الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية:مفدي زكرياء – الأزهرية **الشعبة : علوم تجريبية**

إمتحان بكالوريا تجريبية **دورة ماي: 2018**

إختبار في مادة: الرياضيات **المدّة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.5 نقاط)

(u_n) المتتالية العدديّة المعرّفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3 - \dfrac{9}{4u_n} \end{cases}$

1/ برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $\dfrac{3}{2} \leq u_n \leq 3$.

2/ أدرس إتجاه تغيّر (u_n) ؛ ثمّ استنتج أنّها متقاربة .

3/ (v_n) متتاليّة معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \dfrac{2}{2u_n - 3}$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتاليّة حسابيّة يُطْلَبُ تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أحسب v_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_n بدلالة n و عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4/ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0v_0 + u_1v_1 + u_2v_2 + \dots\dots + u_nv_n$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين M_1 و M_2 ذات اللاحقتين على الترتيب $z_1 = 1 + ie^{i\theta}$ و $z_2 = -1 + ie^{i\theta}$ حيث $\theta \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

1/ أكتب العددان z_1 و z_2 على الشكل الأسي ، ثم برهن أن $\dfrac{z_2}{z_1} = i \tan\left(\dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

2/ أوجد قيمة θ حتى يكون المثلث OM_1M_2 قائم و متساوي الساقين في النقطة O .

3/ عيّن وأنشئ مجموعة النقط M_1 لما يمسح θ المجال $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

4/ أ) برهن أن M_2 هي صورة M_1 بتحويل نقطي يطلب تحديد نوعه و عناصره المميزة .

ب) استنتج مجموعة النقط M_2 عندما يمسح θ المجال $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

التمرين الثالث: (4.5 نقاط)

عادة ما ينسى الأستاذ مفاتيح القسم. من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ ، نسمي E_n الحادثة : (الأستاذ ينسى مفاتيحه في القسم في اليوم n)؛ ليكن P_n احتمال E_n . نسمي الاحتمال $P_1 = a$ بأنه ينسى مفاتيحه في اليوم الأول $n = 1$.

نفرض أن الشروط التالية محققة :

◄ إذا نسي مفاتيحه في اليوم n ،فإنّ احتمال أن ينساهم في اليوم الموالي $n + 1$ هو : $\dfrac{1}{10}$.

◄ إذا لم ينس مفاتيحه في اليوم n ، ،فإنّ احتمال أن ينساهم في اليوم الموالي $n + 1$ هو : $\dfrac{4}{10}$.

1/ شكّل شجرة الإحتمال التي تنمذج هذه الوضعية.

2/ احسب الإحتمالين الشرطيين : $P_{E_n}(E_{n+1})$ و $P_{\overline{E_n}}(E_{n+1})$ ثم بدلالة P_n احسب الإحتمالين : $P\left(E_{n+1}\bigcap E_n\right)$ و $P\left(E_{n+1}\bigcap \overline{E_n}\right)$.

3/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $P_{n+1}=-\frac{3}{10}P_n+\frac{4}{10}$.

4/ نفرض أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $U_n=13P_n-4$.

أ) بيّن أن (U_n) متتالية هندسية ، وعيّن الحد الأول لها بدلالة a .

ب) اكتب U_n بدلالة n و a ، ثم استنتج عبارة P_n بدلالة n و a .

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n$ ؛ كيف تفسّر هذه النّتيجة ؟.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) الجدول الموالي هو جدول تغيّرات الدّالّة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-1-\frac{x}{x+1}+\ln(x+1)$

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$\nearrow$

1/ أحسب $g(0)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

2/ بيّن أنّ المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α في المجال $]0;+\infty[$ ؛ ثمّ تحقق أنّ : $0.9<\alpha<1$.

3/ حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدّالّة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x-3+\frac{1}{x}-\frac{\ln(x+1)}{x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}}f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كلّ x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ج) استنتج إتجاه تغيّر الدّالّة f و شكّل جدول تغيّراتها .

2/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-3)]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

ب) أدرس الوضع النّسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y=x-3$.

ج) بيّن أنّ : $f(\alpha)=2\alpha-3-\frac{1}{\alpha+1}$ (α هو حل المعادلة : $g(x)=0$).

3/ بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا β حيث $3.1<\beta<3.2$.

4/ أ) أرسم (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

ب) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّاليّة : $f(x)=\ln(m)$.

5/ F الدّالّة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\int_1^x f(t)\mathrm{d}t$.

