الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ميلة

مقاطعات ميلة : 1 – 2 – 3

البكالوريا التجريبية 2018

" رياضيات "

"تقني رياضي "

" علوم تجريبية "

" آداب وفلسفة ؛ آداب ولغات أجنبية "

2018/ 2017

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) | مقاطعات ميلة 1 -2 -3

الشعبة : رياضيات | دورة : ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات | المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04 ن)

- أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) إذا كان b, a عددان طبيعيان غير معدومين أوليين فيما بينهما فإن : $PGCD(a+b, ab)=1$.

2) رقم آحاد العدد $(1439)^{2018}$ يساوي الواحد .

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

3) لتكن النقط $A(1;1;2)$ ، $B(1;1;-2)$ و $C(0;1;0)$. المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x-y+1=0$

4) (P) مستوي معادلته الديكارتية $x+y+z-3=0$. ولتكن النقطتان $C(3;-2;2)$ و $D(6;1;5)$

المستقيم (CD) عمودي على المستوي (P) في النقطة C .

5) شعاع توجيه للمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(t \in]0,+\infty[)$ $\begin{cases} x = 1-\ln t \\ y = -\ln\left(\dfrac{e}{t}\right) \\ z = -1+\ln\left(e^2 t\right) \end{cases}$ هو $\vec{U}(-1;-1;1)$

التمرين الثاني : (04.5 ن)

يحتوي صندوق على 14 كرة متجانسة و مرقمة من 1 الى 14.

نسحب بطريقة عشوائية و في آن واحد ثلاث كرات.

1) احسب احتمال الحوادث الآتية :

E_1 " الأرقام التي تحملها الكرات من مضاعفات 4 "

E_2 " كرتين على الأكثر تحمل رقما يقبل القسمة على 4"

E_3 " الكرات تحمل أعدادا يمكن تشكيل بها متتالية حسابية أساسها 4 "

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي أرقامها تقبل القسمة على 4 .

- عين قانون الاحتمال لهذا المتغير ثم أحسب أمله الرياضي.

3) A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث : $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

أ- اثبت أن $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P(B)$ حيث $\overline{A}$ ترمز للحادثة العكسية لـ A

- استنتج أن $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})\times P(\overline{B})$ حيث $\overline{B}$ ترمز للحادثة العكسية لـ B

- نضع $P(A)=a$ و $P(B)=b$. أحسب $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ بدلالة a و b

ب- نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=e^{-x}+x-1$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-x\le e^{-x}$.

ج - بفرض أن $a+b=\frac{1}{2}$. أثبت أن $\frac{1}{2}\le P(\overline{A}\cap\overline{B})\le\frac{1}{\sqrt{e}}$

التمرين الثالث (05 ن)

نعتبر العدد المركب a حيث $a=1-3i$ ولتكن المعادلة :

$z^3+2\alpha z^2+14z-2\beta=0 \;.......(E)$ حيث α , β عددين حقيقيين .

أ- إذا كان a حل للمعادلة (E) بين أن $\overline{a}$ حل لها ، ثم أوجد العددين الحقيقيين α , β .

ب- بوضع $\beta=10$, $\alpha=-2$ عين حلول المعادلة (E) .

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A , B , C لواحقها على الترتيب :

$a=1-3i$, $b=1+i$, $c=\text{Im}(b^2)$

1) أ- عين d لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{-\pi}{2}$.

ب- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z+e^{\frac{\pi}{2}i}=\sqrt{5}e^{i\theta}$ لما θ يمسح IR .

2) أ- برر وجود تشابه مباشر S يحول C إلى D و O نقطة صامدة بواسطة S. عين عناصره المميزة .

ب- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالتحويل S .

ج- E نقطة من المستوي لاحقتها $z_E=-2$. عين $z_{E'}$ لاحقة E' صورة النقطة E بالتحويل S .

د- ماذا تستنتج بالنسبة للمثلثين $DE'A'$ و CEA .

3) عين (Γ') مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg\left[(z-z_E)^2\right]=\arg\left(z_B^{\,2018}\right)+\arg\left(z_E^{\,29}\right)$

التمرين الرابع : (06.5 ن)

g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$

.1 احسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\longrightarrow} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

.2 احسب $g'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة g .

