الفهرس

-شعبة: علوم تجريبية-

-شعبة: تقني رياضي-

-شعبة: رياضي-

-شعبة: تسيير وإقتصاد-

-شعبة: آداب وفلسفة +آداب ولغات أجنبية-

إهداء

إلى تلاميذي الأعزاء قسم: (03 عتج+03 تر+03 تق+03 آ)

اعلموا يا أبنائي: أن نجاحكم وتألقكم

هو ثمرة نجاحي وتألقي

فلا تحرموني تذوق هذه الثمرة

فاجتهدوا وثابروا،

واشربوا من بحر المعرفة في شراهة ونهم،

فالمعرفة نور للبصائر والأبصار.

ليست الغاية أن تقرأ...بل الغاية أن تستفيد

-وفقكم الله وسدد خطاكم-

المواضيع

+

−

السلاسل

شعبة:

علوم تجريبية

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة جوان 2008 الموضوع I، علوم تجريبية)

1-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-(1+2i)z-1+i=0$

نرمز للحلين بـz_1 و z_2 حيث: $|z_1|<|z_2|$.

بيّن أنّ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ عدد حقيقي.

2-المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. لتكن A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب 1، z_1 ، z_2.

ليكن Z العدد المركب حيث: $Z=\frac{z_2-1}{z_1-1}$.

أ)انطلاقا من التعريف $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ ومن الخاصية: $e^{i(\theta_1+\theta_2)}=e^{i\theta_1}\times e^{i\theta_2}$

برهن أنّ: $e^{-i\theta}=\frac{1}{e^{i\theta}}$ وأنّ $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}}=e^{i(\theta_1-\theta_2)}$ حيث θ ، θ_1 و θ_2 أعداد حقيقية.

ب)أكتب Z على الشكل الأسي.

ج)أكتب Z على الشكل المثلثي واستنتج أنّ النقطة C هي صورة النقطة B بتشابه مباشر مركزه A ، يُطلب تعيين زاويته ونسبته.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$ والنقط $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$.

1-تحقّق أنّ النقط A ، B و C ليست على استقامية، ثم بيّن أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $y+2z-2=0$.

2-أ-تحقّق أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC).

ب-احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

3-لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,\alpha);(C,\beta)\}$ حيث α ، β عددان حقيقيان يُحققان $1+\alpha+\beta\neq 0$

عيّن α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ).

التمرين الثالث:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2008 الموضوع I، علوم تجريبية)

1)نعتبر الدّالة f المعرّفة على المجال $I=[1;2]$ بالعبارة: $f(x)=\frac{x+2}{-x+4}$.

أ-بيّن أنّ الدّالة f متزايدة تماما على I .

ب-بيّن أنه من أجل عدد حقيقي x من المجال I، $f(x)$ ينتمي إلى I.

2) (u_n) هي المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يأتي: $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، u_n ينتمي إلى I .

ب-أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

3)أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=1+\dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{2}\right)^n+1}$.

ب)عيّن النهاية: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع:(07,5 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية(دورة جوان 2008 الموضوع I، علوم تجريبية)

I-نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$
حيث a وb عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II-نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$
و(C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ)بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$ وفسر هذه النتيجة بيانيا. (نُذكّر أنّ $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^u=0$)

ب)ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج)بيّن أنّ المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يُطلب تعين احداثييها.

د)اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

هـ)ارسم (C_g).

و) H الدالة العددية المعرّفة على $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان.

عيّن α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto g(x)-1$

استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0 .

III-لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(03 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع II، علوم تجريبية)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك.

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(1;3;-1)$ ، $B(4;1;0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$.

والمستوي (P) الذي معادلته: $x-3z-4=0$.

1)المستوي (P) هو: ج1) (BCD)، ج2) (ABC)، ج3) (ABD).

2)شعاع ناظمي للمستوي (P) هو: ج1) $\vec{n_1}(1;2;1)$ ، ج2) $\vec{n_2}(-2;0;6)$ ، ج3) $\vec{n_3}(2;0;-1)$.

3)المسافة بين النقطة D والمستوي (P) هي: ج1) $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$.

التمرين الثاني:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2008 الموضوع II، علوم تجريبية)

(u_n) متتالية عددية معرّفة كما يلي: $u_0=\dfrac{5}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+2$.

1)أ-ارسم في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ والمنحنى (d) الممثل للدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بــ: $f(x)=\frac{2}{3}x+2$.

ب-باستعمال الرسم السابق، مثّل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود: u_0، u_1، u_2، u_3 وَ u_4.

ج-ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2)أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \leq 6$.

ب-تحقّق أنّ (u_n) متزايدة.

ج-هل (u_n) متقاربة؟ برّر إجابتك.

3)نضع من أجل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-6$.

أ-اثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب-أكتب عبارة u_n بدلالة n ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2008 الموضوع II، علوم تجريبية)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2+iz-2-6i=0$.

2.نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب حيث: $z_A=2+i$ و $z_B=-2-2i$.

عيّن z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$.

3.لتكن C النقطة ذات اللاحقة z_C حيث: $z_C=\frac{4-i}{1+i}$.

اكتب z_C على الشكل الجبري ثم أثبت أنّ النقطة C تنتمي إلى الدائرة (Γ).

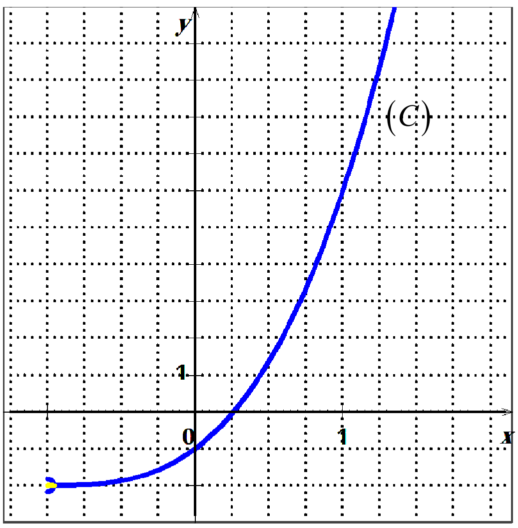
4.أ-برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته k $(k>0)$ و زاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي: $z'-z_0=ke^{i\theta}(z-z_0)$.

ب-تطبيق: عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ: $z'+\frac{1}{2}i=2e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z+\frac{1}{2}i\right)$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال العددية(دورة جوان 2008 الموضوع II، علوم تجريبية)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي:

$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1-أ)-بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب)علّل وُجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يُحقق: $g(\alpha)=0$.

ج)استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2- f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي:

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

أ)تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب)عيّن دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسّر النتيجة بيانياً.

ج)احسب: $\lim_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسّر النتيجتين بيانياً.

د)شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3-نأخذ: $\alpha \simeq 0,26$

أ)عيّن مُدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ب)ارسم المنحنى (Γ).

4-أ)أكتب $f(x)$ على الشكل: $f(x)=x+a+\frac{b}{(x+1)^2}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.

ب)عيّن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ والتي تُحقق: $F(1)=2$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2008. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

حل التمرين الرابع:(07,5 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية(دورة جوان 2008 الموضوع I، علوم تجريبية)

I-لدينا: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ ؛ $D_f=[-2;+\infty[$. حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

تعيين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$:

$A(-1;1)\in(C_f)$ **معناه** $f(-1)=1$ **ومنه** $(-a+b)e+1=1$ **وعليه:** $\boxed{-a+b=0}$ ...(1)

معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$ **معناه** $f'(-1)=-e$

بما أنّ $f'(x)=ae^{-x}-e^{-x}(ax+b)=e^{-x}(-ax+a-b)$

فإنّ: $\boxed{2a-b=-1}$ ...(2)

من (1) و (2) **نجد:** $a=b=-1$ إذن: $\boxed{f(x)=(-x-1)e^{-x}+1}$.

II- لدينا: $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ ؛ $D_g=[-2;+\infty[$. و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

نلاحظ أنّ: $g(x)=f(x)$ من أجل $a=b=-1$.

أ)تبيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$.: (علما أنّ $\lim_{u\to-\infty} ue^u=0$)التزايد المقارن

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[(-x-1)e^{-x}+1\right]=\lim_{x\to+\infty}\left(-xe^{-x}-e^{-x}+1\right)$$

بوضع: $u=-x$ ($x\to+\infty$ تُكافئ $u\to-\infty$) **نجد:** $\lim_{x\to+\infty}\left(-xe^{-x}\right)=\lim_{u\to+\infty} ue^u=0$

ولدينا: $\lim_{x\to+\infty} e^{-x}=0$ **إذن:** $\boxed{\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(-xe^{-x}-e^{-x}+1\right)=1}$.

تفسير هذه النتيجة بيانيا: المستقيم ذو المعادلة $\boxed{y=1}$ (المُوازي لمحور الفواصل) مقارب لـ (C_g) عند $+\infty$.

ب)دراسة تغيّرات الدالة g :

g معرفة وقابلة للاشتقاق على $[-2;+\infty[$ **ولدينا:** $g'(x)=-e^{-x}-e^{-x}(-x-1)=e^{-x}(-1+x+1)=xe^{-x}$.

ومنه: إشارة $g'(x)$ من إشارة x .

وعليه:

x	-2		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

إذن: الدالة g متناقصة تماما على المجال $[-2;0]$ ومتزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

انشاء جدول تغيراتها:

x	-2		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	e^2+1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

حيث $g(-2)=(-(-2)-1)e^{-(-2)}+1=e^2+1$ و $g(0)=(-0-1)e^{-0}+1=0$.

ج)تبيّن أنّ المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يُطلب تعين احداثييها:

لدينا: $g'(x)=xe^{-x}$ **ومنه:** $g''(x)=1e^{-x}-e^{-x}x=e^{-x}(1-x)$.

وعليه إشارة $g''(x)$ من إشارة $(1-x)$.

x	-2		1		$+\infty$
$1-x$		$+$	0	$-$	
$g''(x)$		$+$	0	$-$	

بما أنّ $g''(x)$ تنعدم عند 1 وتُغير من إشارتها فإنّ النقطة $I\left(1;g\left(1\right)\right)$ نقطة انعطاف لـ $\left(C_g\right)$.

أي: $I\left(1;-2e^{-1}+1\right)$ ($g\left(1\right)=\left(-1-1\right)e^{-1}+1=-2e^{-1}+1$)

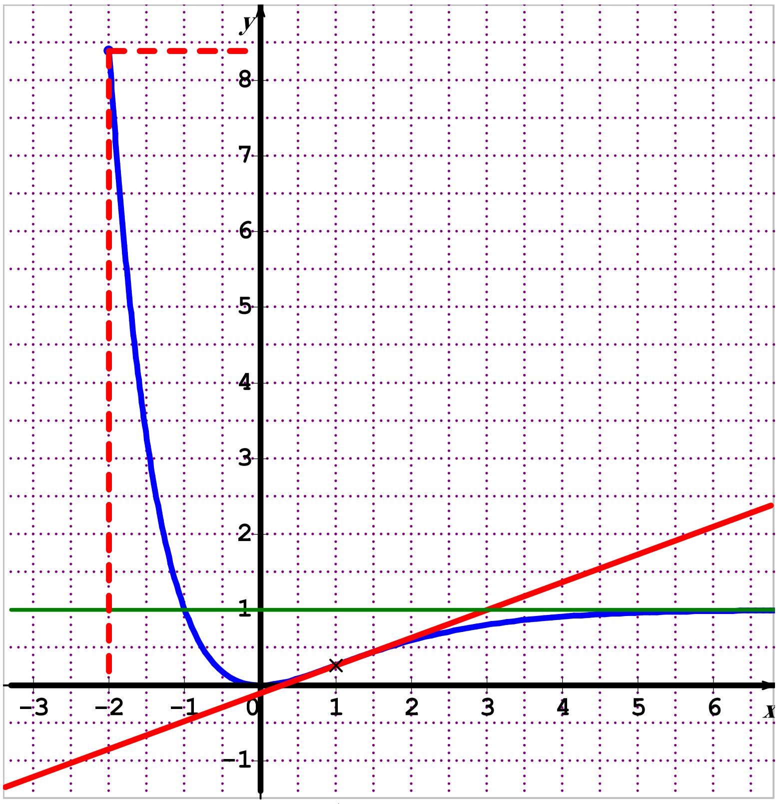
د) كتابة معادلة المماس للمنحنى $\left(C_g\right)$ عند النقطة I :

معادلة المماس عند من الشكل: $y=g'(x_0)(x-x_0)+g(x_0)$ حيث $\boxed{x_0=1}$.

ومنه $y=g'(1)(x-1)+g(1)$

ولدينا: $\begin{cases} g'(1)=1e^{-1}=e^{-1} \\ g(1)=-2e^{-1}+1 \end{cases}$ بالتعويض نجد: $\boxed{y=e^{-1}x-3e^{-1}+1}$.

هـ) رسم $\left(C_g\right)$:



و لدينا: $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ ؛ $D_H=[-2;+\infty[$. حيث α و β عددان حقيقيان.

تعيين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto g(x)-1$:

H دالة أصلية للدالة $x\mapsto g(x)-1$ تُكافئ $H'(x)=g(x)-1$

ومنه $\alpha e^{-x}-e^{-x}(\alpha x+\beta)=(-x-1)e^{-x}+1-1$

وعليه $e^{-x}(-\alpha x+\alpha-\beta)=e^{-x}(-x-1)$

بالمطابقة نجد $\begin{cases} -\alpha=-1 \\ \alpha-\beta=-1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} \alpha=1 \\ \beta=2 \end{cases}$ إذن: $\boxed{H(x)=(x+2)e^{-x}}$.

استنتاج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0 :

الدوال الأصلية للدالة g تكون من الشكل $G:x\mapsto H(x)+x+c$

ومنه $G(0)=0$ تُكافئ $H(0)+0+c=0$ وعليه $c=-H(0)$ أي $c=-2$ إذن: $\boxed{G(x)=(x+2)e^{-x}+x-2}$

III-لدينا: $k(x)=g(x^2)$ ؛ $D_k=[-2;+\infty[$.

باستعمال مشتقة دالة مركبة، تعيّين اتجاه تغير الدالة k :

لدينا: $k(x)=g(x^2)$ يعني k عبارة عن مُركب دالتين g و $u:x\mapsto x^2$ مع $k=g\circ u$

ومنه $k'(x)=g'[u(x)]\times u'(x)$ إذن: $k'(x)=g'(x^2)\times 2x=x^2e^{-x^2}\times 2x$.

إشارة $k'(x)$ من إشارة (x)

x	-2		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	
$k'(x)$		$-$	0	$+$	

وبالتالي: الدالة k متناقصة تماما على المجال $[-2;0]$ ومتزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

تشكّيل جدول تغيّراتها:

x	-2		0		$+\infty$
$k'(x)$		$-$	0	$+$	
$k(x)$	$-5e^{-4}+1$	↘	0	↗	1

حيث: $k(-2)=g\left((-2)^2\right)=g(4)=-5e^{-4}+1$ ، $k(0)=g(0^2)=g(0)=0$

و $\lim_{x\to+\infty}k(x)=\lim_{x\to+\infty}g(x^2)=\lim_{X\to+\infty}g(X)=1$ (وذلك بوضع $X=x^2$ ؛ $x\to+\infty$ تُكافئ $X\to+\infty$)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

امتحان بكالوريا دورة جوان 2009+الحل المفصل. 03 علوم تجريبية. جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(03,5 نقطة) المتتاليات العددية(دورة جوان 2009 الموضوع I، علوم تجريبية)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_{n+2}=\frac{4}{3}u_{n+1}-\frac{1}{3}u_n$، $u_1=2$ و $u_0=1$

المتتالية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=u_{n+1}-u_n$

1) أحسب v_0 و v_1.

2) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n: $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)+1$

جـ) بيّن أنّ (u_n) متقاربة.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2009 الموضوع I، علوم تجريبية)

$P(Z)$ كثير حدود حيث: $P(Z)=(Z-1-i)(Z^2-2Z+4)$ و Z عدد مركب.

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$.

2) نضع: $Z_1=1+i$ ؛ $Z_2=1-\sqrt{3}i$.

أ) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي.

ب) أكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي.

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) أ) n عدد طبيعي. عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقيا.

ب) احسب قيمة العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{456}$.

التمرين الثالث:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009 الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط: $A(1;0;2)$، $B(0;2;1)$، $C(2;1;3)$.

1) (P) مستو معادلة له من الشكل $x-z+1=0$.

أ) بيّن أنّ المستوي (P) هو المستوي (ABC).

ب) ما طبيعة المثلث ABC.

