الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية وهران | ثانوية العقيد احمد بن عبد الرزاق

امتحان بكالوريا تجريبية | دورة : مـــاي 2018

الشعبة: ريــاضيــات

اختبار في مادة الرياضيات | المدة: 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04.5 نقاط)

1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة x : $4x \equiv 33[5]$.

2) أ- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول (x , y) : $(E)......4x-5y=33$.

ب- استنتج حلول الجملة : $\begin{cases} \lambda \equiv 55[5] \\ \lambda \equiv 22[4] \end{cases}$ حيث $\lambda \in \mathbb{Z}$

جـ- عين كل الثنائيات (x , y) حلول المعادلة (E) و التي تحقق: $|x+y+3|<27$

3) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $10^{10n}+16^{5n-4}+27^{5n+2}+38^{5n+3}+49^{5n-1} \equiv 0[11]$

جـ- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة : $\begin{cases} n-5^n \equiv 0[11] \\ n \equiv 2[5] \end{cases}$

4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\beta\alpha\beta\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 4 حيث $\alpha \neq 0$.

عين α و β بحيث يكون N قابلا للقسمة على 33 ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z+1-2i)(z^2+4z+5)=0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط A_2 , A_1 , A_0 و Ω التي لواحقها على الترتيب:

$z_0=-1+2i$ ، $z_1=-2+i$ ، $z_2=-2-i$ ، $z_\Omega=i$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)

1) - بين أنه يوجد تشابه مباشر وحيد S يحول النقطة A_0 إلى A_1 و يحول A_1 إلى A_2

- تحقق أن : $z'=(1+i)z+1$ عبارة مركبة للتشابه المباشر S ثم جد عناصره المميزة

2) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف متتالية النقط (A_n) بحيث : $A_{n+1}=S(A_n)$ ونسمي z_n لاحقة A_n

- علم النقط A_2 , A_1 , A_0 ثم أنشئ النقطتين A_4 , A_3

- باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n=(\sqrt{2})^n e^{\frac{n\pi}{4}i}(-1+i)+i$

3) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي: $u_n=\left\|\overrightarrow{A_{n+1}A_n}\right\|$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|z_{n+1}-z_n|=(\sqrt{2})^{n+1}$

ب- استنتج طبيعة المتتالية (u_n) و حدد عناصرها

جـ- جد أكبر عدد طبيعي n_0 بحيث تكون النقطة A_{n_0} تنتمي إلى القرص الذي مركزه Ω و طول نصف قطره 2018

د- نسمي l طول الخط المنكسر: $A_0A_1+A_1A_2+A_2A_3+...+A_nA_{n+1}$ ، احسب l بدلالة n

التمرين الثالث : (04 نقاط)

I. كيس A يحوي كريتان تحملان الرقم 1 و كريتان تحملان الرقم 2 ، و كيس B يحوي كريتان تحملان الرقم2 و 3 كريات تحمل الرقم 3

لنعتبر التجربة العشوائية التالية : نأخذ كرية من الكيس A و نضعها في الكيس B ثم نأخذ كرية من الكيس B ونضعها في الكيس A .

لتكن الحوادث التالية : A_1 الكرية المسحوبة من الكيس A تحمل الرقم 1 ، A_2 الكرية المسحوبة من الكيس A تحمل الرقم 2

B_1 الكرية المسحوبة من الكيس B تحمل الرقم 1 ، B_2 الكرية المسحوبة من الكيس B تحمل الرقم 2

1) احسب ما يلي :

أ- احتمال وقوع A_1 ، ب- احتمال وقوع B_1 علما أن A_1 محققة ، جـ- بين أن : $P(A_1 \cap B_1) = \frac{1}{12}$

2) بين أن : $P(A_2 \cap B_2) = \frac{1}{4}$

3) احسب احتمال أن يبقى الكيس A في وضعه الأصلي بعد التجربة .

II. نجمع محتويات الكيسين A و B في كيس واحد ، و نختار عشوائيا كرة منه

لنعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب رقم الكرية المسحوبة .

ـ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ كما يلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ. أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف

ب. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن: $f'(x) = \frac{-x^2+x+2}{2x(x-1)}$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

جـ. شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

- ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3. أثبت ان النقطة $\omega\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f).

4. أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $\frac{2}{5} < \alpha < \frac{9}{20}$.

5. ارسم (Δ) و (C_f).

6. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;0;1\}$ كما يلي: $g(x) = -\frac{1}{2}|x| + \ln\left|\frac{|x|-1}{|x|}\right|$ ،

و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ- أدرس شفعية الدالة g .

بـ- بين كيف يمكن رسم (C_g) المنحني للدالة g انطلاقا من (C_f) . (رسم (C_g) غير مطلوب)

7. أ- باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب كلا من $\int_2^3 \ln(x)dx$ و $\int_2^3 \ln(x-1)dx$

بـ- استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) ، المستقيمين $x=2$ و $x=3$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (03.5 نقاط)

1.أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7

2.حلل العدد 2016 إلى جداء عوامل أولية،ثم إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2016^{2017} + 2018^{2016}$ على 7

3.نعتبر (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدودها موجبة و حدها الأول u_0 بحيث : $\begin{cases} u_2 + u_3 = 12 \\ u_2 \times u_3 = 32 \end{cases}$

أ- أحسب كلا من u_2 و u_3 ثم أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

ب- أوجد باقي قسمة $u_{n+1} - u_n$ على 7 من أجل $n = 2017$.

ت- أثبت أن : $PGCD(u_{n+1}; u_n) = 2^n$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

ثم استنتج بطريقة أخرى قيمتي كل من u_2 و u_3 .

التمرين الثاني : (05.5 نقاط)

1) نعتبر العدد المركب β حيث: $\beta = 4\sqrt{2}(1+i)$.

- اكتب β على الشكل المثلثي .
- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية: $Z^3 = \beta \ ......(1)$.
- نعتبر Z_1, Z_2, Z_3 حلول المعادلة (1) ، برهن أن : $\dfrac{Z_1 \times Z_3}{{Z_2}^2} = \dfrac{Z_2 \times Z_3}{{Z_1}^2} = \dfrac{Z_1 \times Z_2}{{Z_3}^2}$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$، لتكن النقط A, B, C, D و H لواحقها على الترتيب

$Z_A = \alpha$ ، $Z_B = 1 + \dfrac{\alpha - 1}{\alpha} i$ ، $Z_C = \alpha i$ ، $Z_D = -\dfrac{1}{\alpha} i$ و $Z_H = 1 + Z_D$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما يختلف عن 1

- تحقق أن $Z_B - Z_D = \overline{Z_D}(Z_A - Z_C)$ ثم بين أن : $iZ_A \times Z_D = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}(Z_B - Z_D)\right)^{2016}$.
- استنتج أن المستقيمين (BD) و (AC) متعامدان .
- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D ، ثم جد عناصره المميزة .
- بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهين ثم جد علاقة بين مساحتيهما.

3) عين مجموعة النقط M التي لواحقها Z التي تحقق: $\arg(\overline{Z} + i\alpha) = -\arg(Z_A - Z_C) + 2\pi k$ مع $k \in \mathbb{Z}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1;3;4)$ ، $B(-1;4;4)$ ، $C(3;1;2)$

1) أ- بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامية .

ب- بين أن الشعاع $\vec{n}(1;2;-1)$ ناظم للمستوي (ABC) ، ثم عين معادلة ديكارتية له.

2) (P) مستوي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 1 + 2\alpha + \beta \\ y = 1 + \alpha \\ z = 5 + \alpha + \beta \end{cases}$ $\alpha \in \mathbb{R}$ ، $\beta \in \mathbb{R}$

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ، ثم بين أن (P) و (ABC) متعامدان .

ب- أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

3) لتكن $D(3;1;1)$ نقطة من الفضاء

- عين d_1 بعد النقطة D عن المستوي (P) و d_2 بعد النقطة D عن المستوي (ABC) .
- استنتج d_3 بعد النقطة D عن المستقيم (Δ) .

4) نعتبر الدائرة (C) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} z=0 \\ x^2+y^2-2x-4y+1=0 \end{cases}$

- عين المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي تحوي الدائرة (C) و مركزها Ω ينتمي إلى المستوي (P) .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

i. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-(1+x^2)e^{-x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

جـ- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $1.8<\alpha<1.9$

4. أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6. احسب $f(0), f(3)$ ثم ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

ii. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$

1. أ- بين أن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي الدالة الأصلية للدالة $x\to xe^{-x+1}$

ب- احسب I_1

2. أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=-1+(x+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n .

ب- احسب I_2

3. احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

أستاذ المادة يتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا