الجمهورية الجزائرية الديّمقراطية الشّعبية

وزارة التّربية الوطنية

مديرية التّربية لولاية تبسة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي دورة (ماي 2018)

الشّعبة : تقني رياضي | ثانوية : الشّهيد شريط لزهر الحمّامات

اختبار في مادة الرياضيات | المدّة: 04 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التّمرين الأول: (04 نقاط)

صندوق يحتوي على 6 كرات . الكرات متماثلة و لا نفرّق بينها باللّمس، تحمل الأعداد $2,1,1,0,-1,-2$
نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " توجد على الأقل كرة تحمل الرقم 1 ".

B " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة معدوم ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام المحصل عليها .

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الثّاني: (04 نقاط)

في هذا التمرين سوف نقوم بتعيين الأعداد الصحيحة N التي تحقق الجملة (S) $\begin{cases} N \equiv 5[13] \\ N \equiv 1[17] \end{cases}$

1) تحقق أنّ العدد 239 حلٌ للجملة (S).

2) أثبت أن العدد N يكتب على الشكل $N = 1 + 17x = 5 + 13y$، حيث x و y عددان صحيحان نسبيان يحققان $17x - 13y = 4$.

3) حل في Z^2 المعادلة $17x - 13y = 4$، للمجهولين الصحيحين x و y.

4) استنتج أنه يوجد عدد صحيح k يحقق $N = 18 + 221k$ ، ثم استنتج حلول الجملة (S).

التّمرين الثّالث: (05 نقاط)

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغيّر المركّب z المعرّف بـ $P(z) = z^3 - (8+3i)z^2 + (25+24i)z - 75i$
.

أ) أحسب $P(3i)$ ثُمّ حلّل $P(z)$ إلى جداء عاملين.

ب) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $P(z) = 0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النّقط A، B، C و D التي لواحقها على التّرتيب $z_A=-1+2i$ ، $z_B=4+3i$ ، $z_C=3i$ و $z_D=4-3i$.

أ) علّم النّقط A، B، C و D . ثم بين أن النقط تنتمي الى نفس الدائرة التي مركزها ω ذات اللاحقة $z_\omega=2$.

ب) أكتب على الشكل الأسي العددين $L_1=\dfrac{z_C-z_A}{z_D-z_A}$ و $L_2=\dfrac{z_C-z_B}{z_D-z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلثين ACD و BCD.

ج) عين قيمة العدد n حتي يكون $((L_1)^{2018})^n$ حقيقي .

3) ليكن T الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AD}$.

أ) أكتُب العبارة المركّبة للانسحاب T.

ب) أوجد z_E لاحقة النّقطة E صورة النّقطة C بالإنسحاب T، ثُمّ علّمها.

التّمرين الرّابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=-x-1+e^x$.

1) أدرس تغيُّرات الدّالّة g ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل x من $\left]0,+\infty\right[$ ، $g(x)>0$.

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة بـ $\begin{cases} f(x)=e^{-x}+\ln(x+1)..............x\geq 0 \\ f(x)=\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}+1...................x<0 \end{cases}$ ،

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أُحسُب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتيجة.

2) أ) بين أنّ الدّالّة f مستمرة عند 0 .

ب) أدرُس قابليّة اشتقاق الدّالّة f عند $x_0=0$. فسِّر هندسيّاً النّتيجة

3) أ) عين الدّالّة المشتقة للدّالّة f على $\left]-\infty,0\right[\cup\left]0,+\infty\right[$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالّة f ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

4) أرسم $\left(C_f\right)$.

5) لتكن H دالّة عدديّة مُعرّفة على $\left]0,+\infty\right[$ بـ $H(x)=-x-1-e^{-x}+(x+1)\ln(x+1)$ ، بين أن H دالة أصلية لـ f على المجال $\left]0,+\infty\right[$ ، ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين $\left(C_f\right)$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التّمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n, بواقي قسمة العددين 3^n و 4^n على 7 .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: العدد $3(1954)^{6n+2}+6\times(1439)^{6n+4}+1$ مضاعف لـ 7.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+........+u_n$. بحيث $u_n=2\times 3^n+3\times 4^n$

ب) عين الأعداد الطبيعية n حتى يقبل S_n القسمة على 7 .

4) نعتبر المجموع $S'_n=C_{n+1}^2 3^2+C_{n+1}^3 3^3+...........+C_{n+1}^{n+1}3^{n+1}$ ، بين أن $S'_n=4^{n+1}-3(n+1)-1$

التّمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. نعتبر النّقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1) أثبت أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا وحيدا (ABC) .

2) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-7+2t\\y=-3t\\z=4+t\end{cases}$ (Δ).

