \quad t \in \mathbb{R} \\ z = -3-2t \end{cases}$

أ) بين أن (Δ) عمودي على (ABC) ثم عين إحداثيي نقطة تقاطعهما G.

ب) بين أن G مركز ثقل المثلث ABC.

3) (S) سطح الكرة التي مركزها G و تشمل النقطة A.

أ) أكتب معادلة ديكارتية لـ (S) .

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (S) و (Δ).

التمرين الرابع (07 ن):

I. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$. و ليكن (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $\|\vec{i}\|=2cm$

1) أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$

ب) استنتج أن الدالة f فردية ثم احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ فان: $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$

3) أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

4) ارسم المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+1$ و المستقيم (Δ) ثم أنشئ (C_f).

5) ليكن λ عددا حقيقيا موجبا.

أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحصور بين المنحنى (C_f)، المستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$ ثم احسب $\lim_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$.

II. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$

1) اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n>0$.

2) أ) تحقق باستعمال نتيجة السؤال (2– ج) أنه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$.

ب) استنتج أن (u_n) متناقصة .ماذا يمكن القول عن تقاربها ؟

ج) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح في امتحان شهادة البكالوريا–عن أساتذة المادة–

تصحيح البكالوريا التجريبي

2017م / 2018م

الموضوع 1

التمرين 1 : (04)

عدد الحالات الممكنة هو: $C_{10}^{2} = 45$ (0,5)

I) 1) قيم X هي: $\{0\,;1\,;2\,;3\,;4\}$ (0,5)

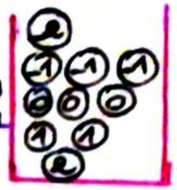
لأن عند السحب نتحصل على المجموعات :

$\underset{1}{\{-2;-1\}}\,;\underset{2}{\{-2;0\}}\,;\underset{3}{\{-2;1\}}\,;\underset{4}{\{-2;2\}}\,;\underset{0}{\{-1;-1\}}\,;$
$\underset{1}{\{-1;0\}}\,;\underset{2}{\{-1;1\}}\,;\underset{3}{\{-1;2\}}\,;\underset{0}{\{0;0\}}\,;\underset{1}{\{0;1\}}\,;\underset{2}{\{0;2\}}\,;$
$\underset{0}{\{1;1\}}\,;\underset{1}{\{1;2\}}.$

2) قانون الإحتمال لـ X :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{45}$	$\frac{20}{45}$	$\frac{12}{45}$	$\frac{5}{45}$	$\frac{1}{45}$

(1,25)



$$P(X=0) = \frac{C_2^2 + C_3^2 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{45}$$

$$P(X=1) = \frac{C_1^1\times C_3^1 + C_3^1\times C_3^1 + C_3^1\times C_2^1 + C_2^1\times C_1^1}{45} = \frac{20}{45}$$

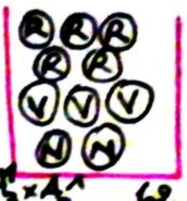
$$P(X=2) = \frac{C_1^1\times C_3^1 + C_3^1\times C_2^1 + C_3^1\times C_1^1}{45} = \frac{12}{45}$$

$$P(X=3) = \frac{C_1^1\times C_2^1 + C_3^1\times C_1^1}{45} = \frac{5}{45}$$

$$P(X=4) = \frac{C_1^1\times C_1^1}{45} = \frac{1}{45}\ ;$$

$E(X) = \frac{63}{45}$ (0,5) $\boxed{E = 1,4}$

II) 1) عدد الحالات الممكنة للسحب هو $\boxed{A_{10}^{2} = 90}$ (0,5)

2) 

A : "كرتان من لونين مختلفين".

$(R;V)\,;\,(R;N)\,;\,(V;N)$.

$$P(A) = \frac{2A_5^1\times A_3^1 + 2A_5^1\times A_2^1 + 2A_3^1\times A_2^1}{90} = \frac{62}{90} = \boxed{\frac{31}{45}}$$ (0,5)

B : "عددان موجبان تماما"

$$P(B) = \frac{A_3^2}{90} = \frac{6}{90} = \boxed{\frac{3}{45}}$$ (0,25)

التمرين 2 : (05)

I) 1) $z^2 - 2z + 4 = 0$.

