ثانوية عمي سعيد - غرداية- السنة الدراسية 2019/2018

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية. المدة: 3ساعات

التمرين الأول : 2ن

في كل حالة من الحالات التالية عين الإجابة الصحيحة من بين A و B و C ،مع التعليل :

السؤال	A	B	C
العدد $e^{3\ln 2-\ln\frac{1}{4}}$ يساوي	$\frac{2\ln 2}{-\ln 4}$	32	$e^{3\ln(2-\frac{1}{4})}$
الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y'+4y=8$ و $f(1)=3$ هو:	$f(x)=e^{2x}+2$	$f(x)=e^{-2x+2}+2$	$f(x)=e^{-2x+2}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\left(x^2+1-lnx\right)$ هي:	0	$+\infty$	$-\infty$

التمرين الثاني: 7 ن

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathfrak{R}$ كما يلي: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln(1+e^{2x})$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

-1 أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب - استنتج أنّ للمنحنى (C_f) مستقيم (Δ) مقارب مائل عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

-2 أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، لدينا: $f(x)=\frac{3}{2}x+\ln(1+e^{-2x})$

ب - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

جـ - استنتج أنّ للمنحنى (C_f) مستقيم (Δ') مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

د - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ').

-3 ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

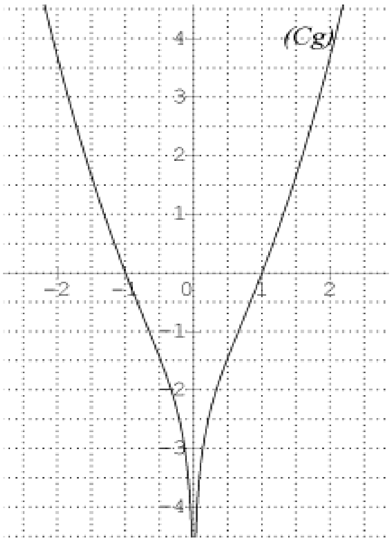
-4 أ - بيّن أنّ للمنحنى (C_f) مستقيما مماسا (T) معامل توجيهه $\frac{1}{2}$، يطلب تعيين معادلة له.

ب - بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، لدينا: $f(x)-f(-x)=x$.

جـ - M وN نقطتان من المنحنى (C_f) فاصلتاهما على الترتيب x و$(-x)$،

- بيّن أنّ المستقيمين (MN) و(T) متوازيان.

-5 أنشئ المستقيمات (Δ)، (Δ')، (T) والمنحنى (C_f).



التمرين الثالث: 7 ن

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathfrak{R}^*$ كما يلي: $g(x)=x^2+ln|x|-1$.

(C_g) تمثيلها البياني كما هو مبيّن في الشكل المقابل.

- بقراءة بيانية حدد جدول إشارة لـ $g(x)$.

$II-$ نعتبر في $\mathfrak{R}^*$ الدالة f المعرّفة كما يلي: $f(x)=\frac{\ln|x|}{x}-x+2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفها.

2- أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، لدينا: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$.

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أنّ النقطة $A(0;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

4- بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع المستقيم حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β

حيث: $0,4<\alpha<0,5$ و $2,3<\beta<2,4$.

5- بيّن أنّ المستقيم $(d): y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)،

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

6- بيّن أنّ للمنحنى (C_f) مستقيمين مماسين (T') و (T) معامل توجيههما (-1)، جد معادلة لكل منهما.

7- أ) أنشئ المستقيمات (d)، (T)، (T') والمنحنى (C_f).

ب) m عدد حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m$.

8- نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=|f(x)|$.

أنشئ (C_h) بالاعتماد على (C_f) في نفس المعلم السابق وبلون مختلف.

التمرين الرابع: 4ن

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{4}{3}$

1- أنشئ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على N حيث:

$f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

2- مثّل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0;u_1$ و u_2 باستعمال الرسم السابق ودون حساب الحدود.

أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بالعلاقة: $v_n=u_n+\alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم

أ- عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

ب- نضع $\alpha=-4$

- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

- احسب نهاية u_n و v_n.

- احسب بدلالة n المجموع: $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots\dots+u_n$.

- احسب بدلالة n الجداء: $P_n=e^{-3}\times e^{\left(\frac{-6}{3}\right)}\times\dots\dots\times e^{\left(-3\times\frac{2^n}{3^n}\right)}$

بالتوفيق والنجاح للجميع

انتهى

ثانوية عمي سعيد - غرداية

الحل النموذجي للاختبار الأول

المستوى: الثالثة علوم تجريبية السنة الدراسية: 2018-2019

التمرين الأول:

1) 'B' $e^{3\ln 2-\ln\frac{1}{4}}=e^{\ln 2^3+\ln 4}=e^{\ln 2^3}\times e^{\ln 4}=8\times 4=32$

2) 'B' $2y'+4y=8$

$y'=-2y+4$

للمعادلة حل عام من الشكل $f(x)=Ce^{-2x}+2$; $f(1)=3$

ومنه $C=e^2$ $f(x)=e^2\times e^{-2x}+2$ ومنه $f(x)=e^{-2x+2}+2$

3) 'B' $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\left(x^2+1-\ln x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{x}+\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

التمرين الثاني:

الدالة f المعرّفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln(1+e^{2x})$

1- أ- $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(1+e^{2x})=0$

ب- بما أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(1+e^{2x})=0$ فإن $y=-\frac{1}{2}x$ مستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

جـ - دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

$1+e^{2x}\succ 1$ $\qquad f(x)-\left(-\frac{1}{2}x\right)=\ln(1+e^{2x})$

ومنه $e^{2x}\succ 0$ محققة ومنه (C_f) فوق (Δ).

