

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين  
الموضوع الأولالتمرين الأول: (04 نقاط)

1. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; u; v)$

$$\checkmark \text{ حل في } \mathbb{C} \text{ المعادلة ذات المجهول } Z : Z^2 - 2Z + 4 = 0$$

2. لتكن النقط  $A; B; C$  لواحقها

$$\text{على الترتيب } Z_A = 2; Z_B = 1 + \sqrt{3}i; Z_C = 1 - \sqrt{3}i$$

أ/ اكتب كل من:  $Z_A; Z_B; Z_C$  على الشكل الأسّي

ب/ بين أن النقط  $A; B; C$  تنتمي لدائرة  $(\Gamma)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3. انشئ النقط  $A; B; C$  ثم عين طبيعة الرباعي  $OBAC$  . معللا اجابتك .

$$\text{ب/ بين أن : } \left(\frac{Z_C}{2}\right)^{1993} + \left(\frac{Z_B}{2}\right)^{2017} = 1$$

ج/ عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $(Z_B)^n$  عدد حقيقي سالب

$$d / \text{ عين طولية وعمدة العدد المركب } L = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$$

$\checkmark$  استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

4. عين وانشئ مجموعة النقط التي تحقق:  $(\bar{Z} - 1 + i\sqrt{3})(Z - 1 - i\sqrt{3}) = |Z_B|$

5. أ- عين العبارة المركبة للتحاكي  $(h)$  الذي مركزه  $A$  ونسبته 2

ب- أكتب العبارة المركبة للدوران  $(r)$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  إلى  $C$

ج- استنتج مركز ونصف قطر الدائرة  $(\Gamma')$  صورة الدائرة  $(\Gamma)$  بالتحويل النقطي  $(s)$  حيث:  $S = hor$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بقاقي القسمة الإقليدية للعدد  $3^n$  على 10

2. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(7^{1439} - 9^{2018} \times 1962)$  على 10

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون :  $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1)3^{2n+1} [10]$

4. عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون :  $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0 [10]$

## التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(-2; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; -2)$  ولتكن النقطة:  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[AB]$ .

1. بين أن النقط  $A; B; C$  تعين مستويا نرمز له بالرمز  $(Q)$ .

2. بين أن للمستوي  $(Q)$  معادلة من الشكل:  $x + y + z + 2 = 0$ .

3.  $(P)$  المستوي الذي يشمل النقطة  $I$  ويعامد الشعاع  $\vec{AB}$ .

أ/ اكتب معادلة للمستوي  $(P)$ . ماذا يمثل المستوي  $(P)$ .

ب/ بين أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متقاطعان وفق مستقيم  $(D)$ . اكتب تمثيلا وسيطيا له.

4. اوجد المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستقيم  $(D)$ . ثم استنتج المسافة بين النقطة  $A$  والمستقيم  $(D)$ .

## التمرين الرابع: (07ن)

I. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = 2x^2 - \ln x$

1. ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$ .

2. استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 2x - 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين نهاية الدالة  $f$  بجوار  $0$  و  $+\infty$ .

2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول التغيرات.

3. أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 2x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

4. تحقق أن المستقيم  $(\Delta)$  يقطع المنحنى  $(C_f)$  في نقطة  $A$  يطلب تعيين إحداثياتها.

5. حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  في المجال  $]0; +\infty[$ .

6. أثبت أنه توجد نقطة وحيدة  $B$  للمنحنى  $(C_f)$  يكون المماس  $(T)$  عندها موازي للمستقيم  $(\Delta)$

يطلب كتابة معادلة  $(T)$

7. برهن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0,39 < \alpha < 0,40$ .

8. ارسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و  $(T)$  ( $\|\vec{i}\| = 2cm$ ;  $\|\vec{j}\| = 1cm$ )

9. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $(m+1)x - 1 - \ln x = 0$

III. نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln x)$

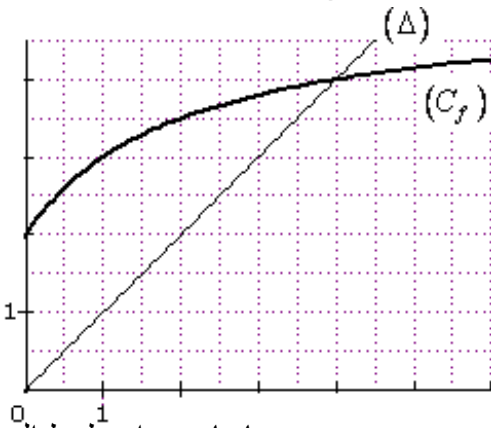
1. عين دالة أصلية للدالة  $h$  التي تنعدم عند 1.

2. استنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمت  $(\Delta)$ ،  $x = e^{-1}$ ،  $x = e$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلثا المستقيم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  معادلتيهما على الترتيب :



$$y = x \text{ و } y = \frac{5x+4}{x+2} \text{ على المجال } [0; +\infty[$$

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \text{ المتتالية المعرفة بـ: } (u_n)$$

(أ) انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية :  $u_2; u_1; u_0$  ، دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .  
(ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها .

I-  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بـ  $u_0 = 0$  ، ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $u_{n+1} = \frac{5u_n+4}{u_n+2}$

1. احسب  $u_1$  و  $u_2$  .
2. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم  $0 \leq u_n \leq 4$
3. برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة . ماذا تستنتج

II-  $(v_n)$  المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

1. بين ان  $(v_n)$  متتالية هندسية ، ثم استنتج عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  .
2. اوجد عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  . ثم استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

### التمرين الثاني : (05 نقاط)

1-  $z_1$  و  $z_2$  عدنان مركبان ، \*حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  ، الجملة التالية :

$$\begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ z_1 - z_2\sqrt{3} = -2i \end{cases}$$

2- نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد  $(o, i, j)$  ، النقطتين  $A$  و  $B$  ذات اللاحقتين  $z_A$  و  $z_B$  على الترتيب

$$z_A = -\sqrt{3} + i \text{ و } z_B = -1 + i\sqrt{3} \text{ وليكن العدد المركب: } z_C = 1 - i$$

(أ) اكتب  $z_B$  و  $z_A$  على الشكل الأسّي

(ب) اكتب العدد المركب  $L$  على الشكل الجبري ثم على الشكل الاسي حيث:  $L = z_A \cdot z_C$

$$\checkmark \text{ استنتج القيمة المضبوطة لكل من } \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ و } \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$\checkmark \text{ اوجد قيمة تقريبية لـ: } \tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

- 3- لنكن  $M$  نقطة لاحقتها  $Z$  /أ. عين طبيعة مجموعة (T) التي تحقق :  $Z + \sqrt{3} - i = ke^{i\frac{2\pi}{3}}$   
ب/ عين طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  التي تحقق :  $Z + \sqrt{3} - i = 2e^{i\theta}$   
ج) استنتج نقطة تقاطع المجموعتين (T) و  $(\Gamma)$



### التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل :

0	2	2	2
0	1	2	4

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

I. نعتبر الحدث A : "من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد اية كرة تحمل العدد 0"

الحدث B : " جداء الاعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8"

الحدث C : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الاقل كرة تحمل الرقم 2"

✓ احسب كل من  $P(A)$  و  $P(B)$  و  $P(C)$

II. ليكن المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بجداء الاعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة .

أ/ عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم عرف قانون الاحتمال في جدول .

ب/ احسب كل من الامل الرياضياتي والتباين للمتغير العشوائي  $X$  .

### التمرين الرابع: (07 نقاط) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I. لتكن  $g$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (a - 2x)e^x + b$  ،  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني

✓ عين العددين  $a$  و  $b$  حيث :  $g(x)' - g(x) = -2e^x - 2$

و المنحني  $(C_g)$  يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1.

II. نعتبر الان الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  :  $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

أ. أدرس تغيرات الدالة  $g$

ب. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $\alpha \in ]1.68, 1.69[$

ت. استنتج إشارة  $g(x)$

ث. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بـ  $(C_g)$  ومحور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين

$x = \alpha$  و  $x = 2$  .

III.  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^{x+1}}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني .

1. أحسب  $f'(x)$  ثم بين أن :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^{x+1})^2}$

2. استنتج إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

3. بين أنه يمكن كتابة  $f(x)$  بالشكل :  $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{e^{x+1}}$

✓ استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مقارب مائل  $(\Delta)$  عند  $-\infty$  يطلب تعيين معادلته .

✓ أدرس وضعية  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

4. بين أن :  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$  ، عين حصر الـ  $f(\alpha)$  .

5. ارسم المنحني  $(C_f)$  .