$\Delta = 4 - 4(4) = -12 = 12i^2$

$z_1 = \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{2} = \boxed{1 - \sqrt{3}i}\ ;\ z_2 = \boxed{1 + \sqrt{3}i}$ (0,5)

2) نضع : $Z = \bar{z} + 2 + 2\sqrt{3}i$ (0,25)

أي : $\bar{z} = Z - 2 - 2\sqrt{3}i$ المعادلة تصبح :

$Z^2 - 2(Z - 2 - 2\sqrt{3}i) - 4\sqrt{3}i = 0$

تصبح : $Z^2 - 2Z + 4 = 0$ (0,25)

منه : $(Z = 1 + i\sqrt{3})$ أو $(Z = 1 - i\sqrt{3})$

أي : $(\bar{z} = 1 + i\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3}i)$ أو $(\bar{z} = 1 - i\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3}i)$

منه : $(\bar{z} = -1 - i\sqrt{3})$ أو $(\bar{z} = -1 - 3i\sqrt{3})$

إذن : $\boxed{(z = -1 + i\sqrt{3}) \text{ أو } (z = -1 + 3i\sqrt{3})}$ (0,5)

II) 1) أ)

$$a = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = \frac{1 + i\sqrt{3} - 1 + i\sqrt{3}}{-1 + i\sqrt{3} - 1 + i\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2i\sqrt{3}}{-2 + 2i\sqrt{3}} = \frac{i\sqrt{3}(-1 - i\sqrt{3})}{(-1 + i\sqrt{3})(-1 - i\sqrt{3})}$$

$$= \frac{-i\sqrt{3} + 3}{1 + 3} = \boxed{\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i}$$ (0,5)

نسبة التشابه : $|a| = \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{12}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (0,25)

زاوية التشابه : $\frac{-\pi}{6}$ (0,25) $\begin{cases} \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = -\frac{1}{2} \end{cases}$ $\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

العبارة المركبة لـ f : $z' = az + b$

$z_B = \frac{b}{1-a} \Rightarrow b = (1 - i\sqrt{3})(1 - a)$.

$b = (1 - i\sqrt{3})\left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i\right) = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i - \frac{\sqrt{3}}{4}i + \frac{3}{4} = 1$

$\boxed{z' = \left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right)z + 1}$ (0,25)

ب) $z_{D'} = \left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right)(-1 + 3\sqrt{3}i) + 1$

$= -\frac{3}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{4}i + \frac{\sqrt{3}}{4}i + \frac{9}{4} + 1$

$= \frac{10}{4} + \frac{10\sqrt{3}}{4}i$ (0,25) $\boxed{z_{D'} = \frac{5}{2} + i\frac{5\sqrt{3}}{2}}$

النقط B ، A ، D' صور B ، C ، D على الترتيب بـ f

إذن : $\left(BA = \frac{\sqrt{3}}{2}BC\right)$ و $\left(BD' = \frac{\sqrt{3}}{2}BD\right)$ و $\left(AD' = \frac{\sqrt{3}}{2}CD\right)$

منه : $\frac{BA}{BC} = \frac{BD'}{BD} = \frac{AD'}{CD}$ وبالتالي المثلثان (0,5)

BCD و BAD' متشابهان.

2) أ) $\alpha = -i\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}$

$\alpha = -i\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$

$|\alpha| = 1$ و $\arg(\alpha) = \frac{-\pi}{3}\ ;$ $\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

$\boxed{\alpha = e^{-i\frac{\pi}{3}}}\ \boxed{\alpha = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ (0,5)

ب) $z' = \alpha z - \frac{1}{2} = e^{-i\frac{\pi}{3}}z - \frac{1}{2}$

$|\alpha| = 1$ منه T دوران زاويته $-\frac{\pi}{3}$ ومركزه w :

$z_w = \frac{b}{1-a} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 + i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} = \boxed{-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i}$ (0,5)

$w\left(-\frac{1}{4}\,;\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

3) أ) $2(z + \bar{z}) + z\times\bar{z} = 0$.

$2(2x) + x^2 + y^2 = 0$.

$x^2 + y^2 + 4x = 0$

$(x+2)^2+y^2=4$. 0,25

منه: (٢) دائرة مركزها $\Omega(-2;0)$ ونق = 2

ب) صورة الدائرة (٢) بالدوران r هي دائرة لها نفس نصف القطر 2 ومركزها Ω' حيث:

0,25 $z_{\Omega'} = \alpha z_{\Omega} - \frac{1}{2} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}i+\frac{1}{2}\right)(-2)-\frac{1}{2}$

$\boxed{z_{\Omega'} = -\frac{3}{2}+\sqrt{3}i}$ $\Omega'\left(-\frac{3}{2};\sqrt{3}\right)$.

التمرين 3: (4ن)

أ (1 $f'(x) = \dfrac{2\sqrt{x^2+1} - \left(\dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}\right)\times 2x}{x^2+1}$

0,25

$= \dfrac{2(x^2+1)-2x^2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

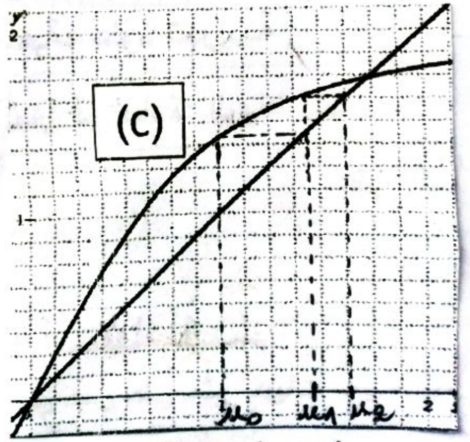
0,25 $f'(x)>0$ منه: f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