بين أن المستقيم (Δ) يُعامد المستوي (ABC)، ثم أكتُب معادلة ديكارتيّة للمستوي (ABC).

3) نسمي H النقطة المشتركة بين (Δ) و (ABC).

بين أن H هي مرجح الجملة المثقلة $(A,-2);(B,-1);(C,2)$

4) نعتبر $(T_1),(T_2)$ مجموعتي النقط من الفضاء و التي تحقق :

$(T_1):(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ و $(T_2):\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

عين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$ ، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

التّمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1) المعادلة $z^3-2z^2+16=0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0=-2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S=\ -2,2+2i,2-2i$ ب) $S=\ -2,4+2i,4-2i$ ج) $S=\ 2,4+2i,4-2i$

2) نعتبر النقطتين B,A ذات اللواحق $z_A=2+2i$ و $z_B=2-2i$ على الترتيب فإن المثلث OAB:

أ)قائم في O ب) قائم في O و متساوي الساقين ج) متساوي الساقين .

3) نعتبر التحويل النقطي T المعرف بـ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ، طبيعة هذا التحويل .

أ)تشابه مباشر ب) تحاكي ج) دوران .

4) لدينا $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ حيث θ عمدة العدد المركب z ، الشكل الجبري للعدد z' هو :

أ) $z'=(\cos\frac{\pi}{3}.\cos\theta-\sin\frac{\pi}{3}.\sin\theta)+i(\cos\frac{\pi}{3}.\sin\theta+\sin\frac{\pi}{3}.\cos\theta)$ ب) $z'=(\cos\frac{\pi}{3})+i(\sin\frac{\pi}{3})$ ج) $z'=2+i$

5) (T) مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق : $\arg(z-z_A)=\arg(iz-z_B)$ هي :

أ)المستقيم (AB) ب) دائرة قطرها $[AB]$ ج) نصف دائرة قطرها $[AB'[$ بإستثناء A,B' لاحقتها $-iz_B$

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على المجال بـ: $]0,+\infty[$ $g(x)=x+2-2\ln(x)$.

1) أدرس تغيرات الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) تحقق أن $g(2)>0$ ثم استنتج أن $g(x)>0$

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\ln(x-1)^2$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. ثم فسر النتائج هندسيا .

2) أثبت أن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f. شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أثبت أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$. ثم أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و (Δ).

4) بين أن $f''(x)=\dfrac{2}{x^2}(\ln x-2)$ ثم استنتج أن $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثياتها .

5) أنشئ $\left(C_f\right)$ و (Δ). ثم ناقش، بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $\ln(x-1)^2=-m$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

اساتذة المادة

الجمهورية الجزائرية الديّمقراطية الشّعبية

وزارة التّربية الوطنية

مديرية التّربية لولاية تبسة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي دورة (ماي 2018)

الشعبة : علوم تجريبية ثانوية : الشهيد شريط لزهر الحمامات

اختبار في مادة الرياضيات المدّة: 03 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التّمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة ب: $u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}$ و $u_0=\dfrac{3}{2}$

1) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $1<u_n<2$.

2) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة ب: $t_n=\ln(u_n-1)$

أ- بين أن $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ثم عبر عن t_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

ب- عين $\lim\limits_{n\to+\infty}(t_n)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

ج- أحسب الجداء $P_n=t_0\times t_1\times.......\times t_n$

التّمرين الثّاني: (4 نقاط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $z^2+\sqrt{3}z+1=0$. ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي .

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النّقطة A ، التي لاحقتها $z_A=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$

عين z_B لاحقة النقطة B التي تنتمي للمحور التخيلي بحيث يكون المثلث OBA متقايس الأضلاع.

3) ليكن R الدّوران الذي مركزه النّقطة O وزاويته $-\dfrac{\pi}{3}$.

أ) أكتُب العبارة المركّبة للدّوران R.

ب) أوجد $z_{A'}$ لاحقة النّقطة A' صورة النّقطة A بالدّوران R.

4) (T) مجموعة النّقط M ، ذات اللاّحقة z ، من المستوي المركّب بحيثُ: $\left|iz-2-i\right|=\left|\overline{z}+3i\right|$.

عين طبيعة المجموعة (T) ثم أنشئها .

التّمرين الثّالث: (5 نقاط)

صندوق يحتوي على 4 كرات حمراء و كرتين سوداوين . الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق .

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية : A_0 " لم نسحب أي كرات سوداء "

A_1 " سحب كرة سوداء بالضبط ".

A_2 " سحب كرتين سوداوين ".

2) بعد السحب الأول بقيت في الصندوق 4 كرات ، نجري سحبا اخر على التوالي ودون ارجاعٍ، نعتبر الحوادث التالية : B_0 " لم نسحب أي كرات سوداء عند السحب الثاني".

