

فرض محروس في مادة الرياضيات

المدة : ساعة ونصف

الشعبة: 3 علوم تجريبية

الجزء الأول: لتكن f الدالة معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي : $f(x) = x^2 + 1 + \frac{2}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الرسم : 2cm على محور الفواصل و 1cm على محور الترتيب)

1. أ. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.
ب. احسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم.
ج. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
2. نعتبر القطع المكافئ (Γ) ذو المعادلة $y = x^2 + 1$.
أ. احسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x^2 + 1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x^2 + 1)]$ ؛ فسّر النتيجة هندسياً.
ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة (Γ) .
3. احسب $f(-1)$ ثم حل في \mathbb{R} المتراحة : $f(x) \geq 0$.
4. أ. أنشئ المنحنيين (Γ) و (C_f) .

ب. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $\frac{2}{x} = m - 1$.

ج. ارسم في نفس المعلم (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $h(x) = x^2 + 1 - \frac{2}{|x|}$

الجزء الثاني: لتكن g الدالة العددية كما يلي : $g(x) = \sqrt{f(x)}$

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الرسم : 1cm)

1. أ. تأكد أنّ مجال تعريف الدالة g هو $D =]-\infty; -1] \cup]0; +\infty[$.
ب. استنتج نهايات الدالة g عند الحدود المفتوحة لمجال تعريفها.
ج. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
2. أ. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x < -1$: $\frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} = -\sqrt{\frac{x^2 - x + 2}{x(x + 1)}}$.
ب. استنتج قابلية اشتقاق الدالة g عند -1 ثم فسّر النتيجة هندسياً.
3. أ. أثبت من أجل كل عدد حقيقي x من D أنّ : $g(x) - x = \frac{1 + \frac{2}{x}}{\sqrt{x^2 + 1 + \frac{2}{x} + x}}$.
ب. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_g) عند $+\infty$.
ج. استنتج أنّ المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = -x$ مقارب للمنحنى (C_g) عند $-\infty$.
4. أنشئ (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_g) .