.3 استنتج إشارة $g(x)$ و ذلك حسب قيم x .

.I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $\begin{cases} f(x)=x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) & : x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

(1 **أ-** اثبت أن f دالة مستمرة على يمين 0 .

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f وذلك على يمين 0 . فسر هندسيا النتيجة المحصل عليها .

(2 اثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$)

(3 احسب $f'(x)$ من أجل $x>0$. شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4 برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=-\frac{1}{2}$. فسر النتيجة هندسيا ثم ارسم (C_f) .

.II n عدد طبيعي غير معدوم . ولتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_n=\int_1^n x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)dx$.

أ- باستعمال التكامل بالتجزئة أوجد عبارة u_n بدلالة n . (لاحظ أن: $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$)

ب- اعط تفسيرا هندسيا للحد u_{2018} .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (04.5 ن)

1) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

ب- استنتج باقي قسمة العدد $3+2018^{2021^{1439}}$ على 7 .

ج- عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $2^{2n}-2^{6n}+2^n \equiv 5[7]$

2) أ- عين $PGCD(828;144;2340)$.

ب- نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$ المعادلة $828x-2340y=\alpha.......(E)$ (α عدد صحيح نسبي).

- عين مجموعة قيم α حتى تقبل المعادلة حلولا في المجموعة $\mathbb{Z}^2$.

- بوضع $\alpha=144$. عين مجموعة الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{ab0ab}$ في نظام تعداد أساسه 5 ، و يكتب $\overline{ba200}$ في نظام تعداد أساسه 6.

- عين الأعداد الطبيعية a , b ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

4) أ- حلل العدد 2018 إلى جداء عوامل أولية .

ب- عين الثنائيات الطبيعية (x,y) بحيث : $\begin{cases} m+d=2018 \\ d>2 \\ d=PGCD(x,y) \quad و \quad m=PPCM(x,y) \end{cases}$

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات مرقمة بـ $2;2;1;1;1;0$ (كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)

نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_1

I. أ- احسب عدد الحالات الممكنة للسحب .

ب- نعتبر الحوادث التالية: A " الكرتان تحملان نفس الرقم"

B " كرة واحدة تحمل رقما فرديا على الأكثر"

C " الكرتان تحملان رقمين يمكن تشكيل بهما عددا مكتوبا في النظام الثنائي "

- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$

- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين من الصندوق U_1 جداء الرقمين المسجلين .
- عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي .

II. نعتبر صندوق آخر U_2 يحتوي على 9 كرات منها 3 حمراء ، 4 بيضاء وكرتان خضراوان .
نسحب في آن واحد n كرة من U_2 حيث n هو مجموع أرقام الكرتين المسحوبتين من U_1

- احسب احتمال الحادثة A_1 حيث :
A_1 " سحب ثلاث كرات تحمل كل ألوان العلم الوطني "

التمرين الثالث (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط D,C,B,A و H ذات اللواحق على الترتيب $z_A=a$ ، $z_B=1+\frac{a-1}{a}i$ ، $z_C=ia$ ،

$z_D=-\frac{1}{a}i$ ، $z_H=z_D+1$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1 .

1. أ) تحقق أن $z_B-z_D=\overline{z_D}(z_A-z_C)$

ب) استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2. أ) عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D.

ب) حدد z_ω لاحقة المركز ω للتحويل S ، ثم عين العناصر المميزة لهذا التحويل .

ج) بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهان ، ثم جد علاقة بين مساحتيهما .

3. نعتبر (M_n) متتالية نقط من المستوي حيث M_0 تمثل النقطة A ومن أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1}=S(M_n)$

باعتبار z_n لاحقة النقطة M_n و بوضع $u_n=|z_n-z_\omega|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عين قيم العدد a حتى تكون (u_n) متقاربة .

ج) نرمز بـ I_n إلى مجموع أطوال القطع المستقيمة $[A\omega]$ ، $[M_1\omega]$، $[M_2\omega]$ ،.......، $[M_n\omega]$ ، $[M_{n+1}\omega]$

- احسب المجموع I_n بدلالة n .

4- نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق $z=a(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in IR$

- عين مجموعة النقط (Γ) لما يمسح θ المجموعة IR .