2) أ) تحقّق من أن النقطة $D(2;3;4)$ لا تنتمي إلى (ABC).

ب) ما طبيعة $ABCD$.

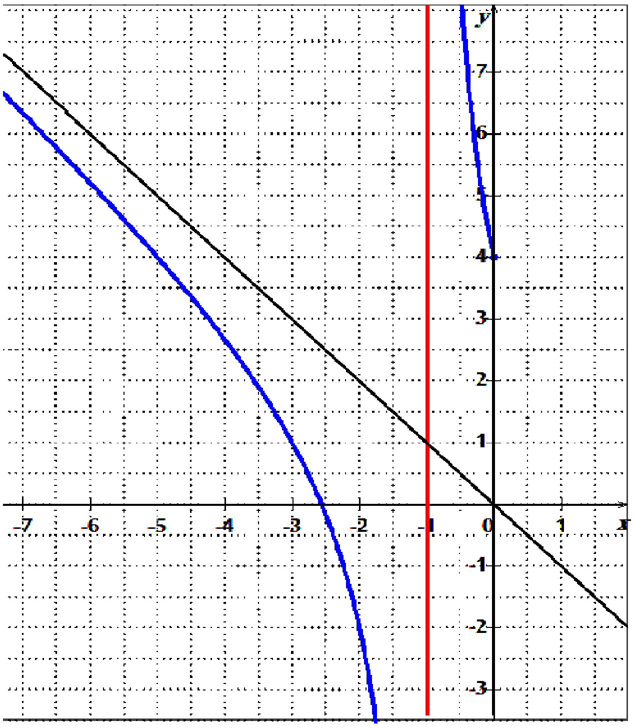
3) أ) أحسب المسافة بين D والمستوي (ABC).

ب) أحسب حجم $ABCD$.

التمرين الرابع:(07,5 نقاط) الدوال العددية(دورة جوان 2009 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مُبين في الشكل.



1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات f شكّل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=x+\frac{4}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقّق من أنّ (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to0\\>}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to0\\<}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k).

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المُحدد بالمنحنى (C_k) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ و $x=-\frac{1}{2}$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009 الموضوع II، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(2;3;-1)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(3;0;-2)$ ، $D(1;-1;-2)$.

وليكن (π) المستوي المُعرف بمعادلته الديكارتية: $2x-y+2z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A ، B ، C في استقامية.
2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له: $25x-6y-z-33=0$.
3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π) .
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2009 الموضوع II، علوم تجريبية)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2. نسمي z_1 ؛ z_2 حلي هذه المعادلة.

أ) أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A ، B ، C هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1 - i\sqrt{3}$ ؛ $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = \frac{1}{2}\left(5 + i\sqrt{3}\right)$

(i يُرمز إلى العدد المركب الذي يحقق $i^2 = -1$)

أحسب الأطوال AB ، AC ، BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) جِد الطويلة وعمدة للعدد المركب Z حيث: $Z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.

د) أحسب Z^3 و Z^6 ثم استنتج أنّ Z^{3k} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي k .

التمرين الثالث:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2009 الموضوع II، علوم تجريبية)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_1 وأساسها q حيث: $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$.

1. أ) أحسب u_2 والأساس q لهذه المتتالية واستنتج الحد الأول u_1.

ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

ج) أحسب S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ بدلالة n ثم عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n = 728$.

2. (v_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي: $v_1 = 2$ و $v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$.

أ) أحسب v_2 و v_3.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$.

بيّن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ج) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية(دورة جوان 2009 الموضوع II، علوم تجريبية)

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} h(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$.

2. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x) = \frac{1 + 2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني:

لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.أ)احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.

ب)باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أنّ $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$.

جـ)استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

د)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

هـ)أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

2.بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3.بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3,3$ و $3,4$.

4.ارسم (C_f).

5.أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x-1$ ؛ $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2009. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول: (05 نقاط) الأعداد المركبة (دورة جوان 2010 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$.

1) اكتب على الشكل الأسي: z_A و z_B.

2) ليكن S التشابه المباشر الذي يُرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=2iz+6+3i$.

أ) عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر S.

ب) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S.

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\left\{\left(A;2\right),\left(B;-2\right),\left(C;2\right)\right\}$.

أ) عيّن z_D لاحقة النقطة D.

ب) عيّن مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن $\left(\Delta\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\frac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقّق أنّ النقطة E ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى $\left(\Delta\right)$.

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z_B-z}{z_D-z}$. عيّن حينئذٍ المجموعة $\left(\Delta\right)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2010 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، النقط $A\left(1;1;0\right)$، $B\left(2;1;1\right)$ و $C\left(-1;2;-1\right)$.

1) أ) بيّن أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بيّن أنّ المعادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$ هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين $\left(P\right)$ و $\left(Q\right)$ اللّذين معادلتيهما على الترتيب: $\left(P\right):x+2y-3z+1=0$ و $\left(Q\right):2x+y-z-1=0$

والمستقيم $\left(D\right)$ الذي يشمل النقطة $F\left(0;4;3\right)$ و $\vec{u}\left(-1;5;3\right)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(D\right)$.

ب) تحقق أنّ تقاطع المستويين $\left(P\right)$ و $\left(Q\right)$ هو المستقيم $\left(D\right)$.

3) عيّن تقاطع المستويات الثلاث $\left(ABC\right)$، $\left(P\right)$ و $\left(Q\right)$.

التمرين الثالث: (10 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2010 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=1+\ln\left(2x-1\right)$

وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} f(x)$.

2) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يُمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \ln(x+a)+b$ حيث: a، b عددان حقيقيان يُطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يُمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية "$\ln$"

ثم ارسم (C) و (C_f).

II) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال I بـ: $g(x) = f(x) - x$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

تحقّق أنّ $2 < \alpha < 3$.

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right[$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإنّ: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n = f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n = 1+2\ln 3 - 3\ln 2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

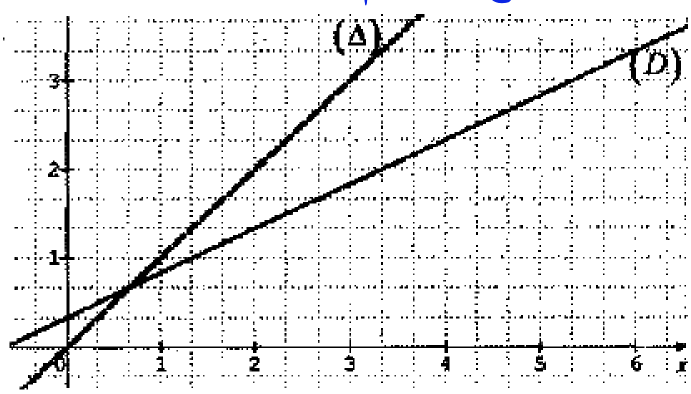
انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول: (05 نقاط) المتتاليات العددية (دورة جوان 2010 الموضوع II، علوم تجريبية)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.



1) لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$.

أ- انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية: u_0، u_1، u_2، u_3 و u_4؛ دون حسابها مُبرزا خطوط الرسم.

ب-عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D).
جـ-أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ-باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n > \frac{2}{3}$.
ب-استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.
أ-بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.
ب-اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n، واستنتج عبارة u_n بدلالة n.
جـ-احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ واستنتج المجموع S_n' حيث $S_n' = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2010 الموضوع II، علوم تجريبية)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$، ثمّ اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3+3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.
أ-بيّن أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.
ب-عيّن زاوية للدوران R الذي مركزه O ويُحوّل النقطة A إلى النقطة B.
جـ-بيّن أنّ النقط A، O و C في استقامية وكذلك النقط B، O و D.
د-استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2010 الموضوع II، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته: $x - 2y + z + 3 = 0$

1) نُذكّر أنّ حامل محور الفواصل $(O;\vec{i})$ يُعرف بالجملة $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.
-عيّن إحداثيات نقطة تقاطع حامل محور الفواصل $(O;\vec{i})$ مع المستوي (P).

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B(0;0;-3)$ و $C(-1;-4;2)$.
أ-تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي (P).
ب-احسب الطول AB.
جـ-احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (P).

3) أ-اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة C والعمودي على المستوي (P).
ب-تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).
جـ-احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2010 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.
نرمز بـ(C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ وفسّر هندسياً النتيجة.

2)ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

3)أ)بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4)أثبت أنّ النقطة $\omega\left(0;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5)أ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1,4<\beta<-1,3$.

ب)هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

جـ)ارسم (Δ)، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x}=m$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2010. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(03 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2011 الموضوع I، علوم تجريبية)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=3u_n+1$.

(v_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{2}$.

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية أقترحت ثلاث إجابات، إجابة واحدة فقط منها صحيحة، حدّدها مع التعليل.

1. المتتالية (v_n): أ-حسابية. ب-هندسية. جـ-لا حسابية ولا هندسية.
2. نهاية المتتالية (u_n) هي: أ- $+\infty$ ب- $-\frac{1}{2}$ جـ- $-\infty$.
3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=-\frac{1}{2}\left[1+e^{\ln 3}+e^{2\ln 3}+\ldots+e^{n\ln 3}\right]$.
   أ- $S_n=\frac{3^{n+1}-1}{2}$ ب- $S_n=\frac{1-3^n}{4}$ جـ- $S_n=\frac{1-3^{n+1}}{4}$.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2011 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، المستوي (P) الذي يشمل النقطة $A(1;-2;1)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له؛ وليكن (Q) المستوي ذا المعادلة $x+2y-7=0$.

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).
2. أ-تحقّق أنّ النقطة $B(-1;4;-1)$ مشتركة بين المستويين (P) و (Q).
   ب-بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.
3. لتكن النقطة $C(5;-2;-1)$
   أ-احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (P) ثم المسافة بين النقطة C والمستوي (Q).
   ب-أثبت أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.
   جـ-استنتج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ).

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2011 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب:
$z_A=-i$، $z_B=2+3i$ و $z_C=-4+i$.

1. أ-اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$.
   ب-عيّن طويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له؛ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.
2. نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يُرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=iz-1-i$.
   أ-عيّن طبيعة التحويل T محدّدا عناصره المميّزة.
   ب-ما هي صورة النقطة B بالتحويل T.

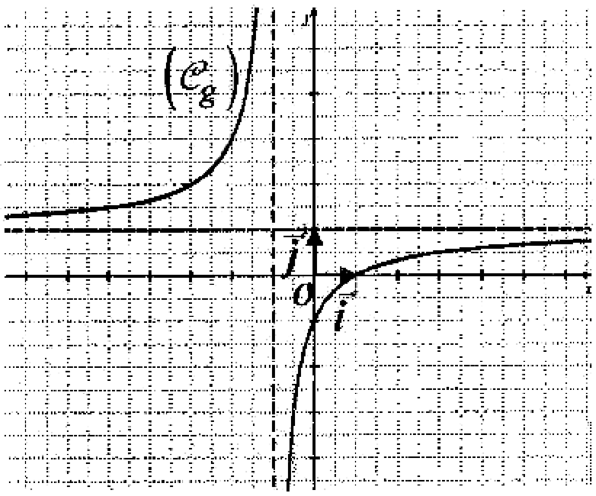
3.لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D=-6+2i$.

أ-بيّن أنّ النقاط A ، C و D في استقامية.

ب-عيّن نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويُحوّل النقطة C إلى النقطة D .

جـ-عيّن العناصر المميّزة للتشابه S الذي مركزه A ويُحوّل B إلى D .

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع I، علوم تجريبية)



I)نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

و(C_g)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل)، بقراءة بيانية:

أ-شكّل جدول تغيّرات الدالة g .

ب-حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$.

جـ-عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$.

II)لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسياً.

2.أ-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

ب-احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3.أ-باستعمال الجزء I)السؤال جـ-، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب- α عدد حقيقي.

بيّن أنّ الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$.

جـ-تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\dfrac{2}{x+1}$ ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2011 الموضوع II، علوم تجريبية)

α عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 .

(u_n)متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\alpha u_n+1$.

(v_n)متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=u_n+\dfrac{1}{\alpha-1}$.

1.أ-بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها α .

ب-اكتب بدلالة n و α ، عبارة v_n ثم استنتج بدلالة n و α ، عبارة u_n .

ج-عيّن قيّم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها المتتالية (u_n) متقاربة.

2. نضع $\alpha = \frac{3}{2}$.

-احسب بدلالة n، المجموعين S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2011 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، النقط A، B و C التي لاحقتاها على الترتيب: $z_A = 3-2i$، $z_B = 3+2i$ و $z_C = 4i$.

1. أ-علّم النقط A، B و C.

ب-ما طبيعة الرباعي $OABC$؟ علّل إجابتك.

ج-عيّن لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$.

2. عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقّق: $\left\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 12$.

3. أ-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-6z+13=0$؛ نسمي z_0، z_1 حلي هذه المعادلة.

ب-لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z.

-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $|z-z_0| = |z-z_1|$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2011 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط $A(0;1;5)$، $B(2;1;7)$ و $C(3;-3;6)$.

1. أ-اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;-4;-1)$ شعاع توجيه له.

ب-تحقّق أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

ج-بيّن أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متعامدان.

د-استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

2. نعتبر النقطة $M(2+t;1-4t;7-t)$ حيث t عدد حقيقي؛ ولتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t) = AM$

أ-اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t.

ب-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي t؛ $h'(t) = \frac{18t}{\sqrt{18t^2+8}}$.

ج-استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن.

-قارن بين القيمة الصغرى للدالة h، والمسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x - ex - 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ-احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ج-شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2. أ-بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب-اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ-بيّن أنّ المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α.

د-ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $]-\infty;2]$.

3.أ-احسب بدلالة α، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب-أثبت أنّ: $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات).

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2011. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

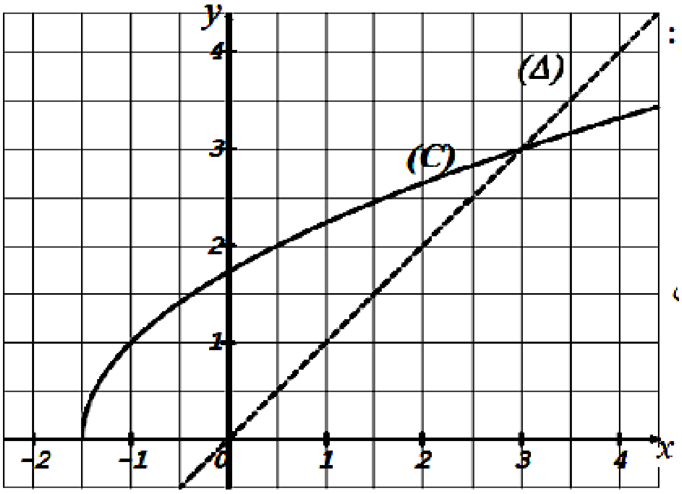
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2012 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بحدّها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$.



1) لتكن h الدالة المعرّفة على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $h(x)=\sqrt{2x+3}$، و(C) تمثيلها البياني و(Δ) المستقيم ذو معادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، (انظر الشكل مقابل).

أ)-أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل، على محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3. (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).

ب)-ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_n<3$.

3)أ)-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

ب)-استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2012 الموضوع I، علوم تجريبية)

1)نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z=\dfrac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ (حيث $z\neq 2-3i$).

-حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

2)يُنسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب: z_A و z_B حيث: $z_A=1+i\sqrt{5}$ و $z_B=1-i\sqrt{5}$.

-تحقّق أنّ A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يُطلب تعيين نصف قطرها.

3)نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z، ($z\neq 2-3i$) النقطة M' لاحقتها z' حيث $z'=\dfrac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$.

النقط C، D، E لواحقها على الترتيب: $z_C=-2i$، $z_D=2-3i$، $z_E=3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$.

أ-عبّر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM.

ب-استنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإنّ النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يُطلب تعين مركزها ونصف قطرها.

تحقّق أنّ E تنتمي إلى (γ).

التمرين الثالث:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $14x+16y+13z-47=0$، والنقط $A(1;-2;5)$، $B(2;2;-1)$، $C(-1;3;1)$.

1)أ-تحقّق أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب-بيّن أنّ المستوي (ABC) هو (P).

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

3) أ-اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

ب-تحقق أنّ النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي إلى المستوي (Q).

جـ-احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع I، علوم تجريبية)

لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي: $f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ-احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب-احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$، $f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ-بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب-ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-3{,}5<\alpha<-3{,}4$ و $-1{,}1<\beta<-1$.

5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

6) أ-نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$.