أ) ماذا تمثّل F ؟ ؛ أحسب $F'(x)$ ثمّ استنتج إتجاه تغيّر F على المجال $]\beta;+\infty[$.

ب) بيّن أنّ : $f(\beta^2+1)\geq F(2\beta)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4.5 نقاط)

كيس يحتوي على أربع كريّات تحمل الرّقم 1 و إثنان تحملان العدد e (أساس اللوغاريتم النيبري) و ست كريّات تحمل الرّقم $\frac{1}{e}$ (الكريّات لا نفرّق بينها عند اللمس) ؛ نسحب على التّوالي و بالإرجاع كرتين من الكّيس و نسجّل x العدد الذي تحمله الكريّة الأولى و y العدد الذي تحمله الكريّة الثانيّة ؛ نرفق بهذه التّجربة النّقطة M ذات اللاحقة z حيث $z = \ln x + i\ln y$

1/ شكّل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعيّة .

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ أحسب إحتمال الحوادث التّاليّة :

A : M تنتمي إلى حامل محور الفواصل .

B : M تنتمي إلى حامل محور التّراتيب .

C : قيس الزّاويّة $(\vec{u},\overrightarrow{OM})$ يساوي $-\frac{\pi}{4}$.

D : M تنتمي إلى الدّائرة المثلّثيّة .

3/ X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبة المسافة OM .

أ) عيّن القيم الممكنة لـ X .

ب) عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي x .

التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

نعتبر الدّالّة f المعرّفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أدرس إتجاه تغيّر الدّالّة f ؛ ثمّ أرسم (C_f) .

2/ (u_n) متتاليّة معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

أ) مثّل الحدود $u_0;u_1;u_2;u_3$ على حامل محور الفواصل دون حسابها مبيّنا خطوط الإنشاء .

ب) بيّن بالتراجع أنّ : $u_n > 1$ من أجل كلّ عدد طبيعي n .

ج) بيّن أنّ (u_n) متناقصة تمامًا .ماذا تستنتج ؟.

3/ أ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ؛ ثمّ استنتج نهاية المتتاليّة (u_n) .

4/ (v_n) متتاليّة عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$.

أ) بيّن أنّ (v_n) هندسيّة يُطْلَبُ تعيين أساسها و حدّها الأوّل ؛ ثمّ أكتب v_n بدلالة n

ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + \frac{v_2 - 1}{u_2} + \ldots + \frac{v_n - 1}{u_n}$.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$؛ (P) المستوي حيث : $x+y+z-3=0$ معادلة ديكارتيّة له ، (D) المستقيم الذي يشمل النّقطة $A(1;2;3)$ و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له .

1/ بيّن أنّ (D) عمودي على (P) .

2/ لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء ، $M'(x';y';z')$ نقطة مرتبطة بالنّقطة M بحيث (P) هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[MM']$.

أ) بيّن أنّ : $\begin{cases} x'=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}y-\frac{2}{3}z+2 \\ y'=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}z+2 \\ z'=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}z+2 \end{cases}$.

ب) عيّن إحداثيات النّقطة A' المرتبطة بالنّقطة A (P هو المستوي المحوري لـ $[AA']$) ؛ ثمّ استنتج إحداثيات H نقطة تقاطع (D) و (P) .

ج) عيّن إحداثيات H بطريقة أخرى .

3/ أ) (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث : $\frac{MA}{MH}=\sqrt{5}$. ◄ عيّن معادلة ديكارتيّة لـ (S) .

ب) حدّد طبيعة (S) و عيّن عناصرها المميّزة .

ج) بيّن أنّ (P) و (S) متقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين عناصرها المميّزة.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=e^{x-2}+1-x$.

1/ أدرس إتجاه تغيّر g و شكّل جدول تغيّراتها (النّهايات غير مطلوبة) .

2/ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدّالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و فسّر هذه النّتيجة بيانيًا .

2/ أ)بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

3/ بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث : $0.1<\alpha<0.2$.

4/ أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسًا (Δ) معامل توجيهه 1 يُطْلَبُ تعيين معادلة له .

ب) أرسم (C_f) و (Δ) في نفس المعلم .

5/ عيّن العدديّن الحقيقيين a,b بحيث تكون الدّالّة H المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $H(x)=\frac{ax+b}{e^x}$ أصليّة للدّالّة : $x\longmapsto\frac{x}{e^{x-2}}$.

ب) أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمستقيمات التي معادلاتها $x=1$ ، $x=2$ و المنحنى (C_f) و مستقيمه المقارب المائل.