2- أ- بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f(x)=\frac{3}{2}x+\ln\left(1+e^{-2x}\right)$

$$\frac{3}{2}x+\ln\left(1+e^{-2x}\right)=\frac{3}{2}x+\ln\left(1+\frac{1}{e^{2x}}\right)=\frac{3}{2}x+\ln\left(\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}}\right)$$

$$=\frac{3}{2}x+\ln\left(e^{2x}+1\right)-\ln\left(e^{2x}\right)=\frac{3}{2}x-2x+\ln\left(e^{2x}+1\right)$$

$$=-\frac{1}{2}x+\ln\left(e^{2x}+1\right)=f(x)$$

ب- $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+e^{-2x}\right)=0$

جـ - بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+e^{-2x}\right)=0$ فإن $y=\frac{3}{2}x$ مستقيم (Δ') مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ')

$1+e^{-2x}\succ 1$ $\qquad f(x)-\left(\frac{3}{2}x\right)=\ln(1+e^{-2x})$

ومنه $e^{-2x}\succ 0$ محققة ومنه (C_f) فوق (Δ').

3- دراسة اتجاه التغير: $f'(x)=\frac{-1}{2}+\frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}=\frac{3e^{2x}-1}{2\left(e^{2x}+1\right)}$

لدينا $2\left(e^{2x}+1\right)\succ 0$ ومنه الإشار من إشارة $3e^{2x}-1$ جدول الإشارة:

$x=-\frac{\ln 3}{2}$

x	$-\infty$	$-\ln(3)/2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$+$

الدالة f متزايدة تماما على $]-\ln(3)/2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;-\ln(3)/2]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	$-\frac{\ln 3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$\frac{\ln 3}{4}+\ln\left(\frac{4}{3}\right)$	↗ $+\infty$

4- أ- إيجاد مماسا (T) معامل توجيهه $\frac{1}{2}$. نحل المعادلة $f'(x)=\frac{1}{2}$

ومنه $\frac{3e^{2x}-1}{2\left(e^{2x}+1\right)}=\frac{1}{2}$ ومنه $3e^{2x}-1=e^{2x}+1$ ومنه $e^{2x}=1$

ومنه $x=0$. و معادلة المماس (T) هي: $y=\frac{1}{2}x+\ln 2$

ب- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)-f(-x)=x$

$$f(x)-f(-x)=-\frac{1}{2}x+\ln\left(e^{2x}+1\right)-\left(\frac{3}{2}(-x)+\ln\left(1+e^{-2(-x)}\right)\right)$$

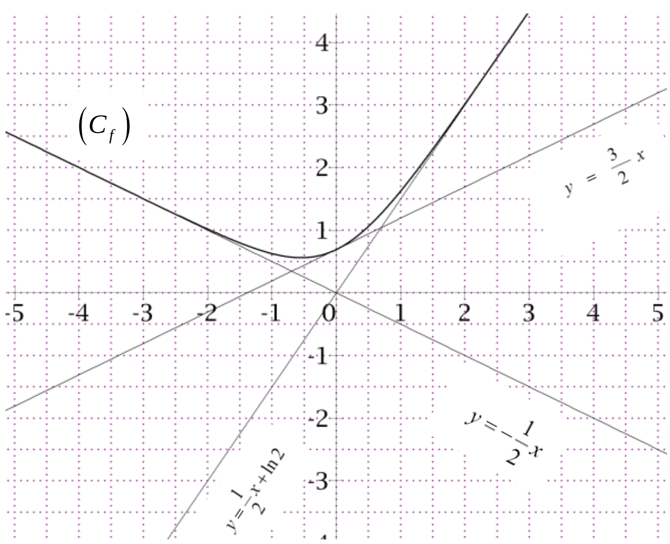
$$=-\frac{1}{2}x+\ln\left(e^{2x}+1\right)+\frac{3}{2}x-\ln\left(1+e^{2x}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}x=x$$

جـ - بيان أن $M\left(x;f(x)\right);N\left(-x;f(-x)\right)$ $(T),(MN)$ متوازيان

$\frac{1}{2}=\frac{x}{2x}=\frac{f(x)-f(-x)}{x-(-x)}$ ومنه المستقيمان $(T),(MN)$ متوازيان

5- أنشئ المستقيمات (Δ)، (Δ')، (T) والمنحنى (C_f).



التمرين الثالث

I– الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x)=x^2+ln|x|-1$.

(C_g) تمثيلها البياني.