B_1 " سحب كرة سوداء بالضبط في السحب الثاني ".

B_2 " سحب كرتين سوداوين عند السحب الثاني ".

أ) أحسب $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ و استنتج $P(B_0)$

ب) اذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الأول .

3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق في أن واحد . نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الرّابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ $g(x) = \dfrac{x+1}{2x+1} - \ln(x)$.

1) أدرس تغيُّرات الدّالّة g ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1<\alpha<2$

3) استنتج اشارة $g(x)$ من أجل كل x من $]0,+\infty[$.

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ $f(x) = \dfrac{2\ln x}{x^2+x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد للمستوي. وحدة الطول : محور الفواصل $1 \rightarrow 1cm$ ، محور التراتيب $1 \rightarrow 5cm$.

1) أُحسُب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتائج.

2) أ- بين أنّه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ أن: $f'(x) = \dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} g(x)$.

ب - استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

3) عين معدلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) أنشئ (Δ) و (C_f). تعطى $f(\alpha)=0,4$

5) ناقش، بيانيّاً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $x^2+x+2\ln x = m(x^3+x^2)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التّمرين الأول: (04 نقاط)

صندوق U_1 يحتوي على 4 كرات تحمل الرقم 2 وكرتين تحملان الرقم 1 و صندوق U_2 يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 .

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :
   A " الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 ".
   B "الكرة المسحوبة تحمل الرقم 2 ".

2) نعتبر التجربة التالية نسحب كرة من الكيس U_1 إذا كانت تحمل الرقم 1 نسحب كرة من U_2 و إذا كانت تحمل الرقم 2 نسحب كرتين في ان واحد من U_2
   B_0 " أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء".
   B_1 " أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراء ".

3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق U_2 و في آن واحد و نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.
   أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.
   ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. نعتبر النّقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1) أثبت أنّ النقط A ، B و C تعين مستو يا وحيدا (ABC) .

2) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} (\Delta)$.

   بين أن المستقيم (Δ) يُعامد المستوي (ABC)، ثم أكتُب معادلة ديكارتيّة للمستوي (ABC).

3) نسمي H النقطة المشتركة بين (Δ) و (ABC).
   بين أن H هي مرجح الجملة المثقلة $(A,-2);(B,-1);(C,2)$

4) نعتبر $(T_1),(T_2)$ مجموعتي النقط من الفضاء و التي تحقق :
   $(T_1):(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ و $(T_2):\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

   عين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$ ، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

التّمرين الثالث: (05 نقاط) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر في مايلي النّقط A ، B و C التي لواحقها $z_A = 4 - 3i$ ، $z_B = 4 + 3i$ و $z_C = 7$ على التّرتيب

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1) المعادلة $z^3-15z^2+81z-175=0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0=7$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S=\left\{7,4-3i,4+3i\right\}$ ب) $S=\left\{7,-4-3i,-4+3i\right\}$ ج) $S=\left\{-7,4-3i,4+3i\right\}$

2) العدد $\left(\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right)^{2018}$ يساوي:

أ) 1 ب) 0 ج) -1 .

3) لدينا $z_A-z_C=i\left(z_B-z_C\right)$ المثلّث ABC

أ) قائم في C ب) قائم في C و متساوي الساقين ج) متساوي الساقين .

4) العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega=4$ و يُحوّل النّقطة C إلى النّقطة B فإن العبارة المركبة لهذا التحويل :

أ) $z'=iz+4-4i$ ب) $z'=2iz+3-4i$ ج) $z'=iz+3-4i$.

5) (T) مجموعة النّقط M، ذات اللاّحقة z، من المستوي المركّب حيثُ يكون $\frac{z-z_B}{z-z_C}$ تخيّلياً صرفاً جزؤه التّخيّلي موجب هي :

أ)المستقيم (AB) ب) دائرة قطرها $\left[AB\right]$ ج) هي نصف دائرة قطرها $\left[BC\right]$ باستثناء النّقطتين B و C

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2-(2x+1)e^{2x}$.

1) أدرس تغيرات الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α بحيث $0{,}1<\alpha<0{,}3$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=2x-1-xe^{2x}$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. ثم فسر النتائج هندسيا .

2) أثبت أن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f، و شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أثبت أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$، ثم أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و (Δ).

4) بين أن $f(\alpha)=-1+\frac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$، جد حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ $\left(C_f\right)$ و (Δ).

5) بين أن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $H(x)=\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x}$، دالة أصلية لـ $x\to xe^{2x}$، ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ و المستقيمات $y=2x-1$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

اساتذة المادة