الجمهـــورية الجزائرية الديــــمقراطية الشـــعبية

مديرية التربية لولاية وهــــران — ثانوية العقيد أحمد بن عبد الرزاق

امتحان الفصــــــــــل الأول — يــــــــــوم : 2017/12/03

المستـــوى : سنة ثـــالثة ثـــانوي — الشعـــبة : ريــــاضيـــــــات

اختبار في مادة : الريـــــاضيات — المـــــدة : ســــــــاعتان

التمرين الأول : 07 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n^2+1}{2}} \end{cases}$

1/ أ- احسب الحدود u_3, u_2, u_1 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n > 1$.

بـ- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم استنتج نهايتها .

2/ نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $2v_{n+1} = v_n$

بـ- استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

جـ- اكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

$$S_n = u_0^2 + u_1^2 + ... + u_n^2 \text{ ، } T_n = v_0 + 2v_1 + ... + 2^n v_n \text{ و } L_n = \ln v_0 + \ln v_1 + ... + \ln v_n$$

التمرين الثاني :13 نقطة

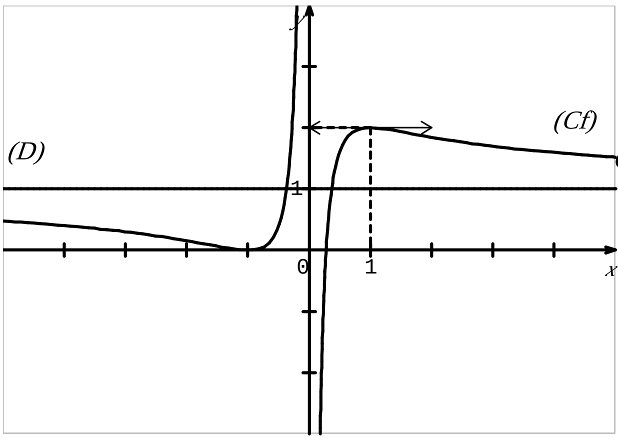
نعتبر الدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية غير المعدومة بـــ :

$$\boxed{f(x) = a + \frac{b}{x} + c\,\frac{Ln|x|}{x}}$$

ونسمي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم و المتجانس و الأعداد c,b,a هي أعداد حقيقية غير معدومة

و المنحني المرسوم في المقابل هو تمثيلها البياني

و المستقيم (D) مستقيم مقارب للمنحني (C_f)



1. $a)$ أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$ و استنتج أن $a = 1$

$b)$ برهن أن : $a + b = 2$ و استنتج قيمة العدد b

$c)$ أحسب f' الدالة المشتقة للدالة f ثم برهن أن $c = 1$

2. المنحني (C_f) يقبل مركز تناظر عينه بيانيا ثم برهن على ذلك حسابيا

3. المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلان أحدهما x_0 سالب يطلب تعيينه

و آخر x_1 موجب يطلب تعيين حصر له في مجال سعته 10^{-1}

4. (a أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(0,1)$ وميله m

(b أكتب معادلة لماس المنحني (C_f) في النقطة فاصلتها $\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$ ثم برهن أنه يمس المنحني في نقطة أخرى يطلب تعيينها

(c ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx^2 - Ln|x| - 1 = 0$

5. n عدد طبيعي حيث : $n \geq 1$ ، ولتكن الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f_n(x) = 1 + \frac{1}{x} + n\frac{Ln|x|}{x}$ و (Cf_n) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

- أكتب $f_{n+1}(x)$ بدلالة $f_n(x)$، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (Cf_n) و (Cf_{n+1}).

6. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $\boxed{g(x) = f(e^{-x})}$ ونسمي (C_g) منحنيها البياني .

(a بين أن $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 1$ وأحسب $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ ثم برهن أنه لأجل كل عدد حقيقي يكون : $g(x) = 1 + e^x(1-x)$

(b بين أن الدالة المشتقة g' للدالة g هي $g'(x) = -xe^x$ ثم أكتب جدول تغيرات الدالة g

(c ين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,2 < \alpha < 1,3$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

7. لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ : $h(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$

- بين أن لـ $h'(x)$ و $g(x)$ نفس ألإشارة ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h (نقبل أن : $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)
- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة : $y = x + 2$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_h)
- بين أنه يوجد عددين طبيعيين p و q بحيث : $h(\alpha) = p\alpha + q$ ثم إستنتج حصرا للعدد $h(\alpha)$
- أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_h) والمستقيم (d) ثم أرسمهما .

تنبيه : يجب مراعاة تنظيم الورقة و الكتابة بخط واضح .

انتهى ...

☺ بالتوفيق ☺

إذا كان النجاح غايتك فلتكن الإرادة سلاحك