التمرين الرابع : (06.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $IR-\{0\}$ بـ $f(x)=x+\ln|e^x-1|$

نرمز بـ (C_f) للتمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن : $f'(x)=\dfrac{2e^x-1}{e^x-1}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) **أ-** اثبت أن (C_f) يقبل (Δ) مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له .

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ يكون $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{1}{e^x}\right)$

ج- استنتج أن (C_f) يقبل (Δ') مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له .

د - حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

هـ - عين معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $\ln 2$.

3) **أ-** برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $0,4<\alpha<0.5$ ثم استنتج إشارة $f(x)$.

ب- برهن أن العدد α يحقق $e^{2\alpha}-e^{\alpha}-1=0$ ثم أرسم كلا من (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

ج - m وسيط حقيقي. ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=|m|x$

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية	مديرية التربية لولاية ميلة
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي)	مقاطعات ميلة 1 -2 -3
الشعبة :تقني رياضي	دورة :ماي 2018
اختبار في مادة : الرياضيات	المدة :04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول :(04 ن)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A ؛ B ؛ C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2-2i$ ؛ $z_B=-z_A$ ؛ $z_C=z_B e^{\frac{\pi}{2}}$ و $z_D=2-6i$

1) اكتب كل من الأعداد z_A ؛ z_B و z_C على الشكل الأسي وبين أن $z_A{}^{2018}+z_C{}^{2018}=0$.

2) أ – علم النقط A ؛ B ؛ C و D .

ب – بين أن النقطة D هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

ج – ماطبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ مع التعليل .

3) α عدد حقيقي غير معدوم ؛ نسمي النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,1),(B,-1),(C,\alpha)\right\}$

أ – بين أن $\overrightarrow{CG_\alpha}=\frac{1}{\alpha}\overrightarrow{BA}$. استنتج طبيعة المجموعة (Δ) مجموعة النقط G_α عندما يمسح α مجموعة الاعداد الحقيقية الغير معدومة ثم أنشيء (Δ) .

ب – عين قيمة α لكي تنطبق النقطة G_α على النقطة D .

4) أ- عين لاحقة النقطة G_2 مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,1),(B,-1),(C,2)\right\}$.

ب – حدد طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{2}$ وعناصرها المميزة ثم أنشئها .

التمرين الثاني :(05 ن)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول (x,y) : $2688x+3024y=-3360......(1)$

1) أ – عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 2688و 3024 .

ب – استنتج أن المعادلة (1) تكافيء المعادلة $8x+9y=-10.....(2)$

2) حل المعادلة (2) إذا علمت أن الثنائية $(1,-2)$ حل خاص لها .

3) عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة 2 بحيث : $x^2\equiv y+3[5]$

4) في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$؛ نعتبر النقط $A(2,-2,0)$ ؛ $B(0,1,4)$ و $C(1,0,3)$

ونعتبر المستوي (p_1) المعرف بالمعادلة $3x-y+5z=0$

أ – بين أن النقط A ؛ B و C تعين مستويا (p_2) حيث $x+2y-z+2=0$ معادلة ديكارتية له .

ب- اثبت أن المستويين (p_1) و (p_2) متقاطعان .

ج- ليكن (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (p_1) و (p_2)

أثبت أن احداثيات نقط تقاطع المستقيم (Δ) تحقق المعادلة (2) .

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+3n-1$

1) أ – احسب u_1 ؛ u_2 و u_3

ب – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$: $u_n \succ 0$

ج – استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$: $u_n \succ 3n-4$ ؛ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

2) نعرف المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=u_n-9n+30$

أ – برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

ب – بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=27\left(\frac{2}{3}\right)^n+9n-30$

3) أ- احسب بدلالة n الجداء : $\tau_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times ......\times e^{v_n}$

ب- احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+......+u_n$

التمرين الرابع :(07ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (لاحظ أن $f(x)=x+1+\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$)

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x^2+3x+3}{(x+1)(x+2)}$

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ – بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=1$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0,5\prec\alpha\prec 0$.

5) أنشيء (Δ) و (C_f) .

6) أ λ عدد حقيقي . بين أن الدالة $x\mapsto(x-\lambda)\ln(x-\lambda)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\lambda)$ على المجال $]\lambda,+\infty[$.

