



السنة الدراسية : 1431/1432 هـ // 2010/2011 م

المستوى: الثالثة ثانوي شعبة علوم تجريبية.

تمارين تدريبية في مادة الرياضيات  
الاشتقاقية**التمرين الأول:**

احسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالية مبينا المجموعة التي تقبل فيها الدالة الاشتقاق:

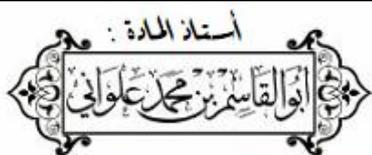
الدالة المشتقة	مجموعة قابلية الاشتقاق	الدالة $f$
		$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$
		$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - x + 1$
		$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$
		$f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x + 5$
		$f(x) = \frac{3x^2 + 12x + 1}{6}$
		$f(x) = \frac{-2}{x}$
		$f(x) = \frac{-x + 1}{x + 2}$
		$f(x) = 2x + 1 - \frac{x + 3}{x - 1}$
		$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 3}$
		$f(x) = (3x - 2)^2$
		$f(x) = 3\sqrt{x} - 2$

الدالة المشتقة	مجموعة قابلية الاشتقاق	الدالة $f$
		$f(x) = \sqrt{x-3}$
		$f(x) = \sqrt{2-3x}$
		$f(x) = (2-3x)\sqrt{x}$
		$f(x) = (x^2+2x-3)\sqrt{-x+3}$
		$f(x) = x^3(x^2+1)^4$
		$f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$
		$f(x) = \frac{x^2-1}{(x-1)^3}$
		$f(x) = x\sqrt{2x-1}$
		$f(x) = \frac{(2x+1)^2}{x}$
		$f(x) = \frac{x^4(x-1)^2}{(x^2+1)^3}$

**التمرين الثاني :**

حيث :	بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ فإن:	عين $D_f$	لتكن الدالة $f$ المعرفة كما يلي
$g(x) = x^3 - 3x - 4$	$f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$		$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2-1}$
$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$	$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$		$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$

حيث :	بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ فإن:	عين $D_f$	لتكن الدالة $f$ المعرفة كما يلي
$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$	$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$		$f(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{(x+1)^2}$
$g(x) = 2e^x - x - 2$	أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$		$f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$
$g(x) = 1 + (1-x)e^x$	$f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$		$f(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$
/	$g'(x) = \frac{e^{2x} - e^x + 1}{(e^x + 1)^2}$		$g(x) = -\frac{3e^x}{e^x + 1} + x + 1$
$g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$	$f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$		$f(x) = \frac{2 \ln x}{x^2+x}$
$g(x) = \frac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$	$f'(x) = e^{-x} g(e^{2x})$		$f(x) = e^{-x} \ln(1+e^{2x})$
$f(x) = e^{-2x} + 2x - 1$	$g'(x) = f(x)e^{2x}$		$g(x) = x + 2 + (x-1)e^{2x}$
$f'(x) = \frac{(\sqrt{x^2-1}-1)(\sqrt{x^2-1}+x^2)}{(\sqrt{x^2-1})^3}$			$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
$f'(x) = \frac{16(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^5}$			$f(x) = \frac{16x}{(1+\sqrt{x})^4}$
$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$			$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x^2-x}$



**التمرين الخامس:**

$f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x - 3 & ; x \in [1; +\infty[ \\ f(x) = \dots & ; x \in ]-\infty; 1[ \end{cases}$$

اقترح عبارة لـ  $f(x)$  على المجال  $]1; -\infty[$  حتى تكون الدالة  $f$  مستمرة على  $\mathbb{R}$ .

**التمرين السادس:**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = -x + 2 & ; x \in ]-\infty; 1[ \\ f(x) = \sqrt{x} & ; x \in [1; +\infty[ \end{cases}$$

(1) ارسم المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس من المستوي.

(2) هل الدالة  $f$  مستمرة على  $\mathbb{R}$ ؟ لماذا؟

**التمرين السابع:**

$f$  هي الدالة المعرفة على  $]2; +\infty[ \cup ]-\infty; -2[$

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} \quad \text{بـ} :$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم .

(1) بين أن الدالة  $f$  فردية

(2) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف.

(3) بين أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب للمنحني

(C) عند  $+\infty$ . حدّد وضعية (C) بالنسبة لـ  $\Delta$

(4) باستعمال نتيجة السؤال (1) استنتج أن المنحني (C) يقبل

مستقيما مقاربا مائلاً عند  $-\infty$  يطلب تعيين معادلته له.

(5) ليكن (C') التمثيل البياني للدالة  $g$  المعرفة على

$$g(x) = -f(x) \quad \text{بـ} : ]-\infty; -2[ \cup ]2; +\infty[$$

• عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C').

**التمرين الأول:**

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} \cos x$$

1 / أ / برهن أنه من أجل كل من  $x$  المجال  $]0; +\infty[$  لدينا :

$$x - \frac{1}{2} \leq f(x) \leq x + \frac{1}{2}$$

ب / استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2 / أثبت أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]0; +\infty[$ .

ب / أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال

$$]0; +\infty[ \quad \text{و أن } 0 < \alpha < \frac{\pi}{6}.$$

ج / عين إشارة  $f(x)$  من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ .

**التمرين الثاني:**

عين عدد حلول المعادلة:  $\sin x - x = 2$

**التمرين الثالث:**

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $R$  كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 3x - 3$$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $f$

(2) بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$

(3) تحقق أن:  $1 < \alpha < 2$

(4) عين حصرا للحل  $\alpha$  في مجال طوله  $10^{-2}$

(5) استنتج إشارة  $f(x)$  حسب قيم  $x$

**التمرين الرابع:**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[-4; 3]$  بـ:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$$

(1) أحسب  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) بين أن المعادلة  $f(x) = 8$  تقبل حلا وحيدا في

المجال  $[-2; 1]$ .

(3) باستعمال حاسبة بيانية أوجد حصرا لهذا الحل سعته  $10^{-2}$ .