بيّن أنّ $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

ب-بيّن أنّ المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يُطلب تعيين إحداثيتيها.

7) لتكن g الدالة المعرّفة على $]-\infty;0[$ كما يلي: $g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$.

بيّن أنّ g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة) المتتاليات العددية(دورة جوان 2012 الموضوع II، علوم تجريبية)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأوّل $u_0=\frac{13}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=3+\sqrt{u_n-3}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3<u_n<4$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^{\,2}+7u_n-12}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$. استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماماً.

3) برّر لماذا (u_n) متقاربة.

4) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-3)$.

أ)برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، ثم احسب حدّها الأول.

ب)اكتب كلاً من v_n و u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج)نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $p_n=(u_0-3)(u_1-3)(u_2-3)\times\ldots\times(u_n-3)$.

اكتب p_n بدلالة n، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n=\frac{1}{16}$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع II، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(-1;0;1)$ ، $B(2;1;0)$ و $C(1;-1;0)$.

1)بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

2)بيّن أنّ $2x-y+5z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) D و H نقطتان من الفضاء حيث: $D(2;-1;3)$ و $H\left(\frac{13}{15};-\frac{13}{30};\frac{1}{6}\right)$.

أ-تحقّق أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (ABC).

ب-بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ-استنتج أنّ المستويين (ADH) و (ABC) متعامدان، ثم جد تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما.

التمرين الثالث:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة جوان 2012 الموضوع II، علوم تجريبية)

1) $P(z)$ كثير الحدود للمتغيّر المركب z حيث: $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$.

أ-تحقّق أنّ 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$.

ب-جِد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z: $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$.

جـ-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة $P(z)=0$.

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B و C نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ و $z_C=3-i\sqrt{3}$.

أ-اكتب كلاً من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب-اكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسي.

جـ-استنتج طبيعة المثلث ABC.

3)ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C، نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ-جِد الكتابة المركبة للتشابه S.

ب-عيّن $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S.

جـ-بيّن أنّ النقط A ، B ، A' في استقامية.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع II، علوم تجريبية)

I)لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^x$.

1)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3)أ-بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $[-1;+\infty[$.

ب-تحقّق أنّ $0,5<\alpha<0,6$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^x-x-1$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإنّ: $f'(x)=-g(x)$.
استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2})

4) أ-بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
ب-ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ-بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.
ب-أنشئ (Δ) و (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax+b)e^x$.
أ-عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.
ب-استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2012. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأوّل:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2013 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط: $A(-1;1;3)$ ، $B(1;0;-1)$ ، $C(2;-1;1)$ ، $D(2;0;-1)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2y+z+1=0$.

ليكن (Δ) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له: $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+\beta \\ z=1-2\beta \end{cases}$ حيث β وسيط حقيقي.

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC)، ثمّ تحقّق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

2) بيّن أن المستقيمين (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي.

3) أ) احسب المسافة بين النقطة A والمستوي (P).

ب) بيّن أنّ D نقطة من (P)، وأنّ المثلث BCD قائم.

4) بيّن أنّ $ABCD$ رباعي وجوه، ثمّ احسب حجمه.

التمرين الثاني:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2013 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) المتتالية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{5^{n+1}}{6^n}$.

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدّها الأوّل.

2) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

II) المتتالية (u_n) معرّفة بـ: $u_0=1$، ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{5u_n+6}$.

1) برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le 6$.

2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) أ) برهن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $6-u_{n+1}\le\dfrac{5}{6}(6-u_n)$.

ب) بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le 6-u_n\le v_n$. استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2013 الموضوع I، علوم تجريبية)

1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة (I) ذات المجهول z التالية:

$z^2-(4\cos\alpha)z+4=0...(I)$ حيث α وسيط حقيقي.

2) من أجل $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$؛ نرمز إلى حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2. بيّن أنّ: $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$.

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=1+i\sqrt{3}$ ؛ $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=4+i\sqrt{3}$ على الترتيب.

أ) أنشئ النقط A ، B و C.

ب) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$، ثمّ استنتج أنّ C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويُطلب تعيين نسبته وزاويته.

ج)عيّن لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;2)\}$، ثمّ أنشئ G.

د)احسب z_D لاحقة النقطة D، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع.

التمرين الرابع:(06,5 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2013 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$، و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

1)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$، ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

2)احسب $f'(x)$. بيّن أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلاً وحيدا α.

باستعمال جدول القيم أعلاه جِد حصرا للعدد α.

4)ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثمّ ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5)عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$.(عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1)ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2)أ)تحقّق من أنّ: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$، ثمّ بيّن أنّ: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب)استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج)تحقّق من أنّ: $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$، معادلة للمستقيم (T).

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة جوان 2013 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z الآتية: $z^2+4z+13=0\ldots(E)$

1)تحقّق أنّ العدد المركب $-2-3i$ حل للمعادلة (E)، ثمّ جِد الحل الآخر.

2) A و B نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما $z_A=-2-3i$ و $z_B=i$ على الترتيب. S التشابه المباشر الذي مركزه A، نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ والذي يحوّل كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$.

أ)بيّن أنّ: $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{7}{2}-2i$.

ب)احسب z_C لاحقة النقطة C، علماً أنّ C هي صورة B بالتشابه S.

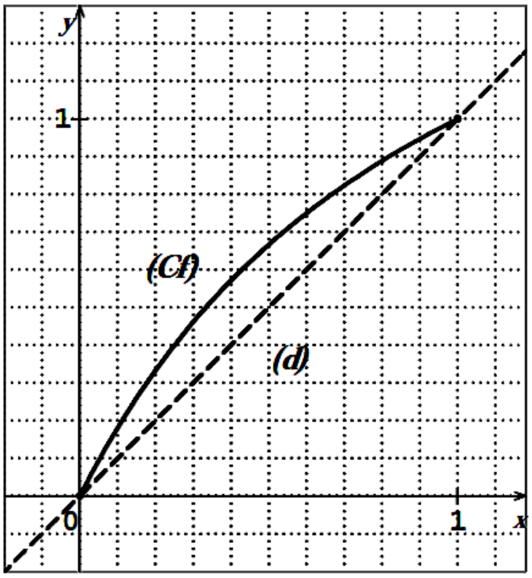
3)لتكن النقطة D، حيث: $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.

أ)بيّن أنّ D هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين حقيقيين يُطلب تعيينهما.

ب)احسب z_D لاحقة النقطة D.

ج)بيّن أنّ: $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A} = i$، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ACD.

التمرين الثاني:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2013 الموضوع II، علوم تجريبية)



في الشكل المقابل، (C_f) هو التمثيل البياني للدّالة f المعرّفة على المجال $[0;1]$ بالعلاقة $f(x) = \frac{2x}{x+1}$،
و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل، $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ)أعد رسم هذا الشكل في ورقة الإجابة، ثمّ مثل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها، مُبرزا خطوط التمثيل.

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2)أ)أثبت أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$.

ب)برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $0 < u_n < 1$.

ج)ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$.

أ)برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، يُطلب حساب حدّها الأول v_0.

ب)احسب نهاية (u_n).

التمرين الثالث:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2013 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(2;1;-1)$، $B(1;-1;3)$، $C\left(-\frac{3}{2};-2;1\right)$ و $D\left(\frac{7}{2};-3;0\right)$. ولتكن I منتصف القطعة $[AB]$.

1)أ)احسب إحداثيات النقطة I.

ب)بيّن أنّ: $2x + 4y - 8z + 5 = 0$ معادلة ديكارتية لـ (P)؛ المستوي المحوري لـ $[AB]$.

2)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و $\vec{u}(1;2;-4)$ شعاع توجيه له.

3)أ)جد إحداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) والمستقيم (Δ).

ب)بيّن أنّ (Δ) و (AB) من نفس المستوي، ثمّ استنتج أن المثلث IEC قائم.

4)أ)بيّن أنّ المستقيم (ID) عمودي على كل من المستقيم (AB) والمستقيم (IE).

ب)أحسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2013 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$

1)ادرس تغيّرات الدالة g، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2)استنتج أنه، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$، $g(x) > 0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$. فسّر النتيجة بيانياً.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$، حيث f' هي مشتقة الدالة f.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$، ثمّ تحقّق أنّ $0<\alpha<0,5$.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0.

أ) احسب x_0.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f).

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين متمايزين.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2013. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

امتحان بكالوريا دورة جوان 2014+الحل المفصل. 03 علوم تجريبية. جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2014 الموضوع I، علوم تجريبية)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{4}{3}$

و (v_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n+4$.

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعين أساسها وحدّها الأوّل.

2) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n=5\left(\frac{1}{v_n+5}-1\right)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)$.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;-1;1)$، $B(-1;2;1)$، $C(1;-1;2)$ و $D(1;1;1)$.

1) أ) تحقق أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستويا.

ب) بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC).

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2) لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,2);(C,-1)\}$.

أ) احسب إحداثيات G.

ب) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$

بيّن أنّ (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$.

جـ) أثبت أنّ معادلة (Γ) هي: $6x-4y+2z+3=0$.

3) بيّن أنّ المستويين (ABC) و (Γ) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعين تمثيل وسيطي له.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2014 الموضوع I، علوم تجريبية)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-6\sqrt{2}z+36=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، لتكن النقط A، B، C و D التي لاحقاتها

على الترتيب: $z_A=3\sqrt{2}(1+i)$، $z_B=\overline{z_A}$، $z_C=6\sqrt{2}$ و $z_D=\frac{z_C}{2}$.

أ) اكتب z_A، z_B و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

جـ) بيّن أنّ النقط O، A، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D، يُطلب تعين نصف قطرها.

د)احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$؟

3)ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ)اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب)عيّن لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقّق أنّ النقط C، A و C' في استقامية.

جـ)عيّن لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدّد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R.

التمرين الرابع:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2014 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)أ)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$؛ فسّر النتيجتين هندسياً.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2)أ)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=1$.

ب)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

جـ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$.

3)أنشئ (T) و (C_f).

4)لتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$.

وليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ)بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$. ماذا تستنتج؟

ب)أنشئ المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f).

جـ)ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2014 الموضوع II، علوم تجريبية)

I)نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام: $u_n=e^{\frac{1}{2}-n}$.

(e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

1)بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية، يُطلب تعين أساسها وحدّها الأوّل.

2)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$، ماذا تستنتج؟

3)احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$.

II)نضع، من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\ln(u_n)$ ($\ln$ يُرمز إلى اللوغاريتم النيبيري).

1)عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n).

2)أ)احسب بدلالة n العدد P_n حيث: $P_n=\ln(u_0\times u_1\times u_2\times\ldots\times u_n)$.

ب)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P_n+4n>0$.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع II، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$ ، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$.

1) أ) برهن أن A ، B و C ليست في استقامية.

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC).

جـ) تحقق أنّ $x+y-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرّفين بمعادلتيهما كما يلي: $(P): x-y-2z+5=0$ و $(Q): 3x+2y-z+10=0$.

برهن أنّ (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي: $(t\in\mathbb{R});\begin{cases}x=t-3\\y=-t\\z=t+1\end{cases}$.

3) عيّن تقاطع المستويات (ABC)، (P) و (Q).

4) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M;(P))$ المسافة بين M والمستوي (P) و $d(M;(Q))$ المسافة بين M والمستوي (Q)، عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث: $\sqrt{6}\times d(M;(P))=\sqrt{14}\times d(M;(Q))$.

التمرين الثالث:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2014 الموضوع II، علوم تجريبية)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $(z-i)(z^2-2z+5)=0$.

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ (وحدة الطول $1cm$)، تُعطى النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=i$ ، $z_B=1+2i$ و $z_C=1-2i$ على الترتيب.

أ) أنشئ النقط A ، B و C.

ب) جِد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

جـ) احسب مساحة المثلث ABC.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه S.

ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4) M نقطة لاحقتها z، عيّن مجموعة النقط M حيث: $|z|=|iz+1+2i|$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال العددية(دورة جوان 2014 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) - لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) - نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).

3) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx -0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يُطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2014. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول: (20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني: (20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع I، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$؛ نعتبر النقط $A(2;1;0)$ ، $B(1;2;2)$ ، $C(3;3;1)$ و $D(1;1;4)$.

1) تحقّق أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا وأنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له.

2) بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع، ثم تحقّق أنّ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة.

3) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل النقطة D.

4) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

أ) عيّن إحداثيات النقطة E ثم احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)

ب) عيّن مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان (ABC) في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$.

5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة جوان 2015 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) عيّن العددين المركّبين α و β حيث: $\begin{cases} 2\alpha-\beta=-3 \\ 2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3} \end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β.

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_A=z_C.e^{i\frac{\pi}{3}}$.

1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقياً سالبا.

ب) تحقّق أنّ العدد المركّب $\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}-\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}+\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}2$ حقيقي.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=1+i$.

أ) حدّد النسبة وزاوية للتشابه المباشر S الذي مركزه O ويُحوّل D إلى A.

ب) اكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقّق: $z=k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}^+$.

التمرين الثالث:(04,5 نقطة) المتتاليات العددية(دورة جوان 2015 الموضوع I، علوم تجريبية)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=e^2-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=(1+u_n)e^{-2}-1$.

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1+u_n>0$.

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة. هل هي متقاربة؟ علّل.

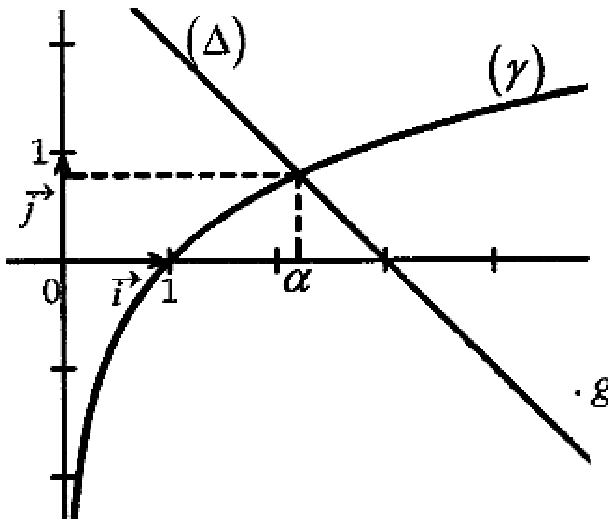
4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=3(1+u_n)$.

أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب)اكتب v_n و u_n بدلالة n، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

جـ)بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\ln v_0+\ln v_1+...+\ln v_n=(n+1)(-n+2+\ln 3)$.

التمرين الرابع:(06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2015 الموضوع I، علوم تجريبية



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).

1)بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0;+\infty[$.

2) g الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

3)تحقّق أن: $2,2<\alpha<2,3$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بــ: $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3)بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ؛ ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثمّ أنشئ (C_f) على المجال $]0;e^2[$.

III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقّق: $F(1)=-3$.

1)بيّن أنّ منحنى الدالة F يَقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعين فاصلتيهما.

2)بيّن أنّ $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ؛ ثمّ استنتج عبارة الدالة F.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع II، علوم تجريبية

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$؛

نعتبر النقط $A(2;4;1)$، $B(0;4;-3)$، $C(3;1;-3)$ و $D(1;0;-2)$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية:

1)النقط A، B و C ليست في استقامية.

2) $2x+2y-z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3)النقطة $E(3;2;-1)$ هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

4)المستقيمان (AB) و (CD) من نفس المستوي.

5) $\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = t-1 \quad ;(t\in\mathbb{R}) \\ z = -t-1 \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (CD).

6) يوجد عددان حقيقيان α و β حيث النقطة $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$.

التمرين الثاني: (05 نقاط) الأعداد المركبة (دورة جوان 2015 الموضوع II، علوم تجريبية)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب:

z_A، z_B و z_C حيث: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$، $z_B = -\overline{z_A}$ و $z_C = -(z_A+z_B)$، ($\overline{z_A}$ هو مرافق z_A).

1) أ) اكتب كلا من العددين المركّبين z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب) استنتج أنّ النقط A، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) أنشئ الدائرة (γ) والنقط A، B و C.

2) أ) تحقّق أنّ: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ب) استنتج أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع وأنّ النقطة O مركز ثقل هذا المثلث.

جـ) عيّن وأنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z| = |z-\sqrt{3}-i|$.

3) أ) عيّن زاوية للدوران r الذي مركزه O ويُحول C إلى A.

ب) أثبت أنّ صورة (E) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط) المتتاليات العددية (دورة جوان 2015 الموضوع II، علوم تجريبية)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) f الدالة المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عيّن اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y = x$.