ب- احسب العدد $S=\int_0^1\left(x+1-f(x)\right)dx$ ؛ وفسر النتيجة بيانيا .

7) لتكن الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\left[f(x)\right]^2$

- ادرس تغيرات الدالة h ؛ ثم شكل جدول تغيراتها (دون تعيين عبارة $h(x)$)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 ن)

صندوق به ثلاث كرات خضراء تحمل الرقم 0، كرتان حمراوان تحملان الرقم 5 وكرة واحدة بيضاء تحمل العدد α .

(α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و10)، كل الكرات لا نميز بينها عند اللمس .

سحب لاعب ثلاث كرات في أن واحد

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A: اللاعب يسحب ثلاث كرات من نفس اللون

B: اللاعب يسحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة

C: اللاعب يسحب كرتين من نفس اللون .

2) اللاعب يربح بالدينار مجموع الأرقام المسجلة علي الكرات المسحوبة .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كرات الربح بالدينار الذي يتحصل عليه اللاعب .

أ- عين قيم المتغير العشوائي ، وبين أن $P(X=\alpha)=\frac{3}{20}$.

ب- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج- احسب بدلالة α الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، وعين قيمة العدد α حتى يربح اللعب 20 دينارا

التمرين الثاني: (05 ن)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $Z^2-6Z+13=0$

II. المستوي المركب منسوب إلي المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\ \vec{u},\ \vec{v})$

نعتبر النقط $A,B,C,$ و D التي لواحقها $z_A=i$ ؛ $z_B=2$ ؛ $z_C=3+2i$ و $z_D=\overline{z_C}$ علي الترتيب

1) **أ-** علم النقط $A,B,C,$ و D

ب- حدد الكتابة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه . A ويحول B الي C

ج- بين أن $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=-i$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

د- برهن أن النقطة B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC .

2) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=(1+i)z+1$

أ- عين طبيعة التحويل S و عناصره المميزة ، ثم عين لاحقة صورة النقطة B بالتحويل S .

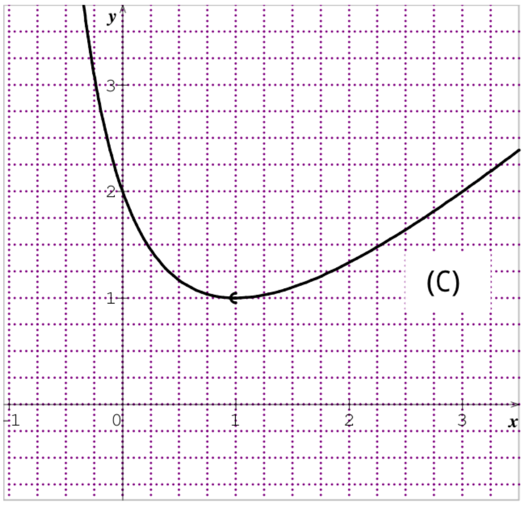
ب- عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $z=2+\sqrt{5}e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$.

ج- برهن أن : $z'-z_C=(1+i)(z-z_B)$

د - استنتج أنه إذا كانت M نقطة من المجموعة (E) فإن M' تنتمي إلى دائرة (H) يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها ثم أنشئ كل من (E) و (H) في نفس المعلم السابق .

لتمرين الثال (04 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x+1}$ و (C) تمثيلها البياني المعطى في الشكل



1) أ- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]-1,+\infty[$

ب- استنتج أنه إذا كان $x\in[1,2]$ فإن $f(x)\in[1,2]$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=2$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

ـ أعد رسم الشكل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1 و u_2 مبرزا خطوط التمثيل ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n)

3) أ- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n\leq 2$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .

4) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0<u_{n+1}-1\leq \dfrac{1}{3}(u_n-1)$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0<u_n-1\leq\dfrac{1}{3^n}$

ج- نضع $S_n=u_1+u_2+.........+u_n$

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $n<S_n\leq n+\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right)$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الرابع :(07 ن)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^{1-x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

$II)$ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+(x+1)e^{1-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب - بين من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

ج - استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها .

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $y=x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f)

ب - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3) (T) مستقيم معادلته : $y=x+e$ ، بين أن المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تحديدها .

4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0,9<\alpha<-0,8$

ب - ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $(x+1)e^{1-x}=|m|$

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) — مقاطعات ميلة 1-2-3

الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات ونـ

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04,5 ن)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+4z+16=0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ لتكن النقط A ؛ B ؛ C و D حيث :

$z_A=-2+2i\sqrt{3}$ ؛ $z_B=-2-2i\sqrt{3}$ ؛ $z_C=4e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_D=3\sqrt{3}+3i$.

أ – اكتب z_C على الشكل الجبري .

ب – اكتب z_A ؛ z_B ؛ z_D على الشكل المثلثي .

ج – استنتج أن النقط A ؛ B ؛ C تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

د – عين زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول A إلى B .

– اكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى D .

3) α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\left\{(A,1),(B,1),\left(C,e^{\alpha}\right)\right\}$

أ – بين أن : $\overrightarrow{IG_\alpha}=\frac{e^{\alpha}}{e^{\alpha}+2}\overrightarrow{IC}$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$.

ب – بين أن : $0\prec\frac{e^{\alpha}}{e^{\alpha}+2}\prec1$ ثم استنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء ؛ منها 5 كرات تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2 . كل الكرات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها باللمس .

نسحب كرتين من الكيس في ن واحد .

لتكن الحادثتان : A " سحب كرتين من نفس اللون " و B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

1) بين أن : $P(A)=\frac{43}{91}$.

2) احسب : $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ماهو احتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- حدد قيم X .

ب- حدد قانون الاحتمال ل X .

ج – احسب الأمل الرياضياتي ؛ التباين والانحراف المعياري .

التمرين الثالث (04 ن)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $U_0=\frac{1}{5}$ و $U_{n+1}=1-\frac{1}{2U_n+1}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<U_n<\frac{1}{2}$.

2) أ – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n+1}$ ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .

ب- بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=\frac{5^nU_n}{2U_n-1}$

أ- اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب – اكتب عبارة V_n بدلالة n ؛ ثم بين أن $U_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

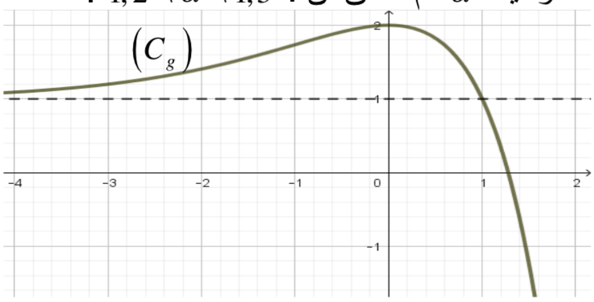
4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\frac{1}{U_2}+.....+\frac{1}{U_n}$.

التمرين الرابع : (7,50 ن)

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=(1-x)e^x+1$ ؛ (C_g) منحناها البياني كما في الشكل :

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن : $1,2<\alpha<1,3$.



ب- عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

3) اثبت أن : $e^\alpha=\frac{1}{\alpha-1}$.

4) أ- باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة :

$x\to(1-x)e^x$

ب- احسب بالسنتمتر المربع $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلات لها $y=0$ ؛ $x=0$ ؛ $x=\alpha$.

ج – بين أن : $A(\alpha)=\frac{-3\alpha+4}{\alpha-1}+\alpha$ ثم احصر $A(\alpha)$.

د – حل بيانيا المعادلة : $E[g(x)]=1$ حيث E يرمز إلى دالة الجزء الصحيح .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=\frac{x}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول 2cm .

1) احسب كل من : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ ثم فسر النهاية الأخيرة بيانيا .

2) أ- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

ب – استنتج اتجاه التغير للدالة f وشكل جدول تغيراتها .

ج – بين أن $0,2<f(\alpha)<0,3$.

3) اكتب معادلة لمماس المنحنى في النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ- بين أن : $f(-\alpha)=-1$ وأنشيء (C_f) .

ب- m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة : $x-e^{x+m}-e^m=0$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+13=0$.

2) أ- علم النقط A ؛ B ؛ C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=i$ ؛ $z_B=2$ ؛ $z_C=3+2i$ و $z_D=3-2i$.

