الجمهورية الجزائرية الدّيمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية الجلفة

امتحان الفصل الثاني — متقن عبد السلام حسين

الشّعب: رياضيات، تقني رياضي

اختبار في مــادّة: الرّياضيات — المدّة:3 ساعات

يحتوي الموضوع على صفحتين

التمرين الأوّل:

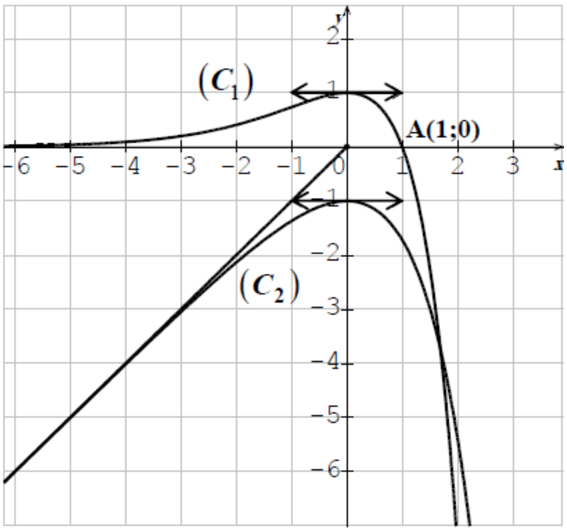
I) Q الدّالة العدديــة للمتغيّر الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بــ: $Q(x)=(2-x)e^{x}$.

1 / ادرس تغيرات الدّالة Q، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

2 / بيّن أن المعادلة $Q(x)=1$ تقبل حلين α و β حيث $-1.2<\alpha<-1.1$ و $1.8<\beta<1.9$.

II) في الشكل المقابل (C_1) و (C_2) التمثيلان البيانيين للدالتين f و g المعرّفتين على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x)=x-e^{x}$ و $g(x)=(1-x)e^{x}$.



1 / ارفق كل دالة بتمثيلها البياني مع التبرير.

2/ نضع من أجل كل عدد حقيقي x: $h(x)=f(x)-g(x)$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x:
$h'(x)=1-g(x)$.

ب) باستعمال التمثيلين البيانيين السابقين (C_1) و (C_2) ، استنتج اتجاه تغير الدالة h واحسب $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة h.

3 / أ) بيّن أن التمثيلين البيانيين (C_1) و (C_2) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $x_0\in]1;2[$.

ب) احسب $h(1.5)$، $h(1.6)$ و $h(1.7)$ ثم عين حصرا للعدد x_0 سعته 10^{-1}.

III) لتكن M نقطة من المنحنى (C_f) فاصلتها a و (T_a) مماس المنحنى (C_f) في النقطة M.

1 / اكتب بدلالة a معادلة للمماس (T_a).

2 / برّر أن المماس (T_a) يمر من النقطة $A(1;0)$ إذا وفقط إذا كان $e^{a}(2-a)=1$.

3 / استنتج من الجزء I) أنه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) يمران من النقطة A عند نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 5 كريّات بيضاء و 7 كريات سوداء، لا نفرق بينها عند اللمس.

1. يسحب لاعب عشوائيا، 3 كريات في آن واحد.

أ ـ احسب إحتمال الحوادث التالية:

A: " يسحب اللاعب كرية بيضاء واحدة فقط "

B: " يسحب اللاعب كرتين بيضاوين "

C: " يسحب اللاعب 3 كريات بيضاء "

ب ـ يربح اللاعب 10 دنانير من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب، مجموع الربح المحصّل عليه.

ـ عين قانون احتمال المتغير العشوائي X، واحسب أمله الرياضي.

---

2. يسحب اللاعب كرية من الكيس، فإذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء يربح اللاعب 10 دنانير ويتوقف اللعب، بينما إذا كانت الكرية المسحوبة سوداء يعيد اللاعب الكرية المسحوبة إلى الكيس ويسحب كرية أخرى في نفس الظروف.
تتكرر العملية ويتوقف اللعب تلقائيا عند السحب الثالث.
احسب احتمال الحوادث التالية:
D: " يربح اللاعب في السحب الأوّل "
E: " يربح اللاعب في السحب الثاني "
F: " يربح اللاعب في السحب الثالث "
G: " لا يربح اللاعب أي شيئ "

التمرين الثالث:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة كما يلي: $u_0 = 0$، $u_1 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$.

1) أ - بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$.

ب - اكتب v_n بدلالة n.

2) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية أساسها 5، ثمّ عيّن w_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

4) اكتب u_n بدلالة n.

5) أ - بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $0 < u_{n+1} \le \frac{2}{5}u_n$.

ب - استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $0 < u_n \le \left(\frac{2}{5}\right)^n$.

جـ - استنتج $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الرابع:

1– أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 364 ، 468 ، 416 .

2– نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $364x - 468y = 416....(1)$.

أ - عين حلول المعادلة (1) علما أن الثنائية $(5,3)$ حلا لها .

ب - استنتج حلول الجملة : $\begin{cases} \alpha + 4 \equiv 0[7] \\ \alpha - 4 \equiv 0[9] \end{cases}$.

3– عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (1) بحيث يكون $PGCD(x,y) = 4$

4– بين أنه يوجد حل وحيد (a,b) من $\mathbb{N}^2$ للمعادلة بحيث : $\begin{cases} p\gcd(a,b) = 2 \\ PPCM(a,b) = 70 \end{cases}$.

***بالتوفيق أساتذة المادة: ***