موضوع تجريبي رقم 01 في مادة الرياضيات للتحضير الجيد للبكالوريا 2018

التمرين الأول : (03.5 نقطة)

يحتوي كيس على 10 كرات متشابهة لانميز بينها عند اللمس موزعة كما يلي : 4 حمراء و 6 خضراء .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمروان " بين أنّ : $P(A)=\frac{2}{15}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس بعد كل سحبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) بيّن أنّ : $P(X=3)=\frac{8}{15}$.

ج) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي E(X) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{4u_n}{2+u_n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n>2$.

ب)تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(2-u_n)}{2+u_n}$ ثم أدرس رتابة المتتالية (u_n).

ج) إستنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة .

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=1-\frac{2}{u_n}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ إستنتج أنّ $u_n=\frac{2}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$ من أجل كل عدد طبيعي n و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) نضع : $S_n=\sum_{k=0}^{n-1}\frac{2}{u_k}$ بين أنّ ، $S_n=n-1+\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

التمرين الثالث : (03.5 نقطة)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $(E): y'-y=4\cos x$

1) عين حلول المعادلة التفاضلية $(E_0): y'-y=0$.

2) عين العددين الحقيقيين b,a بحيث تكون الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=a\cos x+b\sin x$ حلا للمعادلة (E).

3) برهن أنّه تكون الدالة f حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $(f-g)$ حلا للمعادلة (E_0).

4) إستنتج مجموعة حلول المعادلة (E) في $\mathbb{R}$.

5) عين الحل الخاص للمعادلة (E) والذي يحقق $f(0)=-4$.

التمرين الرابع : ـــــــــــــــ(08 نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $g(1)$ و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

3) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ نضع : $h(x)=x-1+x(\ln x)^2$

أ) أحسب $h'(x)$ وبين أنّ الدالة h متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بين أنّ العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $h(x)=0$ ثمّ إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) برهن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنه من أجل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{1}{x}\times g(x)$.

ب)إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ على المجال $]1;+\infty[$.

4) أحسب $f(4),f(6)$ ثمّ أنشئ المنحنى (C_f).

5) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $u_n>1$.

ب)أدرس رتابة المتتالية (u_n).

ج) إستنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ثمّ أحسب نهايتها .

✌بالتوفيق والنجاح☺ في الباك 2018 ❀❀ الأستاذ ثابت إبراهيم