ب- عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول B إلى C .

ج – اكتب العدد المركب : $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC .

د – بين أن النقطة B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC .

3) S تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=\left(1+i\right)z+1$

أ- عين طبيعة S وعناصره المميزة .

ب – جد صورة B بواسطة S .

ج – بين أنه من أجل كل عدد مركب z حيث $z\neq i$ فإن : $\dfrac{z'-z}{i-z}=-i$

- فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتج طريقة لرسم M' انطلاقا من M و A .

4) أ- عين المجموعة $\left(E\right)$ للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $\left|z-2\right|=\sqrt{5}$

ب – برهن أن : $z'-z_C=\left(1+i\right)\left(z-z_B\right)$.

ج – استنتج أنه لما M تنتمي إلى $\left(E\right)$ فإن M' تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

5) أنشيء $\left(E\right)$ و $\left(F\right)$ في نفس المعلم .

التمرين الثاني : (04 ن)

لمكافحة مر الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما ؛وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوي كما يلي :

- احتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقحا هو $\dfrac{1}{16}$.
- احتمال أن يكون التلميذ ملقحا علما أنه مصابا هو $\dfrac{3}{14}$.

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية .

نرمز ب V إلى الحادثة " التلميذ ملقح "

ونرمز ب M إلى الحادثة " التلميذ مصاب بالمر "

1) شكل شجرة الاحتمالات .

2) احسب $P\left(V\cap M\right)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمر .

3) اثبت أن : $P(M)=\frac{7}{80}$ احتمال التلميذ مصاب بالمرض .

4) احسب : $P(\overline{V}\cap M)$ احتمال أن يكون غير ملقح ومصاب بالمرض ؛ ثم استنتج $P_{\overline{V}}(M)$.

5) احسب : $P(\overline{V}\cap\overline{M})$.

التمرين الثالث (04 ن)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,-1,4)$ ؛ $B(7,-1,-2)$ و $C(1,5,-2)$

1) أ- بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

ب – بين أن الشعاع $\vec{n}(1,1,1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية ل (ABC) .

2) (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-2t \\ y=-2-2t \quad / t\in\mathbb{R} \\ -3-2t \end{cases}$

أ- بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم عين احداثيي النقطة G نقطة تقاطعهما .

ب- بين أن G مركز ثقل المثلث (ABC) .

3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A .

أ – اكتب معادلة لسطح الكرة (S) .

ب – ادرس الوضع النسبي ل (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(\Delta)\cap(S)$.

التمرين الرابع : (07 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ ب : $g(x)=x^2+3-2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $g(x)\geq 4$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ ب : $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2x}+\frac{\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) . أوجده ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) .

3) أ – بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ O . جد معادلة له .

ب – احسب $f(1)$ ثم أنشيء (T) و (C_f) .

ج – ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$

4) أ – بين أن : $\int_{\sqrt{e}}^{e}\left(\frac{-1}{2x}+\frac{\ln x}{x}\right)dx=\frac{1}{8}$

ب – استنتج بالسنتمتر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات :

$y=\frac{1}{2}x$ ؛ $x=\sqrt{e}$ و $x=e$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) — مقاطعات ميلة 1 -2 -3

الشعبة: آداب وفلسفة آداب ولغات أجنبية — دورة: ماي 2018

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (06 ن)

I) (u_n) المتتالية الحسابية التي حدها الأول u_0 والتي تحقق:

$$u_0+u_1+u_2=12$$
$$u_2+u_3+u_4=24$$

1) احسب u_1 و u_3.

2) عين r أساس المتتالية (u_n) وحدها الأول u_0.

3) استنتج u_2 و u_4.

II) يحتوي كيس على 5 كرات لانفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام 2 ؛ 4 ؛ 6 ؛ 8 ؛ 10.

نسحب كرة واحدة من هذا الكيس ونعتبر الحوادث التالية:

- الحادثة A " الحصول على عدد مضاعف للعدد 5 ".
- الحادثة B " الحصول على عدد يقسم العدد 4 ".
- الحادثة C " الحصول على عدد أصغر أو يساوي 8 ".

1) احسب $P(A)$ ؛ $P(B)$ ؛ $P(C)$ احتمال الحوادث A ؛ B و C على الترتيب.