-جدول الإشارات لـ: $g(x)$

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$

II– الدالة f المعرّفة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\ln|x|}{x}-x+2$

1- حساب النهايات

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln|x|}{x}-x+2=-\infty \quad \text{لأن} \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(-x)}{x}-x+2=\lim_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{-X}+X+2=+\infty$$

$$\lim_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{<}0}\frac{\ln|x|}{x}-x+2=+\infty$$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{<}0}\frac{\ln|x|}{x}-x+2=-\infty$$

2- أ- حساب المشتقة:

الدالة f تقبل الاشتقاق على المجالين $]-\infty;0[\,,\,]0;+\infty[$

$$f'(x)=\frac{1-\ln|x|}{x^2}-1=\frac{1-\ln|x|-x^2}{x^2}=\frac{-g(x)}{x^2}\infty$$

ب- استنتاج اتجاه التغير:

إشارة المشتقة f' حسب إشارة $-g(x)$ ومنه :

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجالين $[-1;0[\,,\,]0;1]$

ومتناقصة تماما على المجالين $]-\infty;-1],[1;+\infty[$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

3- بيان أنّ النقطة $A(0;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

$$f(0\times 2-x)+f(x)=4$$

$$f(-x)+f(x)=\frac{\ln|x|}{-x}+x+2+\frac{\ln|x|}{x}-x+2=4$$

ومنه النقطة $A(0,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4- بيان أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β

الدالة f مستمر ورتيبة تماما على المجال $]0,4;0,5[$

ولدينا: $f(0,4)=-0,6 \qquad f(0,5)=0,1$

$$f(0,4)\times f(0,5)\prec 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$

تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,4;0,5[$

الدالة f مستمر ورتيبة تماما على المجال $]2,3;2,4[$

ولدينا: $f(2,3)=0,06 \qquad f(2,4)=-0,6$

$$f(2,4)\times f(2,3)\prec 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$

تقبل حلا وحيدا β حيث $\beta\in]2,3;2,4[$

5- بيان أنّ المستقيم $(d): y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)،

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(-x+2)\right]=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{\ln|x|}{x}=0$$

ومنه المستقيم (d) $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $+\infty;-\infty$

دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (d)

$$f(x)-(-x+2)=\frac{\ln|x|}{x}$$

جدول الإشارات:

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
x	$-$		$-$	||	$+$		$+$
$\ln\|x\|$	$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$
$\dfrac{\ln\|x\|}{x}$	$-$		$+$	||	$-$		$+$
الوضعية النسبية	(C_f) تحت (d)		(C_f) فوق (d)	||	(C_f) تحت (d)		(C_f) فوق (d)

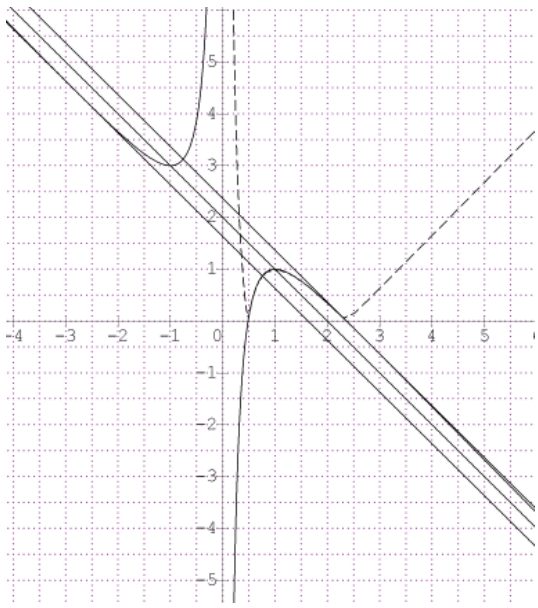
6- بيان أنّ للمنحنى (C_f) مماسين (T) و (T') معامل توجيهها (-1)

نحل المعادلة $f'(x)=-1$ ومنه $\dfrac{1-\ln|x|}{x^2}-1=-1$ $\qquad 1=\ln|x|$

ومنه $x=e$ أو $x=-e$

$$y=-x+2-\frac{1}{e} \qquad y=-x+2+\frac{1}{e}$$

7-الرسم



8- المناقشة البيانية حلول المعادلة $f(x)=-x+m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-x+m$

$m\in\left]-\infty;2-\frac{1}{e}\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد.

$m=2-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف.

$m\in\left]2-\frac{1}{e};2\right[$ المعادلة تقبل ثلث حلول.

$m=2$ المعادلة تقبل حلين.

$m\in\left]2;2+\frac{1}{e}\right[$المعادلة تقبل ثلث حلول

$m=2+\frac{1}{e}$المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف.

$m\in\left]2+\frac{1}{e};+\infty\right[$المعادلة تقبل حل وحيد.

8- الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=|f(x)|$.

إنشاء (C_h) بالاعتماد على (C_f) في نفس المعلم السابق

- من أجل $f(x)\leq 0$ $h(x)=-f(x)$

(C_f)و (C_h)متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل.

- من أجل $f(x)\succ 0$ $h(x)=f(x)$

- (C_f)و (C_h)متطابقان.