

التمرين الأول: (09 نقاط)

I. نعتبر الدالة g_m معرفة على \mathbb{R} بـ: $g_m(x) = (m-1)x^3 + mx^2$. حيث m ثابت حقيقي.

- 1- بين ان جميع التمثيلات البيانية للدوال g_m تشمل نقطتين ثابتتين يطلب تعيين احدهما.
- 2- ما هي قيم m التي تجعل الدالة g_m تتغير دوما في نفس الإتجاه؟

II

- 1- ادرس اتجاه تغير الدالة g_2 على $[0; +\infty[$ مشكلا جدول تغيراتها.
- 2- بين ان المعادلة $g_2(x) = 4$ تقبل حلا وحيدا α على $[0; +\infty[$ ثم استنتج حلول المتراجحة $g_2(x) > 4$.

III. f دالة معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2}}{x} + x$

1- (C_f) والتمثيل البياني للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.
1- ادرس شفعية الدالة f .

2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ مفسرا النتائج بيانيا.

3- بين ان المستقيم نو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب المائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

4- بين ان عبارة الدالة المشتقة لـ f تكتب على الشكل: $f' = \frac{\sqrt{g_2(x^2)} - 2}{x^2 \sqrt{x^2 + 2}}$

أ- بين ان $f'(x) > 0$ على المجال $[\sqrt{\alpha}; +\infty[$ ثم استنتج اشارة $f'(x)$ على المجال $]0; \sqrt{\alpha}]$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f على مجالات تعريفها.

5- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$.

6- اتمى كل من: المستقيمات المقاربة، (T) و (C_f) .

7- من اجل كل عدد حقيقي x من D_f نضع: $h(x) = f(-x)$

اشرح كيفية انشاء (C_h) منحنى الممثل للدالة h وارسمه في المعلم السابق بلون اخر.

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول و اشارة المعادلة: $\sqrt{x^2 + 2} + 2mx = 0$

IV. k دالة معرفة على $[-2; 0[\cup]0; +\infty[$: $k(x) = \frac{x+2}{x} + x + 2\sqrt{x+2}$

1- بين ان $k(x^2) = [f(x)]^2$

2- شكل جدول تغيرات الدالة f^2 على $[-2; 0[\cup]0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة k .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

$$f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ : } \begin{cases} f(x) = \frac{x+1 - \cos(\pi x)}{x} & x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - x & x \geq 0 \end{cases}$$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- بين ان من اجل كل $x \in]-\infty; 0[$ لدينا: $\frac{x+2}{x} \leq f(x) \leq 1$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3- بين ان الدالة f مستمرة على \mathbb{R}

4- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الاقل حلا α على $]-\frac{1}{2}; 0[$

5- بين ان $\sin(\pi\alpha) = -\sqrt{-\alpha^2 - 2\alpha}$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

f دالة معرفة على \mathbb{R} : $f(x) = 1 + 2\cos(x) + \cos(2x)$

1- ادرس شتعية الدالة f .

2- بين ان الدالة دورية بطلب تعيين دورها ثم ادرس تغيراتها على مجال كاف.

3- حدد نقط تقاطع (C_f) التمثيل البياني للدالة f مع حامل محور الفواصل.

4- اثنى (C_f) .

5- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عند حلول الجملة: $\begin{cases} \cos^2(x) + \cos(x) = \frac{m}{2} \\ -\pi \leq x \leq \pi \end{cases}$