2) بين أن $P(A)$ ؛ $P(B)$ ؛ $P(C)$ بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

التمرين الثاني: (06 ن)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=2018$ و $b=1439$

1) احسب الفرق $a-b$ واستنتج أن a و b متوافقان بترديد 3.

2) أ – بين أن: $a\equiv -1[3]$.

ب – استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 1439^{2018} و 2018^{1439} على العدد 3.

3) أ – عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0 ؛ 2^1 ؛ 2^2 على العدد 3.

ب – بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $2^{2n}\equiv 1[3]$.

ج – عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $2^{2018}+1+n\equiv 0[3]$

التمرين الثالث (08 ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\frac{2x-1}{x-2}$ ؛ (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=2+\frac{a}{x-2}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه .

2) احسب نهايات الدالة f عند الاطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها ؛ ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

3) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .

4) شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) عين إحداثيات نقط تقاطع (C) مع محوري الإحداثيات .

6) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+2$ لايمكن أن يكون مماسا للمنحنى (C) .

7) أنشيء (C) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=2u_n+5$

1) احسب u_1 و u_2 .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n+5$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب- اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n .

3) احسب المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+....+u_n$

التمرين الثاني: (06 ن)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية :

1) إذا كان a عددا صحيحا نسبيا باقي قسمته الإقليدية على 3 هو 2 فإن :

أ) $a^4\equiv 1[3]$ ب) $a^4\equiv -1[3]$ ج) $a^4\equiv 0[3]$

2) من اجل كل عدد طبيعي n العدد $14^{2n}+2$ مضاعف للعدد :

أ) 3 . ب) 4 . ج) 5 .

3) باقي القسمة الإقليدية للعدد 77- على 5 هو :

أ) 3 . ب) 1 . ج) 3- .

4) إذا كان a عددا صحيحا نسبيا حيث : $a\equiv 1[3]$ فإن الأعداد الطبيعية n حيث $a^{6n}+n+2\equiv 0[3]$ هي :

أ) $n=3k+1$ ب) $n=3k+2$ ج) $n=3k$

5) في تجربة رمي زهرة نرد متجانسة أوجهها مرقمة من 1 إلى 6 نعتبر الحادثة A " الحصول على عدد يوافق صفر بترديد 3 "

احتمال الحادثة A هو :

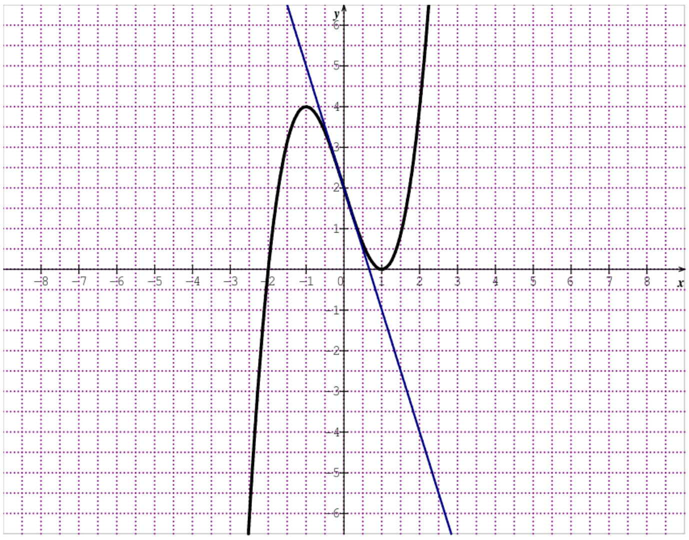
أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{3}$ ج) $\frac{1}{6}$

التمرين الثالث (08 ن)

في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على كما يلي :

$f(x)=x^3-3x+2$ ؛ والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) في النقطة $A(0,2)$ حيث :

$(\Delta): y=-3x+2$



I) بقراءة بيانية عين :

1) حلول المعادلة $f(x)=0$.

2) الوضعية النسبية ل (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

● ماذا تمثل النقطة A نقطة تقاطع (C) و (Δ) .

3) قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=m$ حلا وحيدا موجبا تماما .

II) باستعمال عبارة الدالة f :

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها .

انتهى الموضوع الثاني