ب) لدينا: $1\le x\le\sqrt{3}$ فإن $f(1)\le f(x)\le f(\sqrt{3})$

لأن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ أي: 0,25

منه: $1\le\frac{2}{\sqrt{2}}\le f(x)\le\sqrt{3}$ منه: $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$

أ (2



0,5

التخمين: (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة (نحو $\sqrt{3}$). 0,25

ب) لدينا: $u_0 = 1$ أي: $1\le u_0\le\sqrt{3}$ محققة 0,25

نفرض أن: $1\le u_n\le\sqrt{3}$ وحسب السؤال (1-ب)

فإن: $1\le f(u_n)\le\sqrt{3}$ أي أن: $1\le u_{n+1}\le\sqrt{3}$. 0,25

جـ) $u_{n+1}-u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n$ 0,25

$= \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا مما سبق $1\le u_n\le\sqrt{3}$ منه: $2\le u_n^2+1\le 4$

أي: $\sqrt{u_n^2+1}\le 2$ إذن: $2-\sqrt{u_n^2+1}\ge 0$

وكذلك $1\le u_n$ أي: $u_n>0$ والمقام موجب تماما

إذن: $u_{n+1}-u_n>0$ منه (u_n) متزايدة تماما 0,25

د) بما أن (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بـ $\sqrt{3}$

فهي متقاربة. 0,25

أ (3 $v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2}$

$= \dfrac{\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \dfrac{4u_n^2}{3u_n^2+3-4u_n^2}$

$v_{n+1} = 4\left(\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$ 0,25

منه: (v_n) م.هـ أساسها $\boxed{q=4}$ وحدها الأول v_0 حيث: $v_0 = \dfrac{u_0^2}{3-u_0^2}$ أي: $\boxed{v_0=\frac{1}{2}}$

ب) أي: $v_n = v_0\times q^n$ 0,25 $\boxed{v_n = \frac{1}{2}\times 4^n}$ أو $v_n = 2^{2n-1}$

لدينا: $v_n = \dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$ منه: $v_n(3-u_n^2)=u_n^2$

أي: $3v_n - v_n u_n^2 = u_n^2$ منه: $u_n^2(1+v_n)=3v_n$

أي: $u_n^2 = \dfrac{3v_n}{1+v_n}$ إذن: $u_n = \sqrt{\dfrac{3v_n}{1+v_n}}$

ومنه: $u_n = \sqrt{\dfrac{3\times\frac{1}{2}\times 4^n}{1+\frac{1}{2}\times 4^n}}$ أو $\boxed{u_n = \sqrt{\dfrac{3\times 2^{2n-1}}{1+2^{2n-1}}}}$ 0,25

جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{\dfrac{3\times 2^{2n-1}}{1+2^{2n-1}}} = \lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{\dfrac{3}{\underbrace{\frac{1}{2^{2n-1}}}_{\to 0}+1}}$

$\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \sqrt{3}}$ 0,25

(4 $P_n = \dfrac{(u_0\times u_1\times\dots\times u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\times\dots\times(3-u_n^2)}$

$= \dfrac{u_0^2}{3-u_0^2}\times\dfrac{u_1^2}{3-u_1^2}\times\dots\times\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

$= v_0\times v_1\times\dots\times v_n$

$= v_0\times(v_0\times q)\times\dots\times(v_0\times q^n)$. 0,25

$= v_0^{n+1}\times q^{1+2+\dots+n}$

$= v_0^{n+1}\times q^{\frac{n}{2}(1+n)} = \boxed{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times 4^{\frac{n}{2}(n+1)}}$

أي: $P_n = 2^{-n-1}\times 2^{n(n+1)} = \boxed{2^{n^2-1}}$

التمرين 4: (7ن)

أ (1 $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\overbrace{\ln x}^{\to-\infty}}{\underbrace{x}_{\to 0^+}}+e = \boxed{-\infty}$ 0,25

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{\dfrac{\ln x}{x}}_{\to 0}+e = \boxed{e}$ 0,25

$g'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}\times x - 1\ln x}{x^2} = \boxed{\dfrac{1-\ln x}{x^2}}$ 0,25

المقام موجب تماما.

$g'(x)>0$ لما $1-\ln x>0$ أي: $\ln x<1$ أي: $x<e$

x	0		e		$+\infty$
	‖	+ ↗g		− ↘g	

x	0		e		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$-\infty \nearrow$	$\frac{1}{e}+e$	$\searrow e$	

(0,25)

ب) $g\left(\frac{1}{e}\right)=\dfrac{\ln\frac{1}{e}}{\frac{1}{e}}+e=\dfrac{-\ln e}{\frac{1}{e}}+e=-e+e=0$ (0,25)

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

(0,25)

2) $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+ex-e$

أ) $f'(x)=\frac{1}{2}\times 2\ln x\times\frac{1}{x}+e$

$=\dfrac{\ln x}{x}+e=g(x)$ (0,25)

$0 \;\Vert\; - \;\; \frac{1}{e} \;\; + \;\; \to +\infty$; $\searrow f$ ، $\nearrow f$

ب) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{2}(\ln x)^2+ex-e\right]=\boxed{+\infty}$ (0,25)

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\boxed{+\infty}$ (0,25)

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{3}{2}-e\simeq-1{,}21$	$\nearrow$	$+\infty$

$\frac{1}{e}\simeq 0{,}36$ (0,5)

3) أ) $(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$f(1)=0$ ، $f'(1)=e$ ومنه: $(T): \boxed{y=ex-e}$ (0,25)

ب) الوضعية:

$f(x)-y=\frac{1}{2}(\ln x)^2$

$f(x)-y=0$ لما $x=1$.