3) مثّل (C_f) و (D) على المجال $[0;6]$.

II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$.

1) أ) أنشئ على حامل محور الفواصل: u_0، u_1، u_2 و u_3؛ v_0، v_1، v_2 و v_3 دون حسابها.

ب) خمّن اتجاه تغير وتقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).

2) أ) أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 \le u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \le 5$ حيث: $\alpha = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).

3) أ) أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} - u_{n+1} \le \frac{1}{3}(v_n - u_n)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < v_n - u_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

جـ) استنتج أنّ: $\lim_{n\to+\infty}(v_n - u_n) = 0$؛ ثم حدّد نهاية كل من (u_n) و (v_n).

التمرين الرابع:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2015 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقّق أنّ: $0,36<\alpha<0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{2x-2}-x+1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x-2}g(-x)$.

ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$، نأخذ $f(-\alpha)\simeq 0,1$.

6) أ) تحقّق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$.

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2015. 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

امتحان بكالوريا دورة ماي 2016+الحل المفصل.(الدورة العادية) 03 علوم تجريبية جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتيهما على الترتيب: $2x+y-z+1=0$ و $x-2y+z-2=0$.

1) بيّن أنّ المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2) عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقّق: $d(M;(P))=d(M;(P'))$ حيث $d(M;(P))$ المسافة بين النقطة M والمستوي (P)، $d(M;(P'))$ المسافة بين M و (P').

3) تحقّق أنّ النقطة $A(1;2;0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ).

4) H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين (P) و (P') على الترتيب.

أ-جِد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH').

ب-استنتج إحداثيات كل من النقطتين H و H'.

5) عيّن إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثم احسب مساحة المثلث AHH'.

التمرين الثاني:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع I، علوم تجريبية)

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+8}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له.

3) ارسم (C) و (Δ).

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) مثل في الشكل السابق على محور الفواصل، الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضّحا خطوط الإنشاء.

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le u_n<4$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $4-u_{n+1}\le\dfrac{1}{2}(4-u_n)$

ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4-u_n\le\dfrac{1}{2^n}(4-u_0)$.

د-استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع I، علوم تجريبية)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. من أجل كل نقطة M من المستوي لاحقتها العدد المركب z حيث $(z\neq1)$ نرفق النقطة M' لاحقتها العدد المركب z' حيث: $z'=\dfrac{z-2}{z-1}$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z'=z$.
2) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2 حيث: $z_1=1-i$ و $z_2=\overline{z_1}$.
أ-اكتب $\frac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسي.
ب-بيّن أنّ النقطة B هي صورة للنقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O ، يُطلب تعيين زاوية له.
3) نضع $z'\neq z$. نعتبر النقطتين C و D لاحقتيهما 2 و1 على الترتيب.
عيّن (Γ) مجموعة النقط M حيث M' تنتمي إلى محور التراتيب ثم أنشئ (Γ).
4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2.
أ-عيّن طبيعة التحويل النقطي $S=h\circ R$ وعناصره المميّزة.
ب-اكتب العبارة المركبة للتحويل S .
جـ-عيّن ثم أنشئ المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل النقطي S .

التمرين الرابع:(06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2016-المُسرب- الموضوع I، ع تجريبية)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$.
1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .
2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$
و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2) أ-بيّن أنه من أجل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.
ب-شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
3) اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1 .
4) أ-بيّن أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.
ب-ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ).
5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C).
6) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.
أ-تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m).
ب-ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$.
7) أ-جِد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.
ب-احسب I_n مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C)، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n>1)$.
جـ-عيّن أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإن: $I_n>2$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع II، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقطتين $A\left(5;-1;-2\right)$ و $B\left(3;12;-7\right)$.

$\left(\Delta\right)$ المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=1+3k \\ y=1+2k;\left(k\in\mathbb{R}\right) \\ z=4k \end{cases}$.

1) أ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta'\right)$ الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}\left(-2;1;1\right)$ شعاع توجيه له.

ب) بيّن أنّ المستقيمين $\left(\Delta\right)$ و $\left(\Delta'\right)$ متعامدان، ثمّ تحقق أنّ النقطة $C\left(1;1;0\right)$ نقطة تقاطعهما.

2) $\left(P\right)$ المستوي المعيّن بالمستقيمين $\left(\Delta\right)$ و $\left(\Delta'\right)$.

أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}\left(2;11;-7\right)$ ناظمي للمستوي $\left(P\right)$، ثمّ جِد معادلة ديكارتية له.

ب) بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي $\left(P\right)$.

3) α و β عددان حقيقيان و $\left(P'\right)$ مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء المعرفة بـ: $\begin{cases} x=3-\beta \\ y=12+12\alpha+9\beta \\ z=-7-6\alpha-11\beta \end{cases}$.

أ) أثبت أنّ المجموعة $\left(P'\right)$ هي مستوٍ ثمّ تحقق أنّ $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة ديكارتية له.

ب) عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي $\left(P'\right)$ مع المستقيمين $\left(\Delta\right)$ و $\left(\Delta'\right)$ على الترتيب.

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع II، علوم تجريبية)

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left[0;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{5x}{x+2}$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[0;+\infty\right[$: $f\left(x\right)\geq 0$.

II) $\left(u_n\right)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{5u_n}{u_n+2}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\leq u_n\leq 3$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $\left(u_n\right)$، ثمّ استنتج أنها متقاربة.

2) $\left(v_n\right)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=1-\dfrac{3}{u_n}$.

أ) برهن أنّ $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$، يُطلب حساب حدها الأول v_0.

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

جـ) احسب نهاية المتتالية $\left(u_n\right)$.

3) اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+...+\dfrac{1}{u_n}$.

التمرين الثالث:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع II، علوم تجريبية)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $\left(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)\left(z^2+\sqrt{3}z+1\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. A، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$.

أ) اكتب z_A، z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب) بيّن أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويُحوّل النقطة C إلى النقطة A يُطلب تعيين عناصره المميزة.

3) أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، ثمّ حدّد بدقة طبيعته.

ب) عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق: $\left|z-z_A\right|=\left|\overline{z}-z_B\right|$ حيث $\overline{z}$ هو مرافق z.

جـ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق: $z=z_B+\sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما θ يتغير على $\mathbb{R}$ ثم تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ).

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2016-المسرب- الموضوع II، ع تجريبية)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+\left(x^2+x-1\right)e^{-x}$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلّين في $\mathbb{R}$، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1{,}52<\alpha<-1{,}51$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، (وحدة الطول $1cm$).

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=-g(x)$ (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$، (نأخذ $f(\alpha)\simeq 0{,}38$).

د) عيّن دون حساب: $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عن $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

جـ) بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يُطلب تعيين إحداثييهما.

د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ على المجال $[-2;+\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x+f(x)$ و $H(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

2) أ) احسب التكامل التالي: $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)\,dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسّر النتيجة هندسيا.

ب)احسب $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2016. -الدورة العادية- 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

امتحان بكالوريا دورة ماي2016+الحل المفصل.(الدورة الإستثنائية) 03 علوم تجريبية. جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2016-مُكرر - الموضوع I، علوم تجريبية)

1- نضع من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=z^3-24\sqrt{3}$.

أ)تحقّق أنّ $P(2\sqrt{3})=0$.

ب)جِد العددين الحقيقيين a وb بحيث من أجل كل عدد مركب z: $P(z)=(z-2\sqrt{3})(z^2+az+b)$.

جـ)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة $P(z)=0$.

2-المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب:

$z_A=-\sqrt{3}+3i$ ، $z_B=-\sqrt{3}-3i$ و $z_C=2\sqrt{3}$.

أ)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$.

ب)بيّن أنه يوجد دوران r مركزه A ويُحول النقطة B إلى النقطة C، يُطلب تعيين زاويته.

جـ)استنتج طبيعة المثلث ABC.

د)عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$.

3- عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة غير المعدومة z بحيث: $\arg\left(\dfrac{z}{\bar{z}}\right)=2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

(العدد $\bar{z}$ هو مرافق العدد z).

التمرين الثاني:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016-مُكرر - الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;0;2)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;1;-1)$ وليكن (Δ') المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases}x=\lambda\\ y=4+\lambda;(\lambda\in\mathbb{R})\\ z=2+\lambda\end{cases}$.

1-أ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

ب)بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2-أ)بيّن أنّ النقطة $B(-1;3;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ').

ب)تحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من المستقيمين (Δ) و (Δ').

جـ)استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ').

3-لتكن N نقطة إحداثياتها $(-2+t;2+t;t)$ حيث $(t\in\mathbb{R})$ ولتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t)=AN^2$.

أ)بيّن أنّ النقطة N تنتمي إلى المستقيم (Δ')، ثم اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t.

ب)استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن. ثم قارن بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB.

التمرين الثالث:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2016-مُكرر - الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $I=[0;4]$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{13x}{9x+13}$.

1-أ)بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I.

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد حيقي x من المجال I، $f(x)$ ينتمي إلى I.

2-لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$، من أجل كل عدد طبيعي n.

أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le u_n\le 4$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

3-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\ne 0$.

4-لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=2+\dfrac{13}{u_n}$.

أ)برهن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يُطلب تعين أساسها وحدّها الأول v_0.

ب)اكتب v_n بدلالة n.

جـ)استنتج أنّ: $u_n=\dfrac{52}{36n+13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2016-مُكرر - الموضوع I، علوم تجريبية)

I-لتكن الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$.

(حيث العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

1-ادرس تغيّرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2-بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث: $-0{,}34<\alpha<-0{,}33$.

3-استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$.

II-لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{e}{x+1}+\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ)بيّن أنّ $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)=-\infty$ واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$، ثم فسّر النتيجتين هندسياً.

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$. ($f'$ هي مشتقة الدالة f).

جـ)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

د)ارسم المنحنى (C_f). (نقبل أنّ: $f(\alpha)\simeq 3{,}16$).

2-أ)بيّن أنّ الدالة: $x\mapsto\dfrac{-1}{x+1}\left[1+\ln(x+1)\right]$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب)احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما على التوالي: $x=0$ و $x=1$.

3-نعتبر الدالة العددية k المعرّفة على $]-1;1[$ بـ: $k(x)=f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ)بيّن أنّ الدالة k زوجية.

ب)بيّن كيف يُمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيّرات الدالة k).

جـ)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $k(x)=m$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016-مُكرر - الموضوع II، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ونعتبر النقط $A(2;1;-3)$ ، $B(0;-1;2)$ و $C(-3;-1;-1)$.

1-أ)بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعين مستويا.

ب)بيّن أن المعادلة: $2x-7y-2z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2-اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويُعامد المستقيم (BC).

3-أ)جِد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

ب)بيّن أن المستقيم (D) عمود في المثلث ABC.

4-ليكن (Δ) المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC.

أ)بيّن أنّ الجملة: $(k\in\mathbb{R})$; $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k \\ y=k \\ z=-2-4k \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).

ب)بيّن أنّ المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة G يُطلب تعيين إحداثياتها.

ج)بيّن أنّ المثلث ABC متساوي الساقين.

د)ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟

5-عيّن طبيعة وعناصر المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تُحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3$.

التمرين الثاني:(04,5 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2016-مُكرر - الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2\bar{z}^3+3\bar{z}^2-3\bar{z}+5=0...(E)$.

يُشير الرمز $\bar{z}$ إلى مرافق العدد المركب z.

1-أ)أثبت أن المعادلة (E) تُكافئ المعادلة $(2\bar{z}+5)\left(\bar{z}^2-\bar{z}+1\right)=0$.

ب)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2-في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-\frac{5}{2}$.

أ)اكتب كلا من العددين z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب)أنشئ النقط A ، B ، C و D.

ج)أثبت أن: $z_B-z_C=z_B\left(z_A-z_C\right)$.

د)استنتج طبيعة المثلث ABC.

3-ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ونسبته 2 ولتكن F صورة A بالتحويل S.

أنشئ النقطة F ثمّ حدّد طبيعة المثلث AFC.

4-عيّن طبيعة المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z+1=kz_B$. لما يتغير k في المجموعة $\mathbb{R}_+$.

التمرين الثالث:(04,5 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2016-مُكرر- الموضوع II، علوم تجريبية)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطبيعية بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 2}{u_n + 3}$ ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1-بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0.

2-أ)عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n.

ب)استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

جـ)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3-أ)احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

ب)تحقق أنّ: $\dfrac{1}{u_n + 2} = \dfrac{1}{3}(1 - v_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n.

جـ)استنتج بدلالة n المجموع: $S_n' = \dfrac{1}{u_0 + 2} + \dfrac{1}{u_1 + 2} + \ldots + \dfrac{1}{u_n + 2}$.

التمرين الرابع:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2016-مُكرر- الموضوع II، علوم تجريبية)

I-لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.

1-أ)احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب)بيّن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x) > 0$.

جـ)احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2-بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1{,}38 < \alpha < -1{,}37$.

3-استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II-لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^2 e^x}{e^x - x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب)بيّن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x) = \dfrac{xe^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f).

جـ)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2-أ)بيّن أنّ $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \dfrac{2}{\alpha - 1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x^2]$، ثم فسر النتيجة بيانيا.

جـ)أنشئ المنحنى (C_f). (تُعطى $f(\alpha) \simeq 0{,}29$)

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2016. -الدورة الإستثنائية- 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

امتحان بكالوريا دورة ماي 2017+الحل المفصل.(الدورة العادية) 03 علوم تجريبية جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، نعتبر النقطة $A\left(1;-1;2\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ ذا المعادلة $x-y+z+2=0$ والمستقيم $\left(D\right)$ المعرف بـ: $\begin{cases} x+y-9=0 \\ y+z-4=0 \end{cases}$.

1)عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(D\right)$.

2)جِد معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P'\right)$ الذي يشمل A ويُوازي $\left(P\right)$.

3)أثبت أنّ $\left(D\right)$ يقطع $\left(P'\right)$ في النقطة A' حيث $A'\left(6;3;1\right)$.

4)عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي يشمل A ويُوازي $\left(P\right)$ ويقطع $\left(D\right)$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، علوم تجريبية)

$\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$u_0=\dfrac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=3-\dfrac{10}{u_n+4}$ و $v_n=\dfrac{u_n+2}{1-u_n}$.

1)أ)برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $0<u_n<1$.

ب)بيّن أنّ المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2)أ)بيّن أنّ المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها $\dfrac{5}{2}$ ثم عبّر عن حدّها العام v_n بدلالة n.

ب)أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=1-\dfrac{3}{v_n+1}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، علوم تجريبية)

I)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(z+2\right)\left(z^2-4z+8\right)=0$.

II)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A=2-2i$، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

1)اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسّي.

2)عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة B مركز ثقل المثلث ACD.

3)$\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B)، حيث $\arg\left(\dfrac{z_B-z}{z_A-z}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

تحقّق أنّ مبدأ المعلم O هو نقطة من $\left(\Gamma\right)$ ثم عيّن طبيعة المجموعة $\left(\Gamma\right)$ وأنشئها.

4)ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2، $\left(\Gamma'\right)$ صورة $\left(\Gamma\right)$ بالتحاكي h

عيّن طبيعة المجموعة $\left(\Gamma'\right)$ مع تحديد عناصرها المميزة.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، 03 ع تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على D حيث $D=\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ بِـ: $f\left(x\right)=\dfrac{2}{3}x+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$،

$\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) بيّن أنّ الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانيا.

2) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3) أ) بيّن أنه من أجل كل x من D، $f'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8<\alpha<1,9$.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=\frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

6) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$(2-3|m|)x+3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(3;0;0)$، $B(0;2;0)$ و $C(0;0;1)$.

1) بيّن أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستويا، ثم تحقق أنّ: $2x+3y+6z-6=0$ معادلة للمستوي (ABC).

2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل المبدأ O.

3) جِد إحداثيات H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC).

4) بيّن أنّ (BH) عمودي على (AC)، ثم استنتج أنّ H هي نقطة تلاقي أعمدة المثلث ABC.

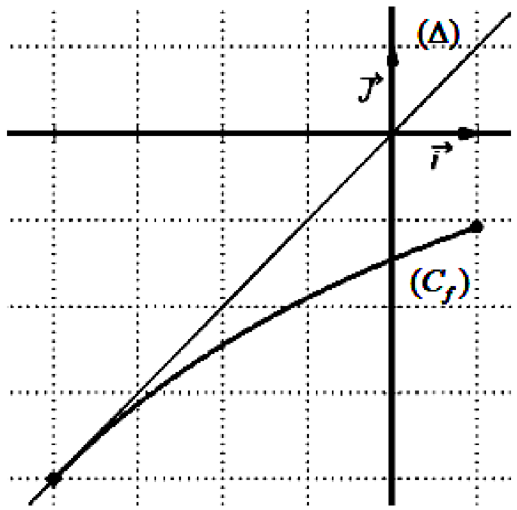
التمرين الثاني: (04 نقاط) المتتاليات العددية (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، علوم تجريبية)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

f الدالة المعرّفة على المجال $[-4;1]$ كما يلي: $f(x)=\frac{3x-16}{x+11}$

وليكن (C_f) المنحنى المُمثل لها، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

I) تحقّق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-4;1]$ ثم بيّن أنّ:
من أجل كل $x\in[-4;1]$ فإنّ $f(x)\in[-4;1]$.



II) (u_n) متتالية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 (لا يُطلب حساب الحدود)
ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $-4<u_n\leq 0$

ثمّ بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n \times u_n = 1 - 4v_n$.

أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{7}$، ثمّ احسب المجموع S حيث $S = v_0 \times u_0 + v_1 \times u_1 + ... + v_{2016} \times u_{2016}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط) الأعداد المركبة (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، علوم تجريبية)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+1-i}{z-i}\right)^2 = 1$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي $S = \left\{-\frac{1}{2} + i\right\}$.

2) من أجل كل عدد مركب z، $(z+2)\times(\overline{z}+2) = |z+2|^2$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n} = 1$.

4) S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة 1 ونسبته 3 وزاويته $\frac{\pi}{2}$

صورة الدائرة (C) ذات المركز $\omega(0;1)$ ونصف القطر 3 بالتشابه S هي الدائرة (C') ذات المركز $\omega'(-2;-3)$ ونصف القطر 9 .

5) من أجل كل عدد حقيقي α: إذا كان $Z = (\sin\alpha + i\cos\alpha)\times(\cos\alpha - i\sin\alpha)$

فإنّ: $\arg(Z) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح.

التمرين الرابع: (07 نقاط) الدّوال الأسية واللوغاريتمية (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، علوم تجريبية)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة، ثمّ احسب النهاية $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

II) نعتبر الدالة العددية h المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = 1 - xe^{1-x}$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ: $h(x) \geq 0$، ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T).

2) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدا α حيث $-0{,}7 < \alpha < -0{,}6$.

3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

4) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$.

تحقّق أنّ F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$، ثمّ احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2017. -الدورة العادية- 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول: (20 نقطة)

امتحان بكالوريا دورة ماي 2017+الحل المفصل.(الدورة الإستثنائية) 03 ع تجريبية جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:03 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، علوم تجريبية)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + 1 \end{cases}.$$

1) احسب الحدّين: u_1 و v_1.

2) أ) اكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

ب) باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما.

3) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = u_n - v_n$.

برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل w_0 ثم عبّر عن w_n بدلالة n.

4) بيّن أنّ المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1;-1)$، $B(2;-1;-1)$ و $C(4;-4;-2)$ والمستوي (P) ذا المعادلة الديكارتية: $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

1) بيّن أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستويا.

2) بيّن أنّ المستويين (P) و (ABC) غير متوازيين.

3) تحقّق أنّ الجملة: $(\alpha \in \mathbb{R}; \beta \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = -2 + \alpha - 3\beta \\ y = 6 - 2\alpha + 5\beta \\ z = \beta \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستوي (ABC).

4) جِد تمثيلا وسيطيا لـ(Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC).

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، علوم تجريبية)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z: $(z-2)(z^2+2z+4) = 0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث: $\|\vec{u}\| = 2cm$.

لتكن النقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A = 2$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$ ($\overline{z_B}$ هو مرافق z_B)

1) أ) اكتب العدد z_B على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد المركب z_C.

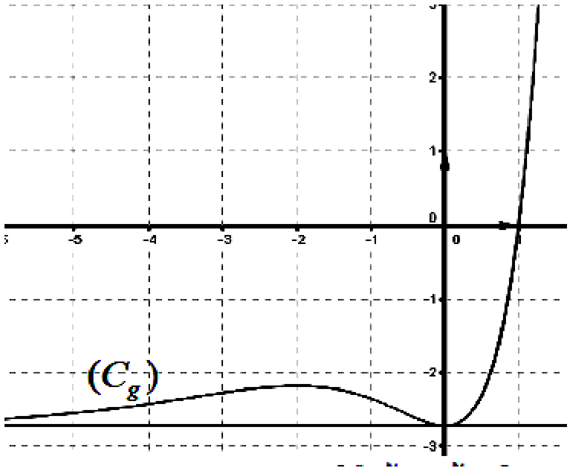
ب) عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC، ثم أنشئ النقط A، B و C.

2) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة O ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عين لاحقة كل من A'، B' و C' صور النقط A، B و C على الترتيب بالتشابه S ثم أنشئ في المعلم السابق النقط A'، B' و C'.

ب) احسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الاسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، علوم تجريبية)



I)نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2e^x-e$.

(C_g)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).

-احسب $g(1)$.

-بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II)نعتبر الدالة f المعرّفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$.

(C_f)التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)احسب النهايات الآتية: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2)بيّن أنّ المنحنى (γ) الذي معادلته: $y=e^{-x}-2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ).

3)بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا: $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$.

4)استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

5)بيّن كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x\mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

6)ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-e^n$ و $x=-e^{n+1}$.

احسب العدد الحقيقي l حيث $l=A(0)+A(1)+...+A(2016)$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-8;0;-2)$ ، $B(1;2;1)$ ، $C(2;3;-1)$ و $E(1;1;4)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2x+y-3=0$.

1)أ)بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

ب)عيّن قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $\vec{n}(1;\alpha;-1)$ شعاعاً ناظما للمستوي (ABC) ثم عيّن معادلة ديكارتية له.

2)بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)، ثم تحقّق أنّ النقطة E تنتمي إلى (Δ) و $\vec{u}(1;-2;7)$ شعاع توجيه له.

3) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;3)\}$، نرمز بـ (Γ) إلى مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقق: $\left(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$.

عيّن إحداثيات النقطة G، ثمّ حدّد طبيعة المجموعة (Γ) واكتب معادلة ديكارتية لها.

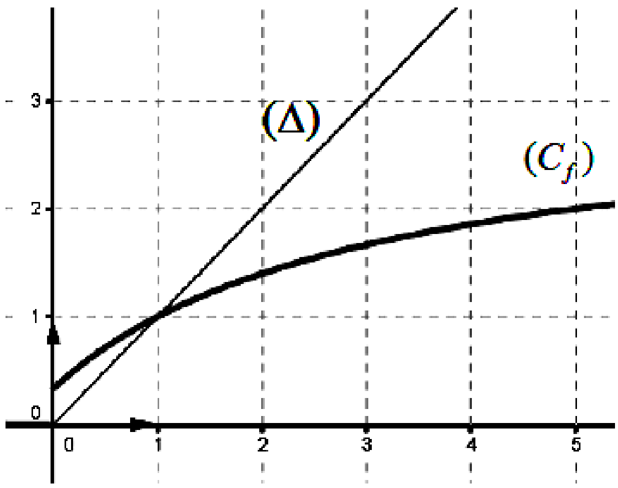
4) عين إحداثيات نقط تقاطع (P)، (ABC) و (Γ).

التمرين الثاني: (04 نقاط) المتتاليات العددية (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$.

α عدد حقيقي موجب، (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث $u_0=\alpha$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$



I) عيّن قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

II) نضع في كل ما يلي $\alpha=5$

1) أ) انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 (دون حساب الحدود)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يُطلب تعيين حدّها الأول.

ب) عبّر بدلالة n عن v_n و u_n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+...+v_{n+2016}$.

ثم استنتج بدلالة n المجموع S_n' حيث: $S_n'=\frac{1}{u_n+1}+\frac{1}{u_{n+1}+1}+\frac{1}{u_{n+2}+1}+...+\frac{1}{u_{n+2016}+1}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط) الأعداد المركبة (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، علوم تجريبية)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A=-3-2i$، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$.

1) عيّن النسبة وزاوية للتشابه المباشر S ذي المركز A والذي يُحوّل النقطة B إلى النقطة C.

2) اكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) نرمز بـ G الى مركز ثقل المثلث ABC وبـ I الى منتصف القطعة $[AC]$

عيّن كلاً من z_G و z_I لاحقتي النقطتين G و I، ثم بيّن أنّ النقط B، G و I في استقامية.

4) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى I، حدّد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

5) نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تُحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=5\sqrt{2}$.

أ) تحقق أنّ النقطة C تنتمي الى (Γ).

ب)عيّن طبيعة المجموعة (Γ) ثم أنشئها.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، علوم تجريبية)

I)نعتبر f الدّالة العددية المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

2)أ)بيّن أنّ: من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3)حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

4)بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يُطلب تعيين إحداثييها، ثم انشئ (C_f).

II)لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=2\left[-x+\ln(2x+1)\right]$.

1)أ)ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب)بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,2<\alpha<1,3$.

جـ)استنتج إشارة $g(x)$.

2)نضع من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 : $I_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$.

-أثبت أنّ: من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} I_n$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2017. -الدورة الإستثنائية- 03 علوم تجريبية.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

شعبة:

تقني

رياضي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2008 الموضوع I، تقني رياضي)

لتكن في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة(*)المعرفة كما يلي:

$$Z^3+(2-4i)Z^2-(6+9i)Z+9(-1+i)=0 \ldots (*)$$

1/بيّن أنّ: $Z_0=3i$ هو حل للمعادلة(*).

2/حل، في $\mathbb{C}$ ، المعادلة(*) ثم اكتب حلولها Z_0 ، Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي حيث $|Z_1|<|Z_2|$.

3/لتكن A ، B و C صور الحلول Z_0 ، Z_1 و Z_2 على الترتيب في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. عيّن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$.

4/عيّن المجموعة (E) للنقط M حيث: $AM^2+BM^2-CM^2=-13$.

بيّن أنّ النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E) ثم أنشئ (E).

5/تحقّق أنّ النقط O، B و G في استقامية ثم عيّن صورة المجموعة (E) بالتحاكي الذي مركزه النقطة O ويحوّل B إلى G محددا عناصره المميزة.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر الفضاء منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. $A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ و $C(1;3;3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/برهن أنّ النقط A ، B و C تُعين مستوٍ يُطلب تعيين معادلته الديكارتية.

2/نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرّفين بمعادلتيهما الديكارتيتين: $(P_1):x-2y+2z-1=0$

$$(P_2):x-3y+2z+2=0$$

بيّن أنّ (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ).

3/بيّن أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

4/بيّن أنّ الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ).

5/استنتج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة: $\begin{cases}x=2k+1\\y=3\\z=-k+3\end{cases}$ حيث $(k\in\mathbb{R})$.

6/لتكن M نقطة من المستقيم (Δ)، أوجد قيمة الوسيط k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين، ثم استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين الثالث:(07 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2008 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر الدّالة العددية f المعرّفة على المجال $[0;2]$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$.

1/أ-ادرس تغيرات الدّالة f على المجال $[0;2]$.

ب-أنشئ المنحنى (C) الممثل للدّالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة على المحورين $4cm$)

ج-برهن أنه إذا كان $x\in[0;2]$ فإنّ: $f(x)\in[0;2]$.

2/نُعرف المتتالية العددية (U_n) على $\mathbb{N}$ كالآتي: $\begin{cases}U_0=0\\U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$

أ-برّر وجود المتتالية (U_n). احسب الحدين U_1 و U_2.
ب-مثّل الحدود U_0، U_1 و U_2 على محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى (C) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$.
ج-ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (U_n) وتقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.
3/أ-برهن بالتراجع على العدد الطبيعي n أنّ: $0 \le U_n \le \sqrt{3}$.
ب-برهن أنه مهما يكن العدد الطبيعي n فإنّ: $U_{n+1} > U_n$.
ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (U_n)؟
ج-تحقّق أنّ: $U_{n+1}-\sqrt{3} \le \dfrac{2-\sqrt{3}}{U_n+2}\left(U_n-\sqrt{3}\right)$ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم.
عيّن عددا حقيقيا k من $]0;1[$ بحيث: $\left|U_{n+1}-\sqrt{3}\right| \le k\left|U_n-\sqrt{3}\right|$.
بيّن أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $\left|U_n-\sqrt{3}\right| \le k^n\left|U_0-\sqrt{3}\right|$. استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

التمرين الرابع:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2008 الموضوع I، تقني رياضي)

n عدد طبيعي أكبر من 5.
1/ a و b عددان طبيعيان حيث $a=n-2$ و $b=2n+3$.
أ-ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر لعددين a و b؟
ب-بيّن أنّ العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7.
ج-عيّن قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$.
2/نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث: $p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$.
أ-بيّن أنّ كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$.
ب-عيّن تبعا لقيم n وبدلالة n، $PGCD(p;q)$.

انتهى الموضوع الأول.

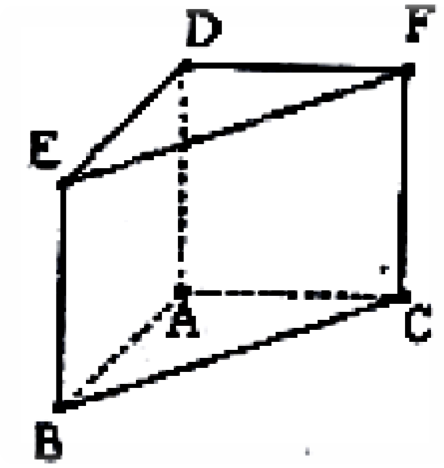
الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2008 الموضوع II، تقني رياضي)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y: $4x-9y=319 \ldots (I)$.
1)-تأكد أنّ الثنائية $(82;1)$ حل للمعادلة (I).
-حل المعادلة (I).
2)عيّن الثنائيات $(a;b)$ الصحيحة، حلول المعادلة: $4a^2-9b^2=319 \ldots (II)$.
3)استنتج الثنائيات $(x_0;y_0)$ حلول المعادلة (I) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع II، تقني رياضي)

$ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A والمتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $r \in \mathbb{R}_+^*$.
(انظر الشكل)



1)يُرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$.

بيّن أنّ G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1);(D,2);(E,1);(F,1)\}$ هو منتصف $[IJ]$.

2)يُنسب الفضاء إلى المعلم المتعامد المتجانس $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})$.

-عيّن إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E و F .

-عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق: $2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$.

التمرين الثالث:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2008 الموضوع II، تقني رياضي)

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي كيفي.

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2i\left(r\cos\frac{\theta}{2}\right)z-r^2=0$.

اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2)في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B صورتي الحلين.

عيّن θ حتى يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع.

التمرين الرابع:(08 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2008 الموضوع II، تقني رياضي)

1) f الدّالة العددية المعرّفة على $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=\dfrac{x^2+5}{x+2}$.

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الأطوال $2cm$)

أ-أحسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب-أدرس اتجاه تغيّر f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

جـ-بيّن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) ثمّ ارسم (C_f) وَ (D).

د-بيّن أنّ صورة المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ محتواة في المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$.

2)نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرّفة بحدّها الأوّل $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ-باستخدام (C_f) والمستقيم ذي المعادلة $y=x$ ، مثّل U_0، U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل (Ox).

ب-خمّن اتجاه تغيّر وتقارب المتتالية (U_n).

جـ-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $1\le U_n\le\frac{5}{2}$ و أنّ المتتالية (U_n) متزايدة.

د-استنتج أنّ (U_n) متقاربة واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2009 الموضوع I، تقني رياضي)

1)أ)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+2=0$ حيث z هو المجهول.

ب)استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z : $\left(\bar{z}+3\right)^2-2\left(\bar{z}+3\right)+2=0$ حيث $\bar{z}$ مرافق z .

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط A ، B و M لواحقها $(1-i)$، $(1+i)$ و z على الترتيب.

أ-عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $z=1-i+ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}^+$.

ب-عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z-1+i|=|z-1-i|$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2009 الموضوع I، تقني رياضي)

1.أ)عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسّم 2009 .

u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدّها الأوّل u_0 بحيث $u_1{}^2+u_2+35a^2=2009$.

ب)احسب a وَ u_0 .

2.نضع $a=7$ و $u_0=2$، احسب u_n بدلالة n .

3.نضع: $A_n=u_0+u_1+...+u_n$

أ)عبّر عن A_n بدلالة n .

ب)عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $A_n=800$.

التمرين الثالث:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2009 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1.احسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثمّ استنتج أنّ النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2.ادرس تغيّرات الدّالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$.

3.بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب لمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

4.بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1{,}7<\alpha<-1{,}6$.

5.ارسم (C_f) من أجل $x\in\mathbb{R}$.

6.بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$.

7.احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات: $y=x+2$ ، $x=0$ و $x=\alpha$.

بيّن أنّ $A(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$.

التمرين الرابع:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

(Δ)مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي مُعطى بالجملة التالية: $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2;(t\in\mathbb{R}) \\ z=t+1 \end{cases}$.

(P)مستوٍ معرّف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$.

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل:

01	A_1: النقطة $A(1;1;2)$ تنتمي إلى (Δ).	B_1: النقطة $B(-1;0;2)$ تنتمي إلى (Δ).	C_1: النقطة $C\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ).
02	A_2: $\vec{u}\left(-1;\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ).	B_2: $\vec{u'}(1;3;1)$ شعاع توجيه (Δ).	C_2: $\vec{u''}(3;1;0)$ شعاع توجيه (Δ) .
03	A_3: (Δ) محتوى في (P).	B_3: (Δ) يقطع (P).	C_3: (Δ) يوازي (P).
04	A_4: المستوي (Q_1) ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يُعامد (P).	B_4: المستوي (Q_2) ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يُعامد (P).	C_4: المستوي (Q_3) ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يُعامد (P).
05	A_5: المسافة بين النقطة $D(1;1;1)$ والمستوي (P) هي: $\frac{6}{\sqrt{11}}$.	B_5: المسافة بين النقطة $O(0;0;0)$ والمستوي (P) هي: $\frac{\sqrt{11}}{11}$.	C_5: المسافة بين النقطة $E(1;3;0)$ والمستوي (P) هي: $\sqrt{11}$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (1)... $z^2-6z+18=0$.

2. ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1=3-3i$ (i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

أ) اكتب z_1 على الشكل الأسي.

ب) احسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث $z_1\times z_3=6\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.

استنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

3. نعتبر في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط A ، B و C ذات اللاحقات $3+3i$ ، $3-3i$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب.

أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;\alpha)\}$ مرجحا نرمز له بالرمز G_α .

ب) عيّن مجموعة النقط G_α لما يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1.نعتبر في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، النقط $A(1;1;2)$ ، $B(-1;0;-2)$ و $C(-1;0;-6)$.
بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقّق $MA^2 - MB^2 = 1$ هي مستوٍ عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز (P) يُطلب تعيين معادلة له.

2.لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تُحقّق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$
برهن أنّ (S) هي سطح كرة يُطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R .

3. G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
أ)عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنها تنتمي إلى (S).
ب)اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يمس سطح الكرة (S) في النقطة G.

التمرين الثالث:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1. g دالة معرّفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x + \ln x$.
أ)احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.
ب)ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g .
ج)بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فإنّ $g(x) \neq 0$.

2.لتكن f دالة معرّفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{6\ln x}{2x + \ln x}$.
أ)بيّن أنه يُمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \dfrac{6\dfrac{\ln x}{x}}{2 + \dfrac{\ln x}{x}}$ من أجل $x \in]1;+\infty[$.
ب)احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟
ج)ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f .
د)شكّل جدول تغيّرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متمايزين؟
هـ)جِد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) يُرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

3.نعتبر الدّالة h المعرّفة على $]1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x) = f\left(e^x\right)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
أ)شكّل جدول تغيّرات الدّالة h .
ب)جِد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1 .
ج)ارسم كلا من (Δ_1)، (Δ_2)، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1.حل المعادلة التفاضلية: $y' = (\ln 2)y$.

2.نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يُحقق $f(0) = 1$ ، عيّن عبارة $f(x)$.

3. n عدد طبيعي.
أ)ادرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .
ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009) - 4$.

4.أ)احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \ldots + f(n)$.

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7 .

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2009. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

1/حل، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$.

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

2/علّم في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، C ، D و I ذات اللاحقات: $z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ ، $z_D=-3-i$ و $z_I=1$ على الترتيب.

3/ z عدد مركب يحقق الجملة: $\begin{cases} \arg(z-3+2i)=\arg(z-1)+\frac{\pi}{2} \\ |z-3+2i|=|z-1| \end{cases}$

أ-بيّن أنّ الجملة تُكافئ: $\frac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيمة z .

ب- B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$ ، تحقق أنّ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

جـ-لتكن J النقطة التي لاحقتها z_J حيث: $z_J=1-2i$.

اكتب على الشكل الأسي العدد المركب حيث: $Z=\frac{z_A-z_I}{z_B-z_J}$.

تحقّق أنّ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{JI}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABIJ$ ؟

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(3;-1;2)$ ، $B(1;2;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x-2y+3z-7=0$.

1/عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و1 على الترتيب.

2/عيّن طبيعة وعناصر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقّق: $\left\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=4$.

3/أ-اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة G ويُعامد المستوي (P) .

ب-عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

جـ-احسب المسافة بين G والمستوي (P) .

4/نُعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=t+2\lambda \\ z=2-t+2\lambda \end{cases}$ حيث t و λ عددان حقيقيان.

أثبت أنّ (P) و (P') متقاطعان واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعه.

التمرين الثالث:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$.
2. احسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجالات تعريفها.
3. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
4. أ- (D) و (D') المستقيمان اللّذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$.

بيّن أنّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب- بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0{,}9<x_0<0{,}91$ و $-1{,}66<x_1<-1{,}65$.

جـ- احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا.

د- ارسم (D)، (D') و (C_f).

هـ- m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين الرابع:(03 نقاط) الحساب(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يُكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي: $n=\overline{11\alpha00}$ حيث α عدد طبيعي.

1- عيّن α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .

2- عيّن العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5 .

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15 .

3- نأخذ $\alpha=4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

1) أ- اكتب على الشكل الأسي العدد المركب a حيث: $a=-2+2i\sqrt{3}$.

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\dfrac{\pi}{2}$ عمدة له)

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2=-2+2i\sqrt{3}$.

2) يُنسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها $Z_A=-2$ ، $Z_B=-1-\sqrt{3}i$

وَ $Z_C=1+\sqrt{3}i$ على الترّتيب.

أ- احسب طويلة العدد المركّب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ وعمدة له.

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(\bar{z}+2)=\dfrac{\pi}{3}$.

أ- تحقق أنّ B تنتمي إلى (E).

ب-عيّن المجموعة (E).

التمرين الثاني:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

2- تحقق أنّ: $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقطتين: $A(3;-2;2)$ ، $B(0;4;-1)$.

1) اكتب معادلة للمستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي له.

2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويُعامد المستوي (p_1).

أ-بيّن أنّ $\vec{v}(1;1;1)$ شعاع ناظمي لـ (p_2).

ب-اكتب معادلة لـ (p_2).

3) نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6;1;5)$ و D معرّفةب: $\overrightarrow{CD}(0;-3;-6)$.

أ-بيّن أنّ المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب-بيّن أنّ المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD).

جـ-احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$.

التمرين الرابع:(06 نقاط) الدوال العددية(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ-أثبت أن الدالة f فردية.

ب-أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ-ادرس تغيرات الدالة f .

2) أ-اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب-ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أنّ (C_f) يَقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

جـ-بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د-ارسم (d)، (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=|x|\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

أ-بيّن أن الدالة g زوجية.

ب-انطلاقاً من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2010. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2011 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (E)... $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)، ثم اكتب حلولها على الشكل المثلثي.

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{3}-i$ ، نضع: $L=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

أ) اكتب L على الشكل الأسي.

ب) أثبت أنّ: $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$ ، ثم استنتج أنّ A صورة C بتحويل نقطي يُطلب تعيينه وتحديد عناصره المميزة.

جـ) استنتج نوع المثلث ABC ثم احسب مساحته S .

التمرين الثاني:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية(دورة جوان 2011 الموضوع I، تقني رياضي)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{>\\x\to 0}}g(x)$، فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$.

د) أنشئ (C_g).

3/ أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=\frac{1+\ln 2x}{2x}$. احسب $h'(x)$.

ب) تحقق أنّ: $g(x)=\frac{1}{4x^2}+\frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2011 الموضوع I، تقني رياضي)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n=\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$.

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإنّ: $u_n=1+\frac{1}{n(n+2)}$، ثم استنتج أنّ: $u_n>1$.

2/ ادرس اتجاه تغيّر (u_n) ثم بيّن أنها متقاربة، احسب نهاية (u_n).

3/ ليكن الجداء p_n المعرّف كما يلي: $p_n=u_1\times u_2\times\ldots\times u_n$.

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإنّ: $p_n=\dfrac{2n+2}{n+2}$.

4/ (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $v_n=\ln u_n$ حيث "ln" دالة اللوغاريتم النيبيري.

عبّر بدلالة p_n عن S_n حيث: $S_n=v_1+v_2+...+v_n$ ثم احسب نهاية S_n لما n ينتهي إلى $+\infty$.

التمرين الرابع:(05 نقاط) الحساب(دورة جوان 2011 الموضوع *I*، تقني رياضي)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات آتية:

1/المعادلة: $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الصحيحة.

2/في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $\overline{3421}+\overline{1562}=\overline{5413}$.

3/باقي القسمة الإقليدية للعدد: $1+3+3^2+...+3^{2011}$ على 7 هو: 6.

4/الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

أ-المستوي (P) الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب-معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2011 الموضوع *II*، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث: $\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$.

1/بيّن أنّ النقط A ، B و D تُعيّن مستويا.

2/بيّن أنّ المستقيم (CD) يُعامد المستوي (ABD).

3/ I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ)بيّن أنّ المستقيم (AB) يُعامد المستوي (CDI).

ب)عيّن معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

ج)استنتج إحداثيات النقطة I .

4/احسب الأطوال DI ، CD ، AB واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه $=\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة $\times$ الإرتفاع)

التمرين الثاني:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2011 الموضوع *II*، تقني رياضي)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

L العدد المركب المعرف كما يلي: $L=\dfrac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$.

1/أ)اكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

ب)بيّن أنّ: $L^{12}+1=0$ ، ثم احسب: $\left(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)^{12}+(5+3i)^{12}$.

ج) n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي أثبت أنّ: $L^{4n}+L^{4p}=0$.

2/أ)النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A = 5+3i$ و $z_B = 5-3i$ عيّن اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$.

ب)عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA' .

التمرين الثالث:(07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع II، تقني رياضي)

أ) f الدّالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x+1}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-ادرس تغيّرات الدّالة f .

2-عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

3-بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يُطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4-لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$.

أ-ادرس تغيّرات الدّالة g .

ب-بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$.

5-أ-حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

ب-ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ والمنحنى (C_f).

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $U_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

1-باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل U_0 ، U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2-بيّن أنه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $1 \le U_n < \alpha$.

3-بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4-استنتج أنّ (U_n) متقاربة وبيّن أنّ: $\lim_{n \to +\infty} U_n = \alpha$.

التمرين الرابع:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2011 الموضوع II، تقني رياضي)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

1)تحقّق أنّ: $4 \equiv -3[7]$ ثم بيّن أنّ: $A_3 \equiv 6[7]$.

2)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7 .

3)بيّن أنه إذا كان n فرديا فإنّ: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7 .

4)ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7 ؟

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2011. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(03 نقاط) الحساب(دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

1-ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على 11 .

2-ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 ؟

3-برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $\left(4\times9^{15n+1}+4\times2011^{10n}+2011^{2012}\right)$ يقبل القسمة على 11 .

4-عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $\left(2011^{2012}+2n+2\right)$ مُضاعفا للعدد 11 .

التمرين الثاني:(06 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

1-عيّن العددين المركبين z_1 و z_2 بحيث: $\begin{cases}2z_1+3z_2=9-2i\\3z_1-z_2=8+8i\end{cases}$.

2-نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط A ، B و Ω التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_Ω حيث: $z_A=3+2i$ ، $z_B=-3$ و $z_\Omega=1-2i$.

أ)أثبت أنّ: $z_B-z_\Omega=i\left(z_A-z_\Omega\right)$.

ب)عيّن طبيعة المثلث ΩAB .

3- h هو التحاكي الذي مركزه النقطة A ونسبته2 .

أ)عيّن الكتابة المركبة للتحاكي h .

ب)عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة Ω بالتحاكي h .

جـ)عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$.

د)بيّن أن $ABCD$ مربع.

4- (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$.

أ)تحقق أنّ النقطة B تنتمي إلى المجموعة (E)، ثم عيّن طبيعة (E) وعناصرها المميزة.

ب)أنشئ المجموعة (E).

التمرين الثالث:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1-ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2-بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1{,}59<\alpha<1{,}60$.

3-استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.(وحدة الطول $2cm$).

1-بيّن أنّ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2-أ)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(e^x-2x\right)^2}$.

ب)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج)احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3-أ)بيّن أنّ: $f(\alpha)=-1+\frac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المُعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب)استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

ج)ارسم (C_f).

4-ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\left[f(x)\right]^2$.

أ)احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب)شكّل جدول تغيّرات الدالة h.

التمرين الرابع:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

(P)المستوي الذي يشمل النقطة $A(2;-5;2)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.

(Q)المستوي الذي: $x+2y-2=0$ معادلة له.

1-عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2-بيّن أنّ المستويين (P) و(Q)متعامدان.

3-عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم(Δ)، تقاطع المستويين (P) و(Q).

4-أ)احسب d_1 المسافة بين النقطة $K(3;3;3)$ والمستوي (P) و d_2 المسافة بين النقطة K والمستوي (Q).

ب)استنتج d المسافة بين النقطة K والمستقيم(Δ).

5-احسب المسافة d بطريقة ثانية.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

1-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z : $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$.

2-المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=-1+i\sqrt{3}$.

أ)اكتب كلا من z_A، z_B، z_C و z_Dعلى الشكل الأسي.

ب)تحقق أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$، ثم استنتج أنّ المستقيمين (AC) و (BC)متعامدان.

3- z_n العدد المركب الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و$n\frac{2\pi}{3}$عمدة له حيث n عدد طبيعي.

L_n العدد المركب المعرف بـــ: $L_n=z_D\times z_n$.

أ)اكتب كلا من L_0، L_1على الشكل الجبري.

ب)(U_n) هي المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $U_n=|L_n|$.

-أثبت أنّ المتتالية (U_n)هندسية يُطلب تعين أساسها وحدها ألول.

- M_0، M_1، ....، M_n صور الأعداد المركبة L_0، L_1، ....، L_nعلى الترتيب.

احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n=\|\overrightarrow{OM_0}\|+\|\overrightarrow{OM_1}\|+...+\|\overrightarrow{OM_n}\|$.

-جد نهاية S_n عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الثاني:(03,5 نقطة) الحساب(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

نسمي (S) الجملة التالية: $\begin{cases} x \equiv 3[15] \\ x \equiv 6[7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح ($x \in \mathbb{Z}$).

1-بيّن أنّ العدد 153 حل للجملة (S).

2-إذا كان x_0 حلا لِـــ (S)، بيّن أنّ: (x حل لـــ (S)) يُكافئ $\left(\begin{cases} x - x_0 \equiv 0[15] \\ x - x_0 \equiv 0[7] \end{cases} \right)$.

3-حل الجملة (S).

4- يُريد مكتبي وضع عدد من الكتب في عُلب، فإذا استعمل علبا تتسع لِـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علبا تتسع لِـ 7كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أنّ عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و600 كتابا، ما هو عدد الكُتب؟

التمرين الثالث:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. (P) المستوي الذي: $-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له

و (D) المستقيم الذي: $(k \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = k \\ y = \dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3}k \\ z = -\dfrac{3}{4} + \dfrac{3}{4}k \end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

1-تحقّق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).

2-أ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له.

ب)عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3-بيّن أنّ: $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4- $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء.

أ)احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

ب)أثبت أنّ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يُطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

5-عيّن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية: $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 3x-4z-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

I- g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1-عيّن a و b علما أنّ التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4 .

2-نضع $a=-2$ و $b=2$.

أ)ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1-أ)احسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

جـ)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2-أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لـ (C_f)، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ب)بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، ثم جِد معادلة له.

جـ)نأخذ $\alpha=1,25$. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0,6<x_1<0,7$ و $2,7<x_2<2,8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f).

3-ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2012. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2013 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(3;-2;-1)$ ، $B(5;-3;2)$ ، $C(2;3;2)$ و $D(1;-5;-2)$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعين مستويا؛ نرمز له بالرمز (P).

2) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;-1)$ ناظمي للمستوي (P)، ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D ويُعامد (P).

