الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تلمسان — دورة: **جوان 2018**

ثانوية بني مستار — **امتحان بكالوريا تجريبي**

الشعبة: **الثالثة علوم تجريبية** — اختبار في مادة: **الرياضيات** — المدة: **03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الارقام 1.1.2 و اربعة بيضاء تحمل الارقام3.2.1.1

نسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون ارجاع .

1- شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الاتيتين : باعتماد الوان الكرات .باعتماد الارقام المسجلة.

نعتبر الحوادث التالية: A الحصول على كرتين من نفس اللون . B : الحصول على كرتين مجموعهما ثلاثة

- ✓ – أحسب $p(A)$ و $p(B)$, وبين ان : $p(A\cap B)=\frac{4}{21}$.هل الحادثتين A و B مستقلتان ؟
- ✓ – علما ان الكرتين لهما نفس اللون ما احتمال ان يكون مجموع رقميهما ثلاثة ؟
- ✓ –علما ان الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال ان يكون لهما نفس اللون ؟

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية السحب مجموع الرقمين المحصل عليهما. عين قيم المتغير العشوائي.

- عرف قانون الاحتمال واحسب امله الرياضي.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=1+i(\sqrt{3}+2)$ و $z_C=2i$.

1- بين أن : $\left(\frac{z_A}{z_B-z_c}\right)^{2018}+\left(\frac{z_B-z_c}{z_A}\right)^{2018}=1$ ،

2 بين انه يوجد دوران r يحول A الى B ومركزه C يطلب تعيين زاويته. ما طبيعة المثلث ABC ؟

3 D نظيرة B بالنسبة الى C . عين E حتى يكون الرباعي $BEDA$ مربع.

4 (γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $BM^2+DM^2=16$

(γ') مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $BM^2-DM^2=0$

- بين ان $A;B;D;E$ تنتمي الى (γ) ثم عين طبيعة المجموعة (γ) وعناصرها المميزة.

5 عين طبيعة المجموعة (γ').

- عين تقاطع (γ') و (γ).

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(Un)متتالية عددية معرفة ب : $U_0=0$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{1}{2}\sqrt{U_n^2+3}$

1 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\le U_n\le 1$

2 بين ان U_n متزايدة تماما ثم استنتج انها متقاربة.

3 V_n متتالية عددية معرفة كمايلي : $V_n=U_n^2+\alpha$.

- عين α حتى تكون V_nمتتالية هندسية اساسها $\frac{1}{4}$.

نضع : $\alpha=-1$

أ- اكتب U_n بدلالة nثم احسب نهايتها.

ب-احسب بدلالة n المجموع S_nحيث : $S_n=U_0^2+U_1^2+....+U_n^2$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=e^x-\frac{1}{x+1}$.

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1 – أحسب النهايات للدالة f على اطراف مجموعة التعريف . ثم فسر النتائج هندسيا.

2 – بين ان الدالة fمتزايدة تماما ثم شكل جدول تغيراتها.

3 – احسب $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-e^x\right)$ و $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-e^x\right)$.ماذا تستنتج؟

4 – ادرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) و (Γ) منحنى الدالة $x\mapsto e^x$

5 - نعتبر أن المستقيم (T) ذي المعادلة: $y=2x+\beta$ و βعدد حقيقي.

- عين قيمة العدد β حتى يكون المستقيم (T) مماسا للمنحنى (C) في النقطة يطلب تعين إحداثياها .

6 - أنشئ المماس (T) و المنحنى (Γ)و المنحنى (C_f).في نفس المعلم.

$II)$ نعتبر المعادلة (E) التالية : $f(x)=m^2$ ، حيث m عدد حقيقي كيفي.

عين قيم العدد الحقيقي m بحيث للمعادلة (E) حلان مختلفان في الاشارة.

7 λ عدد حقيقي موجب تماما.

- احسب المساحة $A(\lambda)$ المحددة بالمنحنين (C_f) و (Γ) والمستقيمين $x=0$ و $x=\lambda$
- عين λ حتى تكون $A(\lambda)=1$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;-2;4)$ $B(-2;-6;5)$ $C(-4;0;-3)$

1- احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج قيس للزاوية BAC مقربة الى الوحدة.

2- تحقق من ان المعادلة الديكارتية المستوي ABC : هي $x-y-z+1=0$

3- عين احداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC).

4- نسمي H المسقط العمودي لـ O على المستقيم (BC).و العدد الحقيقي α حيث : $\overrightarrow{BH}=\alpha\overrightarrow{BC}$

1- برهن ان $\alpha=\dfrac{\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}}{\left\|\overrightarrow{BC}\right\|^2}$

- استنتج العدد الحقيقي α واحداثيات H ثم المسافة بين O والمستقيم (BC).

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D لواحقها على الترتيب z_A, z_B, z_C و z_D حيث: $z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z}_C$.

1. بين أن : $\left(\dfrac{1+z_A}{2}\right)^{2018}+\left(\dfrac{1-z_A}{2}\right)^{2018}=-1$ ،

عين قيم العدد طبيعي n بحيث : $\left(\dfrac{1+z_A}{2}\right)^{n}-\left(\dfrac{1-z_A}{2}\right)^{n}=0$

2. تحقق أن : $\dfrac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\dfrac{z_D-z_B}{z_B-z_C}$ ، ثمّ استنتج أن النقط A, B, C و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

3. عيّن طبيعة الرباعي $ABDC$ ، ثمّ احسب مساحته.

4. f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}(z-z_A)+z_A$$

- عيّن طبيعة التحويل f و عناصره المميزة.

5. (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z (حيث $z\neq z_A$ و $z\neq z_B$) المعرفة بالعلاقة:

$\arg(z^2+3)=\arg(z+i\sqrt{3})+2k\pi\ldots(E)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

- بيّن أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة (Γ) على الشكل $\arg(z-z_A)=2k\pi$ ، ثمّ استنتج طبيعة المجموعة (Γ).

<u>التمرين الثالث:</u> (04 نقاط)

نعتبر المتتالتين (U_n) و (V_n) المعرفتين كمايلي :

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \dfrac{4v_n + u_n}{5} \end{cases} ,n \in N \qquad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{4u_n + v_n}{5} \end{cases} ,n \in N$$

نعتبر المتتالية (W_n) المعرفة كمايلي : $W_n = V_n - U_n$

1- برهن انه من اجل عدد طبيعي n: $W_n = \left(\dfrac{3}{5}\right)^n$; واحسب نهايتها.

2- اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $U_n \prec V_n$.

3- بين ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما وان (V_n) متناقصة تماما .

- استنتج ان U_n و V_n متجاورتان ولهما نفس النهاية l.

4- (t_n) متتالية معرفة ب : $t_n = U_n + V_n$

- بين ان t_n متتالية ثابتة ثم استنتج قيمة l.

<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

✓ ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

✓ بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31 \prec \alpha \prec 1.32$ ثم حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ ب : $f(x) = x - e + \dfrac{1-\ln x}{x}$.

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.**(وحدة الطول** $2cm$**)**

ا- بين انه من اجل عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.ثم شكل جدول تغيراتها.

1. - بين ان: $f(\alpha) = 2\alpha - e - \dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا ل $f(\alpha)$.

2. بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x - e$ مقارب مائل للمنحنى (Cf)

ادرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (Δ) .

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) في النقطة يطلب تعين إحداثياها .

أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T)

5 . انشئ (T) (Cf) ;و (Δ) .في نفس المعلم.

6- نسمي $A(\alpha)$ المساحة المحددة بالمنحنين (Cf) و (Δ) والمستقيمين $x = e$ و $x = \alpha$

بين أن $A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2\ cm^2$