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$+$	
وضعية (C_f) و (T)		(C_f) فوق (T)	(C_f) يقطع (T) في النقطة $A(1;0)$	(C_f) فوق (T)	

(0,5)

4) رسم (T) والمنحنى (C_f) (0,5) + (0,25)

5) أ) $h'(x)=(\ln x)^2+a\ln x+b+x\left[\frac{2\ln x}{x}+\frac{a}{x}\right]$

$=(\ln x)^2+(a+2)\ln x+b+a$ (0,25)

بالمطابقة مع $(\ln x)^2$ نجد: $\begin{cases}a+2=0\\ \text{و}\\ b+a=0\end{cases}$

ومنه: $\boxed{a=-2}$ و $\boxed{b=2}$ (0,5)

أي: $h(x)=x\left[(\ln x)^2-2\ln x+2\right]$

ب) $\mathcal{A}=\left[\int_{\frac{1}{e}}^{1}(f(x)-y)\,dx\right]\times\|\vec{i}\|\times\|\vec{j}\|$

$=\left[\int_{\frac{1}{e}}^{1}\frac{1}{\cancel{2}}(\ln x)^2\,dx\right]\times 1\times\cancel{2}$

$=\left[h(x)\right]_{\frac{1}{e}}^{1}=h(1)-h\left(\frac{1}{e}\right)$ (0,5)

$\mathcal{A}=\left(2-\frac{5}{e}\right)cm^2$ $\boxed{\mathcal{A}\simeq 0{,}16\,cm^2}$

6) $k(x)=-\frac{1}{2}(\ln|x|)^2-e|x|+e$.

أ) * $\mathbb{R}^*$ متناظر/ل 0 . (0,25)

$k(-x)=-\frac{1}{2}(\ln|-x|)^2-e|-x|+e$.

$=-\frac{1}{2}(\ln|x|)^2-e|x|+e$.

$=k(x)$

ومنه k دالة زوجية.

ب) * لما $x>0$ فإن: $k(x)=-f(x)$

إذن على المجال $]0;+\infty[$ فإن المنحنى (C_k) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل (0,25)

* ولما $x<0$ أي على المجال $]-\infty;0[$ نناظر الجزء المرسوم على المجال $]0;+\infty[$ بالنسبة لمحور التراتيب لأن k زوجية.

رسم (C_k) (0,25)

7) أ) $y=mx-m$ تكافئ $mx-y-m=0$

أي: $m(x-1)-y=0$

المعادلة محققة مهما كانت قيمة m

لما $(x-1=0)$ و $(y=0)$ أي:

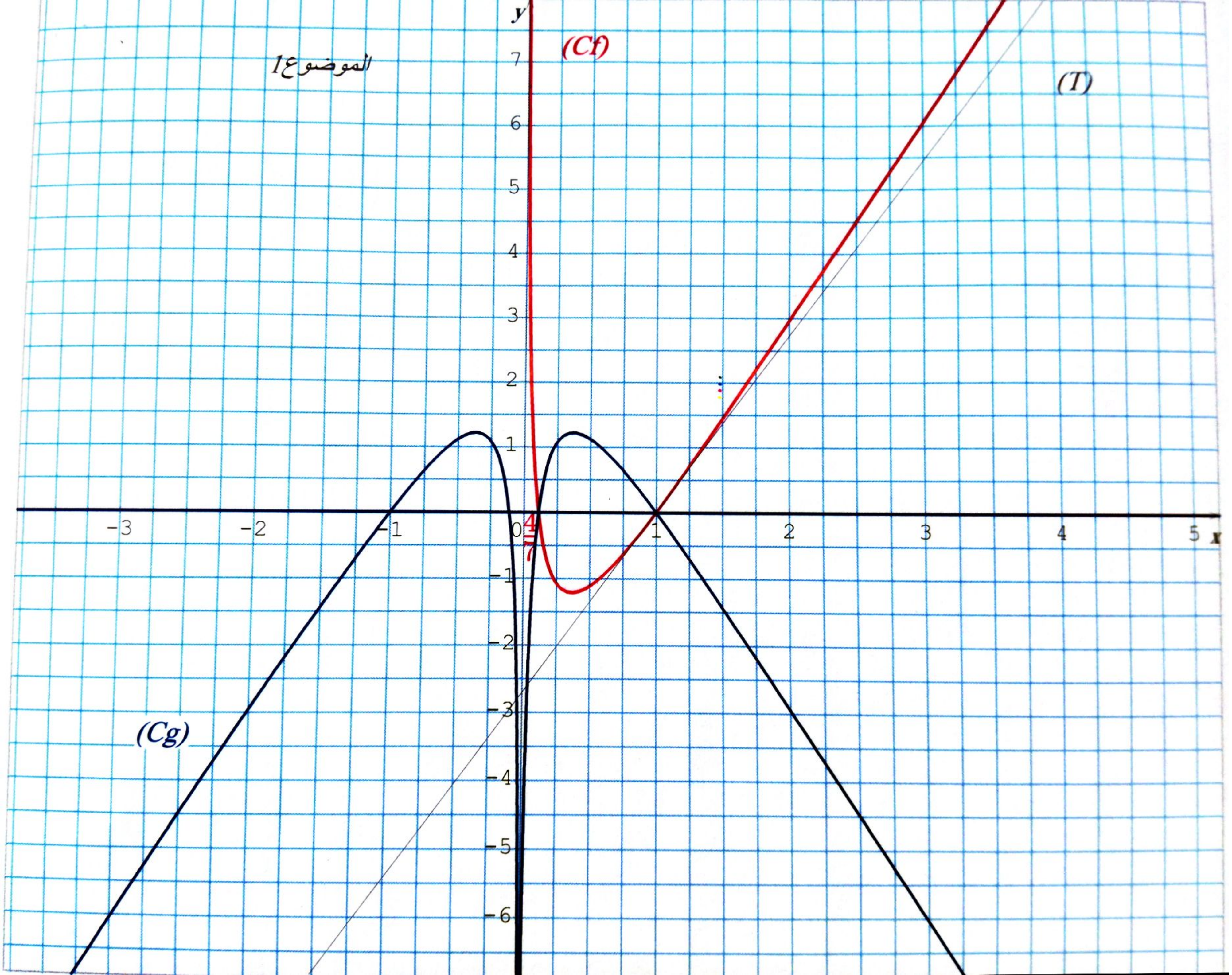
$(x;y)=(1;0)$ (0,25)

وهي النقطة A التي تنتمي إلى كل المستقيمات (Δ_m) .

ب) عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$

* لما $m\in[e;+\infty[$ فإن المعادلة السابقة تقبل حلا وحيدا. (0,25)

* لما $m\in]-\infty;e[$ فإن المعادلة تقبل حلين متمايزين (0,25)


الموضوع1
(Cf)
(T)
(Cg)
x
y
0
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
1
2
3
4
5
6
7
-1
-2
-3
-4
-5
-6

تصحيح البكالوريا التجريبي

الموضوع 2

التمرين 1: (5ن)

1) أ) $a=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{1+\sqrt{3}+i-1}{1+2i-1}$

$=\frac{\sqrt{3}+i}{2i}\times\frac{i}{i}=\frac{i\sqrt{3}-1}{-2}$

$$\boxed{\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

بوضع: $a=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ نجد:

$|a|=1$ و $\arg(a)=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ أي:

$\boxed{a=e^{-i\frac{\pi}{3}}}$ 0,25

$(\vec{AB};\vec{AC})=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ 0,25

ب) المثلث ABC متقايس الأضلاع لأنّ $|a|=1$ و $(\vec{AB};\vec{AC})=-\frac{\pi}{3}$. 0,25

جـ) R دوران لأنّ $|a|=1$. مركزه A وزاويته $(-\frac{\pi}{3})$. 0,25

$z'-z_A=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z-z_A)$

$z'=(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})(z-1)+1$

0,5 $\boxed{z'=(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})z+\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}}$

2) ABCD معيّن لأنّ قطراه متناصفان 0,5 ومتعامدان ذلك لأنّ النقطة $I(\frac{2+\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2})$ منتصف [AC] و[BD] ولدينا:

$\vec{AC}\cdot\vec{BD}=0$ ؛ أي: $(AC)\perp(BD)$

$\vec{AC}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\1\end{pmatrix}$; $\vec{BD}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\-3\end{pmatrix}$ ، $\sqrt{3}\sqrt{3}+1(-3)=0$

ومساحته: $S_{ABCD}=2S_{ABC}$

$S_{ABC}=\frac{AC\times BI}{2}$; $AC=2$ 0,5

و $\vec{BI}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2}\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ منه: $BI=\sqrt{3}$

منه: $S_{ABC}=\sqrt{3}$ إذن: $\boxed{S_{ABCD}=2\sqrt{3}}$

3) $z_K-z_A=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E-z_A)$.

أي: $z_K=e^{-i\frac{\pi}{3}}(i-1)+1$.

مع $i-1=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ منه:

$z_K=e^{-i\frac{\pi}{3}}\times\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}+1$.

$\boxed{z_K=\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}+1}$ 0,5

$z_K=\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12})+1$

$=\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12}+1+i\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}$.