ب) عيّن إحداثيات النقطة E ؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P).

4) المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB)، و λ العدد الحقيقي حيث: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$.

أ) بيّن أنّ: $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$.

ب) استنتج العدد الحقيقي λ وإحداثيات النقطة H ، ثم المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين الثاني:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2013 الموضوع I، تقني رياضي)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2z^2+6z+17=0$.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=-4$ ، $z_B=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}i$ و $z_C=-\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{2}i$.

- احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) أ) عيّن z_D و z_E لاحقتي النقطتين D و E على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A.

ب) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right\|=10\sqrt{2}$.

4) (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z حيث: $\arg(z+4)=\dfrac{\pi}{4}$.

- تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى (Γ_2)، ثم عيّن المجموعة (Γ_2).

التمرين الثالث:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2013 الموضوع I، تقني رياضي)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u_0=e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n=\sqrt{\dfrac{u_{n-1}}{e}}$.

(v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\dfrac{1}{2}\ln u_n+\dfrac{1}{2}$.

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$، ثم احسب حدّها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n؛ حيث: $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

4) احسب بدلالة n الجداء P_n؛ حيث: $P_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_n$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n$.

التمرين الرابع:(07 نقاط الدوال الأسية واللوغارتمية)(دورة جوان 2013 الموضوع I، تقني رياضي)

I-الدّالّة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}31<\alpha<0{,}32$ وأنّ: $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II-الدّالّة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$.

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$.

3) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) مثّل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2]$.

III- (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=\ln(x+1)$.

A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x .

1) أثبت أنّ المسافة AM تُعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$.

2) الدّالّة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $k(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ) بيّن أنّ للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ)، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يُمكن.

جـ) بيّن أنّ: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04,5 نقطة الهندسة الفضائية)(دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(2;-5;4)$ ، $B(3;-4;6)$ و (Δ) المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t;(t\in\mathbb{R}) \\ z=4+t \end{cases}$.

1-أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B .

ب) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D).

2- (P) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ).

-برهن أنّ $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثم عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D).

أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (D).

ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P).

التمرين الثاني:(04,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(z+5-i\sqrt{3}\right)\left(z^2+2z+4\right)=0$.

2)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=-5+i\sqrt{3}$.

S التشابه المباشر الذي يُحوّل A إلى C ويُحوّل O إلى B.

-جِد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S، ثم عيّن العناصر المميزة له.

3)أ)عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;-1),(C;1)\right\}$.

ب)اكتب العدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_D-z_A}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABD.

جـ)عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$.

التمرين الثالث:(03,5 نقطة) الحساب(دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $11x+7y=1$.

1)أ)عيّن $(x_0;y_0)$، حل المعادلة (E) الذي يُحقق: $x_0+y_0=-1$.

ب)استنتج حلول المعادلة (E).

2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يُحقق: $\begin{cases}S=11a+1\\S=7b+2\end{cases}$.

أ)بيّن أنّ $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب)ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77 ؟

3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .

عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.

التمرين الرابع:(07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

I-الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^x$.

1)ادرس تغيرات g .

2)بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^x\geq 0$.

II-الدّالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases}f(x)=\dfrac{e^x-1}{x};x>0\\f(0)=1\end{cases}$.

1-أ)بيّن أنّ f مستمرة على $[0;+\infty[$.

ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2-أ)تحقّق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$.

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

III- n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$؛ f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$.

و(C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1-ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$.

2-احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f_n(x)$.

3-ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}).

4-بيّن أنّ جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يُطلب تعيين إحداثيتيها.

5-أ)بيّن أنه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3;0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$.

ب)بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإنّ: $f_n(\alpha_1)<0$ ، ثمّ برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$.

6-أ)بالاعتماد على الجزء II؛ بيّن أنه، من أجل كل x من $]0;1]$: $\frac{e^x-1}{x} \leq e-1$.

ب)استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثمّ $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

جـ)جِد نهاية المتتالية (α_n).

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2013. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05,5 نقطة) الأعداد المركبة(دورة جوان 2014 الموضوع I، تقني رياضي)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$

نسمي A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$.

أ) أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا؟ برّر إجابتك.

3) أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويُحول B إلى C، محددا نسبته وزاويته.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) أ) عيّن العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق:

$|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$.

ب) عيّن (E') مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث: $|z-z_1|=|z-z_3|$.

التمرين الثاني:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

(Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان من الفضاء معرّفان بتمثيليهما الوسيطين التاليين:

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2-2t;(t\in\mathbb{R})\\ z=1-t\end{cases} \text{ و } (\Delta_2):\begin{cases}x=1\\ y=-1-t';(t'\in\mathbb{R})\\ z=4+2t'\end{cases}.$$

1) أ) عيّن إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

2) أ) أثبت أنّ النقطة $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P).

ب) بيّن أنّ النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).

3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(5;1;-7)$ شعاع ناظمي له.

ب) عيّن إحداثيات C و D نقطتي تقاطع (Q) مع كل من (Δ_1) و (Δ_2) على الترتيب.

4) أ) عيّن طبيعة المثلث BCD ، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

ب) استنتج مساحة المثلث ACD .

التمرين الثالث:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2014 الموضوع I، تقني رياضي)

I) f هي الدالّة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\ln(x-1)$.

1) حدّد حسب قيم x، إشارة $f(x)-x$.

2) أ) عيّن اتجاه تغيّر f.

ب) بيّن أنه إذا كان $x\in[2;e+1]$ فإنّ $f(x)\in[2;e+1]$.

II) (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = e+1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n - 1)$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_n \in [2; e+1]$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) برّر تقارب المتتالية (u_n)، ثم أحسب نهايتها.

التمرين الرابع: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية (دورة جوان 2014 الموضوع I، تقني رياضي)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

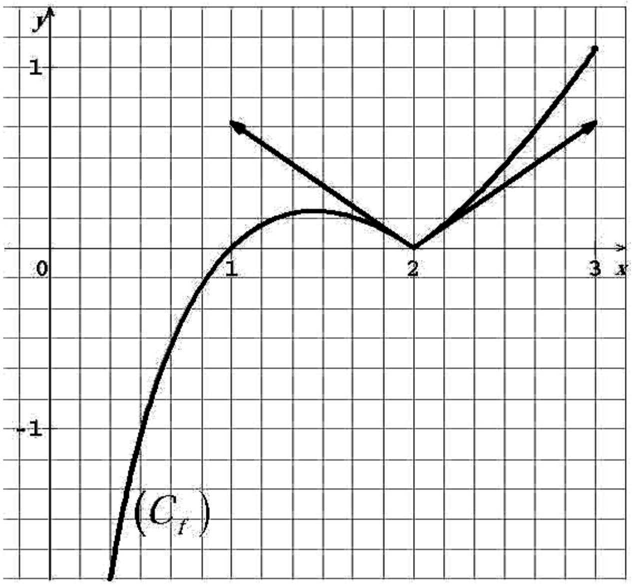
I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ: $g(x) = x\ln x + x$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ثم تحقق أنّ $1{,}45 < \alpha < 1{,}46$.

ب) استنتج إشارة $g(x) - 2$.

II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرّفة على المجال $]0;3]$ بـ: $f(x) = |x-2|\ln x$.



1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2.

2) أثبت صحة تخمينك.

3) أدرس تغيرات الدالة f.

III) h الدالة المعرّفة على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي: $h(x) = (2-\cos x)\ln(\cos x)$

1) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h)؛ حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة h، ثم شكّل جدول تغيّراتها وارسم (Δ) و (C_h).

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول: (04,5 نقطة) الأعداد المركبة (دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0 = 1+i$.

1) أ) عيّن ثم أنشئ (γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = z_0 + 2e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$.

ب) عيّن ثم أنشئ (γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = z_0 + ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$ و k يمسح $\mathbb{R}^+$.

ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ').

2) نسمي B النقطة التي لاحقتها z_1 حيث: $z_1 = z_0 + 2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$.

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1 - z_0}{z_0}$، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب) عيّن z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

ج) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث تكون النقطة O مرجحا للجملة $\{(A;\alpha),(B;\beta)\}$ و $\alpha + \beta = \sqrt{2}$.

د) عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left((1+\sqrt{2})\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right) = 0$.

التمرين الثاني:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

A ، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(0;-1;1)$ ، $B(1;3;2)$ و $C(-1;3;4)$

1)أ)أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية $\widehat{BAC}$.

ب)بيّن أنّ النقط A ، B ، C تُعين مستويا.

2)أ)بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناطمي للمستوي (ABC).

ب)أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3)ليكن (S) سطح الكرة الذي معادلته: $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$

نسمي Ω و R مركز ونصف قطر (S) احسب R وعيّن إحداثيات Ω .

4)أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P_1) و (P_2) مماسي سطح الكرة (S) والموازيين للمستوي (ABC).

التمرين الثالث:(05 نقاط) الحساب(دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

n و p عددان طبيعيان.

1)أدرس، حسب قيم n ، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n .

2)نضع: $C_n=16n+9$ و $D_p=5^p$.

أ)بيّن أنه إذا كان $p=4k+2$ حيث k عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي n يُحقق $C_n=D_p$.

ب)عيّن n من أجل $p=6$.

3) f هي الدالة المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=5^{(4x+2)}-9$

أدر تغيّرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

4) (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=5^4\left(u_n+\dfrac{9}{16}\right)-\dfrac{9}{16}$.

أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\dfrac{5^{(4n+2)}-9}{16}$.

ب)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإنّ u_n عدد طبيعي.

5)استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

التمرين الرابع:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغارتمية(دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1)عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2)أدرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3)أ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أنّ $1{,}27<\alpha<1{,}28$.

ب)أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T).

جـ)أرسم (T) و (C_f).

4)عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني .

أ)بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

6) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث: a ، b عددان حقيقيان

عيّن a ، b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $g'(x)=f(x)$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2014. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: z_A و z_B حيث: $z_A=1-i$ و $z_B=3+3i$.

1)أ)اكتب z_A ، z_B على الشكل الأسي.

ب) n عدد طبيعي، عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا.

جـ) z عدد مركب حيث: $\frac{z}{z_A}=4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ؛ احسب طويلة العدد z وعمدة له، ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري.

د)استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

2)أ)احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب)احسب z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;1),(C;1)\}$، ثم بيّن أنّ $ABCD$ مربع.

التمرين الثاني:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;2;2)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(-2;3;7)$

والمستوي (P) المعرّف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان.

1)أ)بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعين مستويا.

ب)تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

2)أ)عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثم بيّن أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

ب)بيّن أنّ تقاطع (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-4-7t;(t\in\mathbb{R}) \\ z=-t \end{cases}$.

3)أ)عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$.

ب)احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

4)لتكن (P') مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\vec{u}=0$ ($\vec{u}$ هو شعاع توجيه (Δ)).

أ)بيّن أنّ المجموعة (P') هي مستوٍ يُطلب تعيين عناصره المميزة، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

ب)بيّن أنّ المستويات الثلاثة (P)، (ABC) و (P') تتقاطع في نقطة واحدة E ، ثم عيّن إحداثيات E .

جـ)احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

التمرين الثالث:(03,5 نقطة) الحساب(دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

1)أ)عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13 .

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $42\times138^{2015}+2014^{2037}-3$ على 13 .

2)أ)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$.

ب)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv0[13]$.

التمرين الرابع:(07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

I) h الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي: $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$.

1)احسب $\lim\limits_{x\to-2^{>}}h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$.

2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3)استنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي: $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$).

1)احسب $\lim\limits_{x\to-2^{>}}f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2)أ)بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3)أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4)أ)اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تعيين إحداثييها.

ب)ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f).

جـ)احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$.

III) g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$.

1)احسب $\lim\limits_{x\to-1^{<}}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\to-1^{>}}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟

2)أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3)انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأوّل:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، نعتبر النقطتين $A(2;3;1)$ ، $B(1;2;-2)$ و (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$; $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases}$.

1) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له.

ب) عيّن إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (D) و (Δ).

بيّن أنّ $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له.

3) أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة B ويُعامد المستقيم (Δ).

ب) عيّن إحداثيات النقطة E المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (Δ).

جـ) احسب المسافة بين النقطة B والمستقيم (Δ).

د) احسب مساحة المثلث BEC .

التمرين الثاني:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2015 الموضوع II، تقني رياضي)

1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول z التالية: (I)... $z^2-4(\sin\theta)z+4=0$. حيث θ وسيط حقيقي.

2) من أجل $\theta=\frac{\pi}{3}$ نرمز إلى حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2 . أكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=3\sqrt{3}+i$.

أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري، ثمّ على الشكل الأسي. واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) استنتج أنّ النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويُطلب تعيين نسبته وزاوية له.

جـ) عيّن لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ ، ثمّ حدّد طبيعة الرباعي $ABDC$.

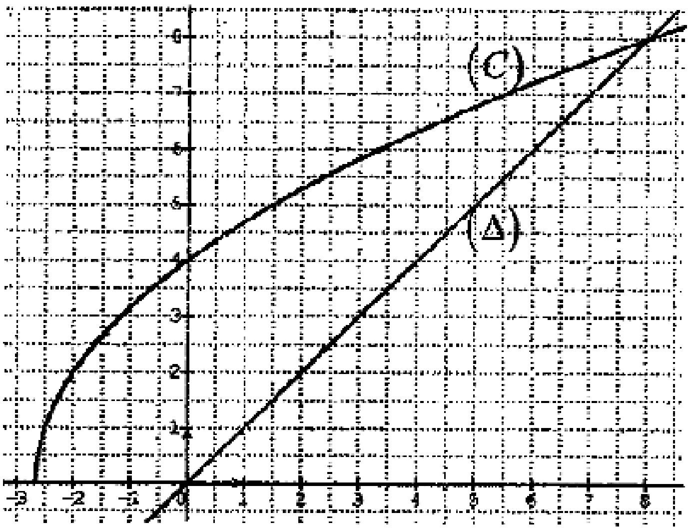
4) أ) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ تخيلي صرف مع $z\neq z_B$.

ب) عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ حقيقيا مع $z\neq z_B$.

التمرين الثالث:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة جوان 2015 الموضوع II، تقني رياضي)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\sqrt{6u_n+16}$.

1) h الدّالة المعرّفة على المجال $\left]-\frac{8}{3};+\infty\right[$ بما يلي: $h(x)=\sqrt{6x+16}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس و (Δ) المستقيم ذو معادلة $y=x$ (أنظر الشكل في الصفحة الموالية).



أ)أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2)أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \le u_n < 8$.

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}$.

جـ)استنتج اتجاه تغيّر (u_n).

3)أ)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < 8 - u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}(8-u_n)$.

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < 8 - u_n \le 8\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2015 الموضوع II، تقني رياضي)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = (x+2)e^x - 2$.

1)احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3)احسب $g(0)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)أ)بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، ثم احسب $f'(x) = -g(x)$.

ب)استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

جـ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3)أ)بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0{,}92 < \alpha < 0{,}93$ و $-1{,}56 < \beta < -1{,}55$.

ب)ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$.

4)أ)بيّن أنّ الدالة: $x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$.

ب)احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x = 0$، $x = \alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)أ)).

جـ)جِد حصرا للعدد A.

انتهى الموضوع الثاني

حل امتحان بكالوريا دورة جوان 2015. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة: 04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأوّل:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، لتكن النقط: $A(1;1;4)$ ، $B(0;3;1)$ و $C\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$

و (P) المستوي الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له والمستقيم (Δ) الذي $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \ ;(t\in\mathbb{R}) \\ z=4-3t \end{cases}$ تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة، حدّدها مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
01	المستوي (P) يحوي المستقيم	(Δ)	(AB)	(AC)
02	المستويان (P) و (ABC)	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
03	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة	A	B	C
04	المستقيمان (Δ) و (AC)	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي
05	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2-9CM^2=0$ هي	مستوٍ	سطح كرة	مجموعة خالية

التمرين الثاني:(04 نقاط) الأعداد المركبة(دورة جوان 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $9z^2-6\sqrt{3}z+4=0$.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_B=\overline{z_A}$.

أ-اكتب كلاً من z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب-بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}=0$.

جـ-عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقياً.

3) f التحويل النقطي الذي يُرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$.

أ-عيّن طبيعة التحويل النقطي f وعناصره المميّزة.

ب-احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f .

جـ-عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الحساب(دورة ماي 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x-7y=19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جِد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث: $x_0=y_0$، ثم حل المعادلة (E).

2)استنتج قيم العدد الصحيح λ والتي تُحقق: $\begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42 .

3)عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x+y-1| \leq 13$.

4)أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب-عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقق الجملة: $\begin{cases} n-5^n \equiv 2020[7] \\ n \equiv 1437[6] \end{cases}$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$.

1)أ-احسب $\lim\limits_{x \to -1^{>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2)أ-بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.

ب-استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$.

1)احسب $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2)أ-ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب-بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2})

3)ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $h(x)=f(x)-[f'(a)(x-a)+f(a)]$.

أ-تحقّق أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.

ب-باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1;+\infty[$.

جـ-حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a).

4)أ-بيّن أنه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يُطلب تعيين معادلتيهما.

ب-ارسم المماسين والمنحنى (C).

5)نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بِـ: $H(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.

أ-بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب-احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

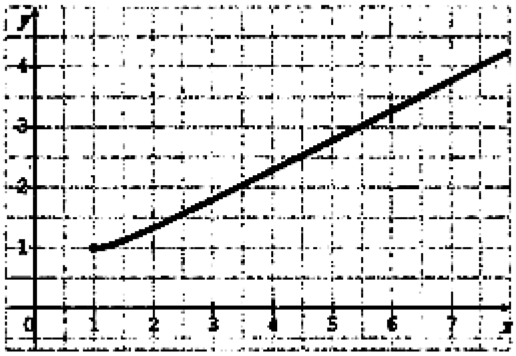
انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(05 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2016 الموضوع II، تقني رياضي)

نعتبر الدّالة العددية f المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (الشكل المقابل).



1) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 6$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ-أنقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) مُوضحاً خطوط الإنشاء.

ب-أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

جـ-برهن أنه من أجل عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le 6$.

د-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

هـ-برّر تقارب المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$ وَ $w_n = \ln(v_n)$.

أ-برهن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها 2، يُطلب تعيين حدّها الأوّل.

ب-اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n.

جـ-بيّن أنّ: $u_n = \dfrac{1}{1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2^n}}$، ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \dfrac{1}{w_0} + \dfrac{1}{w_1} + \ldots + \dfrac{1}{w_n}$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة) الأعداد المركبة (دورة ماي 2016 الموضوع II، تقني رياضي)

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4)(2z - \sqrt{2}) = 0$.

2) اكتب الحلول على الشكل الأسي.

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B و C من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ، $b = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

1) علّم النقط A، B و C في المعلم السابق.

2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S الذي مركزه A ونسبته 3 و زاويته π، والنقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $-\dfrac{\pi}{2}$.

-احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب.

III) نضع: $z = \dfrac{d-b}{e-b}$.

1) اكتب العدد المركب z على الشكل المثلثي.

2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[DE]$، F نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة I.

ما طبيعة الرباعي $BDFE$ ؟

التمرين الثالث:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث: $A\left(3;-2;2\right)$ ، $B\left(6;1;5\right)$ ، $C\left(6;-2;-1\right)$ و $D\left(0;1;1\right)$.

1) بيّن أنّ مثلث ABC قائم في A .

2) اكتب معادلة للمستوي $\left(P\right)$ الذي يشمل A والعمودي على $\left(AB\right)$.

3) ليكن $\left(P'\right)$ المستوي حيث: $x-z-1=0$ ، معادلة له.

أ-هل المستويان $\left(P\right)$ و $\left(P'\right)$ متعامدان؟ برّر إجابتك.

ب-بيّن أنّ المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}\left(1;-2;1\right)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين $\left(P\right)$ و $\left(P'\right)$.

4) لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

أ-بيّن أنّ H هي المسقط العمودي لـ D على $\left(\Delta\right)$.

ب-احسب المسافة بين D و $\left(\Delta\right)$.

5) أ-بيّن أنّ النقطة $E\left(0;4;-1\right)$ تنتمي إلى المستقيم $\left(\Delta\right)$.

ب-احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

التمرين الرابع:(06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2016 الموضوع II، تقني رياضي)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ: $g\left(x\right)=x-x\ln x$.

1) أ-احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $\left]0;+\infty\right[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g\left(x\right)=-1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,5<\alpha<3,6$.

3) استنتج إشارة العبارة $g\left(x\right)+1$ على المجال $\left]0;+\infty\right[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\frac{\ln x}{x+1}$.

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، حيث: $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$ و $\left\|\vec{j}\right\|=4cm$.

1) بيّن أنّ $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$.

2) أ-برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0;+\infty\right[$: $f'\left(x\right)=\frac{g\left(x\right)+1}{x\left(x+1\right)^2}$.

ب-بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0;\alpha\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\alpha;+\infty\right[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ-اكتب معادلة للمماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

د-احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f\left(x\right)-f\left(\alpha\right)}{x-\alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

3) أ-بيّن أنّ: $f\left(\alpha\right)=\frac{1}{\alpha}$.

ب-استنتج حصرا للعدد $f\left(\alpha\right)$ (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2})

جـ-ارسم $\left(C_f\right)$.

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي: $x^2+x-2m\left(x+1\right)=\ln\left(x^2\right)...\left(E\right)$.

أ-تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x-m$.

ب-عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ-بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب-ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2016. 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

امتحان بكالوريا دورة ماي 2017+الحل المفصل.(الدورة العادية) 03 تقني رياضي. جمعها الأستاذ:بوعزة مصطفى.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأوّل:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(2;2;0\right)$، $B\left(0;-2;2\right)$ و $C\left(1;1;3\right)$.

1)اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويُعامد المستقيم (BC).

2)نعتبر (P') المستوي المحوري للقطعة $[AB]$، تحقّق أنّ معادلة (P') هي: $x+2y-z=0$.

3)بيّن أنّ المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)، يُطلب إيجاد تمثيل وسيطي له.

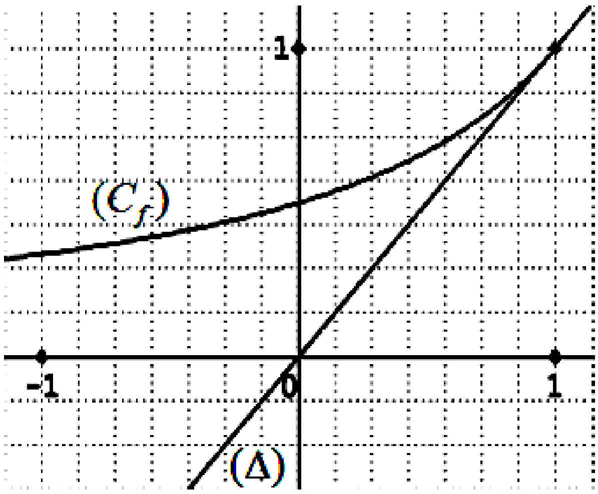
4)بيّن أنّ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A;1),(B;1),(C;-12)\right\}$ هي نقطة تقاطع (Δ) و (ABC)،

ثم عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-12\overrightarrow{MC}\right\|=10\left\|\overrightarrow{OA}\right\|$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) المتتاليات العددية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، تقني رياضي)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]-\infty;1]$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{2-x}$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، ليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.



(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=-1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$.

1)أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 مبرزاً خطوط التمثيل،

ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2)برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<1$.

3)ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

4)نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\dfrac{2}{1-u_n}$.

أ)برهن أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 ثم عيّن عبارة حدها العام v_n بدلالة n.

ب)استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، تقني رياضي)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها: $z_A=-1$، $z_B=2+i$ و $z_C=-i$.

1)اكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

2)عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه C ويُحول B إلى A.

3)نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى C والنقطة E صورة D بالتشابه S.

أ)عيّن z_D لاحقة D ثم تحقق أنّ: $z_E=1-2i$ حيث z_E لاحقة E.

ب)حدّد طبيعة الرباعي $ADEB$.

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z. (M تختلف عن A و B)

حيث $\arg(z-z_A)-\arg(z-z_B)=\frac{\pi}{2}+2k\pi; k\in\mathbb{Z}$.

تحقق أنّ النقطة C تنتمي إلى (Γ)، ثم حدّد طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 01، 03 تقني رياضي)

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على D_f حيث $D_f=]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-2x+3+2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$، $\lim_{x\overset{>}{\to}2}f(x)$، ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل x من D_f، $f'(x)=-2-\frac{2}{(x-1)(x-2)}$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) أ) تحقق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f، $(3-x)\in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$.

ب) استنتج أنّ (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثييه.

4) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45;0,46[$ ثم استنتج أنها تقبل حلا أخر β يُطلب تعيين حصر له.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f)، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

6) ارسم (Δ) و (C_f).

7) بيّن أنّ الدالة: $h:x\mapsto(x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x\mapsto\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيّز المستوي المُحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-2x+3$، $x=\beta$ و $x=3$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;1;0)$، $B(-1;2;-3)$، $C(0;5;2)$، $D(4;7;0)$.

1) بيّن أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستو.

2) أ) أثبت أنّ المستقيم (CD) عمودي على كل من المستقيمين (AB) و (AC).

ب) جِد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)، ثم احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC).

3) أ) حدّد طبيعة المثلث ABC.

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الحساب(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، تقني رياضي)

1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $4^{5k}\equiv1[11]$.

2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

3) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(2\times2017^{5n+3}+3\times1438^{10n}+1)$ يقبل القسمة على 11.

4)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)$ قابلا للقسمة على 11 .

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، تقني رياضي)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها: $z_A=1+i$، $z_B=\overline{z_A}$، $z_C=\frac{1}{2}(1-i)$ و $z_D=\overline{z_C}$.

1)أ)اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي للعددين z_B و z_D.

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $\left(z_A\right)^n=\left(z_B\right)^n$.

2)أ)اوجد نسبة ومركز التحاكي h الذي يُحول D إلى A ويُحول C إلى B.

ب)احسب طويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ADCB$.

3)جِد z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;2),(C;-1),(D;-1)\right\}$.

4)لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|=\sqrt{5}$.

بيّن أنّ A نقطة من (Γ)، ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدّوال العددية(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 01، تقني رياضي)

I)نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x+12$.

1)ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g .

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\left]-1,48;-1,47\right[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II)نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$.

وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1)أ)احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

ب)بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{xg(x)}{\left(x^2+2\right)^2}$.

ثم ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

2)أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$.

ب)ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3)بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4)ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى $\left(C_f\right)$.

5)نرمز بـ S إلى مساحة الحيز المستوي المُحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$، $x=0$ و $y=0$.

أثبت أنّ: من أجل كل $x\in[\alpha;0]$، $-3\le f(x)\le f(\alpha)$ ثم بيّن أنّ: $\frac{3}{2}\alpha^2\le S\le -3\alpha$.

انتهى الموضوع الثاني

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2017. -الدورة العادية- 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

المدة:04 سا و30د.

الموضوع الأول:(20 نقطة)

التمرين الأول:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A\left(0;-1;2\right)$، $B\left(3;2;5\right)$، $C\left(3;-1;-1\right)$ و $D\left(-3;5;-1\right)$.

ليكن $\left(P\right)$ و $\left(Q\right)$ المستويين اللّذين معادلتاهما على الترتيب: $x+y+z-1=0$ و $x-z+2=0$.

1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم، ثم عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

2) أ) بيّن أنّ المستويين $\left(P\right)$ و $\left(Q\right)$ متعامدان ثم جِد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$، تقاطع المستويين $\left(P\right)$ و $\left(Q\right)$.

ب) عيّن تقاطع المستويات $\left(P\right)$، $\left(Q\right)$ و $\left(ABC\right)$.

3) تحقق أنّ A هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي $\left(ABC\right)$ ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

4) بيّن أنّ $\frac{\pi}{4}$ قيس بالراديان للزاوية $B\widehat{D}C$، ثم استنتج المسافة بين النقطة A والمستوي $\left(ABC\right)$.

التمرين الثاني:(04 نقاط) الحساب(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، تقني رياضي)

1) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5 .

3) برهن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $\left(48^{4n+3}-2\times9^{2n+1}+1\right)$ مضاعف للعدد 5 .

4) عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون العدد $\left(3^{4n}+27^n-4\right)$ قابلا للقسمة على 5 .

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، تقني رياضي)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z الآتية: $\left(z-4\right)\left(z^2-2z+4\right)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A=4$، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

2) أ) عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه المبدأ O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب) عيّن طبيعة الرباعي $ABDC$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $z_n=\left(z_B\right)^n+\left(z_C\right)^n$.

أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $z_n=2^{n+1}\times\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $t_n=z_{6n}$.

- عبّر عن t_n بدلالة n ثم احسب P_n بدلالة n حيث: $P_n=t_0\times t_1\times t_2\times\ldots\times t_n$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الاسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2017 الموضوع I، الدورة 02، تقني رياضي)

I) لتكن الدالة g المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ كما يلي: $g\left(x\right)=-\frac{1}{2}+\frac{2-\ln x}{x^2}$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}g\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}71<\alpha<1{,}72$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-\frac{1}{2}x+2+\frac{-1+\ln x}{x}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) "نقبل أنّ $f(\alpha)\approx 0{,}87$ و $f(\beta)=f(\gamma)=0$ حيث $0{,}76<\beta<0{,}78$ و $4{,}19<\gamma<4{,}22$."

- أنشئ في المعلم السّابق المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1<\lambda\le e$، نرمز بـ $A(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=\lambda$.

أ) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ.

ب) عيّن قيمة λ حيث $A(\lambda)=\frac{1}{2}cm^2$.

انتهى الموضوع الأول.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1;-1)$، $B(1;7;-3)$ و $I(0;1;-2)$

والشعاع $\vec{v}(2;0;2)$، (Δ_1) المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{v}$ شعاع توجيه له و (Δ_2) المستقيم المعرف بالتمثيل

الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$; $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \\ z=3-4t \end{cases}$.

1) بيّن أنّ A تنتمي إلى المستقيم (Δ_2) وأنّ (Δ_1) و (Δ_2) غير متطابقين.

2) ليكن (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

- بيّن أنّ الجملة: $(\alpha\in\mathbb{R},\beta\in\mathbb{R})$; $\begin{cases} x=1+2\alpha+2\beta \\ y=1-\alpha \\ z=-1-4\alpha+2\beta \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستوي (P).

3) أثبت أنّ I هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P).

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $x^2+y^2+z^2-2x-14y+6z+21=0$.

أ) بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

ب) تحقّق أنّ المستوي (P) يمسّ (S) في نقطة يُطلب تعيينها.

التمرين الثاني: (04 نقاط) المتتاليات العددية (دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، تقني رياضي)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بـ: $u_1=\frac{1}{a}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $u_{n+1}=\frac{n+1}{an}u_n$

حيث a عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 2.

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > 0$.
ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $v_n = \frac{1}{an}u_n$.
أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ وعيّن حدّها الأول v_1 بدلالة a.
ب) جِد بدلالة n و a عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
3) احسب بدلالة n و a المجموع S_n حيث $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + ... + \frac{1}{n}u_n$.
ثم عيّن قيمة a حيث $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \frac{1}{2016}$.

التمرين الثالث:(05 نقاط) الأعداد المركبة(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، تقني رياضي)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$.
II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A = -1+\sqrt{3}$ ، $z_B = -1-i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$.
1) بيّن أنّ $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.
2) أ) اكتب على الشّكل الجبري العدد المركب L حيث $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$.
ب) بيّن أنّ: $L = \frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\tan\frac{\pi}{12}$.
3) نعتبر التحويل النقطي S الذي يُحوّل النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' والمعرّف بـ: $z' = (z - z_B)L + z_B$.
- بيّن أنّ S تشابه مباشر يُطلب تحديد عناصره المميزة.
4) لتكن النقط A'، B' و C' صور النقط A، B و C على الترتيب بالتحويل $S \circ S$.
- احسب مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين الرابع:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة ماي 2017 الموضوع II، الدورة 02، تقني رياضي)

I) لتكن الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$.
- ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$.
II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.
1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.
2) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x] = 1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ)، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f).
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
3) اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يُوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.
4) باستعمال المنحنى (C_f)، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى يكون للمعادلة $f(x) = x + m$ حلّين مختلفين.

5) ليكن α عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ $\mathrm{A}(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب: $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$.

-احسب $\mathrm{A}(\alpha)$ بدلالة α ثمّ $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\mathrm{A}(\alpha)$.

انتهى الموضوع الثاني.

حل امتحان بكالوريا دورة ماي 2017. -الدورة الإستثنائية- 03 تقني رياضي.

حل الموضوع الأول:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الأول.

حل الموضوع الثاني:(20 نقطة)

انتهى حل الموضوع الثاني.

شعبة:

رياضي