الشكل الجبري لـ z_K:

$z_K=(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)(i-1)+1$.

$=\frac{1}{2}i-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i+1$.

$=(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2})+i(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2})$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases}\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12}+1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

2017/2018م.

منه:

$$\begin{cases}\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} & 0,25\\ \sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} & 0,25\end{cases}$$

4) $\vec{AM'}=-3\vec{AM}$.

$z'-z_A=-3(z-z_A)$.

$\boxed{z'=-3z+4}$ 0,5

5) أ) $z\xrightarrow{H}z'\xrightarrow{R}z''$

$z'=-3z+4$ و $z''=(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})z'+\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

منه: $z''=(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})(-3z+4)+\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z''=(-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i)z+2-2i\sqrt{3}+\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\boxed{z''=(-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i)z+\frac{5}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}i}$$

نضع: $a_1=-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

$|a_1|=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{27}{4}}=\boxed{3}$ 0,25

منه S تشابه نسبته 3 مركزه A 0,25 وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ 0,25 لأنّ:

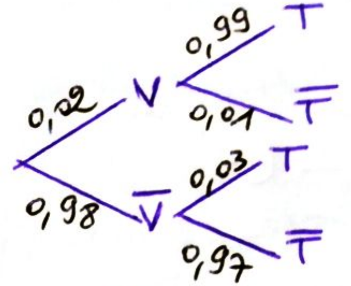
$$\begin{cases}\cos\theta=-\frac{1}{2}\\ \sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

ب) $S_{AB'C'D'}=3^2S_{ABCD}$

$\boxed{S_{AB'C'D'}=18\sqrt{3}}$ 0,25

التمرين 2: (4ن)

1) الشجرة:



(1,5)

2) * $P(V) = 0{,}02$ (0,25)

* $P(V\cap T) = 0{,}02\times 0{,}99 = \boxed{0{,}0198}$ (0,25)

* $P_V(T) = \dfrac{P(V\cap T)}{P(V)} = \dfrac{0{,}0198}{0{,}02} = \boxed{0{,}99}$ (0,25)

* $P_{\overline{V}}(\overline{T}) = \dfrac{P(\overline{V}\cap\overline{T})}{P(\overline{V})} = \dfrac{0{,}98\times 0{,}97}{0{,}98} = \boxed{0{,}97}$ (0,25)

3) $P(T) = P(V\cap T) + P(\overline{V}\cap T)$ (0,75)

$= 0{,}02\times 0{,}99 + 0{,}98\times 0{,}03 = \boxed{0{,}0492}$

4) $P_{\overline{T}}(\overline{V}) = \dfrac{P(\overline{V}\cap\overline{T})}{P(\overline{T})} = \dfrac{0{,}98\times 0{,}97}{1-0{,}0492} = \boxed{0{,}999}$ (0,75)

التمرين 3: (4ن)

1) أ)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7-1\\-1+1\\-2-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\0\\-6\end{pmatrix}$ (0,25)

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1-1\\5+1\\-2-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\6\\-6\end{pmatrix}$ (0,25)

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}1-7\\5+1\\-2+2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\6\\0\end{pmatrix}$ (0,25)

$AB = AC = BC = \boxed{6\sqrt{2}}$ (0,5)

ب) $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \text{و}\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ منه: $\vec{n}$ ناظمي لـ(ABC) (0,25)

$(ABC): x+y+z+d=0.$

$A\in(ABC): 1-1+4+d=0.$

منه: $\boxed{d=-4}$

$\boxed{(ABC): x+y+z-4=0}$ (0,5)

2) أ) لدينا: $\vec{u}_{(\Delta)} = -2\vec{n}$ منه: $(ABC)\perp(\Delta)$. (0,25)

تقاطع (Δ) و(ABC):

$(-2t)+(-2-2t)+(-3-2t)-4=0.$

$-6t-9=0. \Rightarrow \boxed{t=-\frac{3}{2}}$

نعوض t في التمثيل الوسيطي لـ(Δ) نجد:

$\boxed{G(3;1;0)}$ (0,75)

ب) مركز ثقل ABC:

$\left(\dfrac{1+7+1}{3}; \dfrac{-1-1+5}{3}; \dfrac{4-2-2}{3}\right)$ (0,25)

أي: $\boxed{(3;1;0)}$ وهي إحداثيات G.

منه G مركز ثقل المثلث ABC.

3) أ) $(S): (x-3)^2+(y-1)^2+z^2=r^2$

حيث: $r=GA$ مع $\overrightarrow{GA}\begin{pmatrix}1-3\\-1-1\\4-0\end{pmatrix}$

منه: $\overrightarrow{GA}\begin{pmatrix}-2\\-2\\4\end{pmatrix}$ $GA=\sqrt{24}$

منه: $(S): x^2-6x+9+y^2-2y+1+z^2=24$ (0,5)

$\boxed{(S): x^2+y^2+z^2-6x-2y-14=0.}$

4) G تنتمي إلى (Δ) وهي مركز سطح الكرة (S) ومنه: $\boxed{(S)\cap(\Delta)=\{I;J\}}$

حيث $[IJ]$ قطر لـ(S). (0,25)

أو بطريقة أخرى نعوض التمثيل الوسيطي لـ(Δ) في معادلة (S) فنجد:

$12t^2+36t+3=0.$

$\Delta>0$ منه يوجد حلين t_1، t_2 أي أن (Δ) يقطع (S) في نقطتين متمايزتين.

التمرين 4: (7ن)

I) 1) أ) لدينا: $\dfrac{1}{e^{-x}+1} = \dfrac{1}{\frac{1}{e^x}+1} = \dfrac{1}{\frac{1+e^x}{e^x}}$

$= \dfrac{e^x}{1+e^x}$ (0,25)

ولدينا: $1-\dfrac{1}{e^x+1} = \dfrac{e^x+\cancel{1}-\cancel{1}}{e^x+1} = \dfrac{e^x}{e^x+1}$

ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $-x$ من $\mathbb{R}$ و:

$f(-x) = 1+\frac{1}{2}x-\dfrac{2}{e^{-x}+1}$

$= 1+\frac{1}{2}x-2\times\left[\dfrac{1}{e^{-x}+1}\right]$

$= 1+\frac{1}{2}x-2\times\left[1-\dfrac{1}{e^x+1}\right]$ (0,25)

$= 1+\frac{1}{2}x-2+\dfrac{2}{e^x+1}$

$= -1+\frac{1}{2}x+\dfrac{2}{e^x+1} = -f(x)$

منه: f فردية.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}\right] = \boxed{+\infty}$$ (0,25)

بما أن f فردية إذن: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$ (0,25)

(أو نحسبها مباشرة).

2) أ) $f'(x) = -\frac{1}{2} - \frac{-2e^{x}}{(e^{x}+1)^2}$

$$= \frac{-(e^{x}+1)^2+4e^{x}}{2(e^{x}+1)^2} = \frac{-e^{2x}-2e^{x}-1+4e^{x}}{2(e^{x}+1)^2}$$

$$= \frac{-(e^{x}-1)^2}{2(e^{x}+1)^2} = -\frac{1}{2}\left[\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right]^2$$ (0,5)

ب) $f'(x)<0$ من أجل $x\in\mathbb{R}^*$ و $f'(x)=0$ لما $x=0$

منه: (0,5) $-\infty$ — ↘f 0 — ↘f $+\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↘ $-\infty$

(0,25)

ج) لدينا من أجل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\leq 0$

أي: $1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}\leq 0$ منه: $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$ (0,25)

3) أ) $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-2}{e^{x}+1}\right] = \boxed{0}$ (0,25) (0,25)

منه المستقيم (D) ذو المعادلة: $y=-\frac{1}{2}x+1$

هو مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$

ب) بما أن f فردية إذن (C_f) يقبل بجوار $(-\infty)$ مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) له معادلة

من الشكل: $-y=\frac{1}{2}x+1$ (0,5) أي: $\boxed{y=-\frac{1}{2}x-1}$

4) رسم (D)، (Δ) و (C_f). (0,5)+(0,25)+(0,25)

5) أ) $\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1} = \frac{e^{-x}\times e^{x}}{e^{x}(e^{-x}+1)} = \frac{1}{1+e^{x}}$ (0,25)

ب) $\mathcal{A}(\lambda) = \left[\int_0^{\lambda}(y-f(x))\,dx\right]\times\|\vec{i}\|\times\|\vec{j}\|$

$$=4\left[\int_0^{\lambda}\frac{2}{e^{x}+1}dx\right] = 8\int_0^{\lambda}\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}dx$$

$$=-8\int_0^{\lambda}\frac{-e^{-x}}{e^{-x}+1}dx = -8\left[\ln(e^{-x}+1)\right]_0^{\lambda}$$

$$=-8\left[\ln(e^{-\lambda}+1)-\ln 2\right] = \boxed{-8\ln\left(\frac{e^{-\lambda}+1}{2}\right)}$$ (0,5)

$$\lim_{\lambda\to+\infty}\mathcal{A}(\lambda) = -8\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{8\ln 2}$$

III) $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$

1) * لدينا $u_0=1$ أي: $u_0>0$ ($P(0)$ محققة)

* نفرض أن $u_n>0$ منه: $e^{u_n}>1$ منه:

$e^{u_n}+1>2$ أي: $\frac{1}{e^{u_n}+1}<\frac{1}{2}$ ومنه: $\frac{2}{e^{u_n}+1}<1$

وإذن: $1-\frac{2}{e^{u_n}+1}>0$ أي: $u_{n+1}>0$ (0,5)

2) أ) من السؤال (2-ج) لدينا $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$

وهذا لما $x\in[0;+\infty[$ إذن بما أن $u_n>0$

فإن: $1-\frac{2}{e^{u_n}+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ أي: $\boxed{u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n}$ (0,25)

ب) لدينا: $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ أي: $u_{n+1}-u_n\leq\frac{1}{2}u_n-u_n$

منه: $u_{n+1}-u_n\leq-\frac{1}{2}u_n$

وبما أن $u_n>0$ فإن: $-\frac{1}{2}u_n<0$ أي:

$u_{n+1}-u_n<0$ ومنه (u_n) متناقصة. (0,25)

* بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة. (0,25)

ج) نضع: $P(n): u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$

* من أجل $n=0$: $u_0=1$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$ منه: $P(0)$ محققة.

* نفترض أن: $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ (فرضية التراجع)

* نبرهن أن: $u_{n+1}\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

لدينا مما سبق: $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ (0,25)

ومن فرضية التراجع: $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$

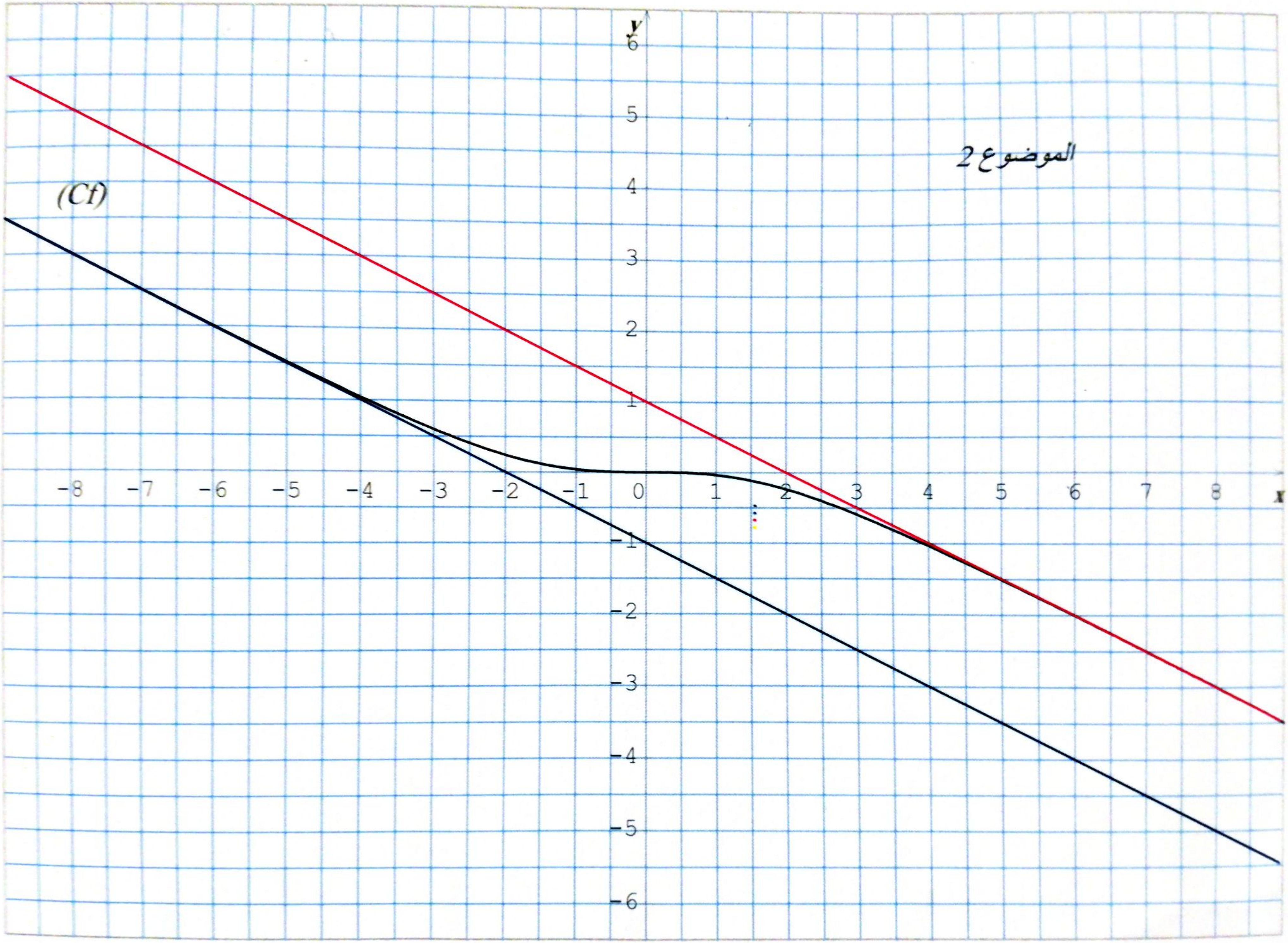
منه: $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

أي: $\boxed{u_{n+1}\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$

لدينا: $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

وبما أن $u_n>0$ فإن: $\boxed{\lim_{n\to+\infty}u_n=0}$ (0,25)

بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا



الموضوع 2
(Cf)
y
x
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6