

امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات



2019/2018



التاريخ : 2019/03/04

المدة : « ساعتان »

التوقيت : 8 سا 10 سا

معلومات و توجيهات عامة

- 1- الاجابة المقدمة تكون باحد اللونين الازرق او الاسود كما يمنع استعمال القلم المصحح
- 2- يمكن للطالب انجاز التمارين حسب الترتيب الذي يناسبه

التمرين الأول (06 نقاط) :

$$a \text{ و } b \text{ عدادان صحيحان حيث: } b = 1440 \quad a = 2016$$

1- هل العددان a و b متوافقان بتردد 3 ؟ بتردد 11 ؟ برب اجابتك

بـ)- عين باقي القسمة لكل من الاعداد : $a^2 + b^2$; $2a \times b$ على 11.

2- تحقق أن : $b \equiv -1 \pmod{10}$

بـ)- استنتج باقي القسمة الاقلدية للعدد: $20b^{2017} + 30b^{2018} - 20b^{2019} + 2020 + 40b^{2020}$ على 11.

(3)- عين الاعداد الطبيعية n الاصغر من 40 والتي تتحقق: $(a + 2b)^{2n} + 12n \equiv 0 \pmod{11}$

التمرين الثاني (08 نقاط) :

(U_n) متالية حسابية لها الاول: U_0 و اساسها r

1- احسب الحد U_2 علما ان : $U_1 + U_3 = 30$

بـ)- احسب الاساس r علما ان : $U_3 + U_4 + U_5 = 69$

جـ)- عين U_0 ثم تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $U_n = 4n + 7$

1- بين ان 2019 حد من حدود المتالية (U_n) ماهي رتبته ؟

بـ)- عين قيمة n التي تتحقق : $U_n = 1959$

نضع : $t = U_{488} + U_{489} + \dots + U_{503}$

جـ)- اثبت ان : $t = 29835$

نعرف من اجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n حيث:

ا)- احسب بدلالة n المجموع : S_n

بـ)- عين قيمة العدد الطبيعي n التي تتحقق: $S_n = 168$

1
1
1
1
1
1
1
1

2
2
2
2
1

التمرين الثالث (06 نقاط) :

f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$ ول يكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوى المرتبط إلى معلم متعمد ومتجانس (\bar{j}, \bar{i}) .

ن2

ن1

$$(1) \text{ - أحسب النهايتين التاليتين: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$(2) \text{ - بين انه من اجل كل عدد حقيقي فان: } f'(x) = 3(x-3)(1-x)$$

بـ)- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

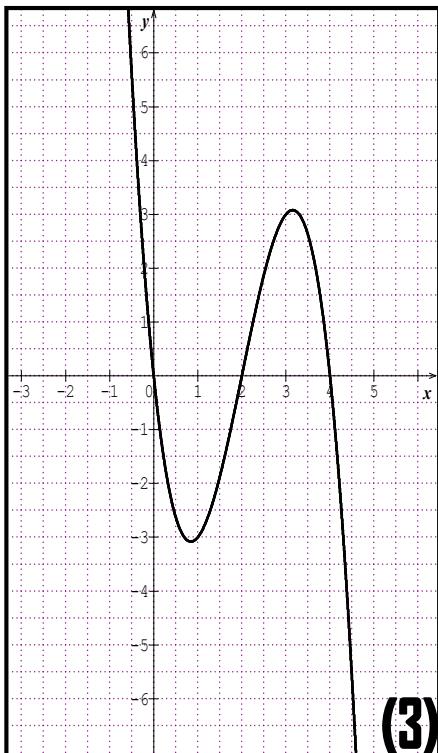
3)- بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعين احداثياتها .

بـ)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة 2 .

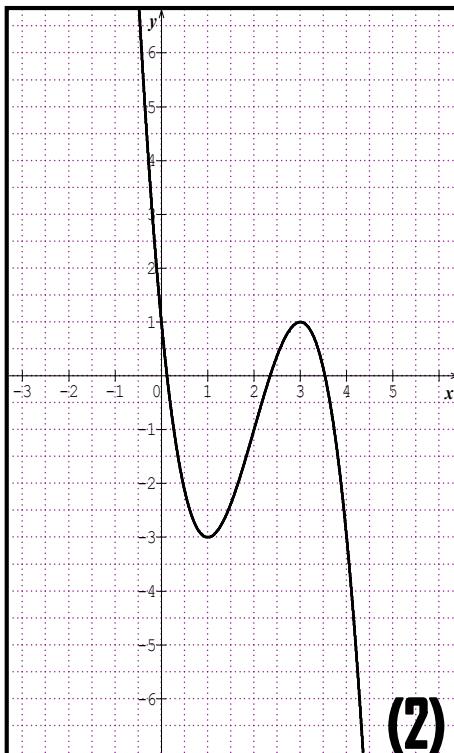
$$(4) \text{ - تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي فان: } f(x) = -x(x-3)^2$$

بـ)- جد احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الاحاديث

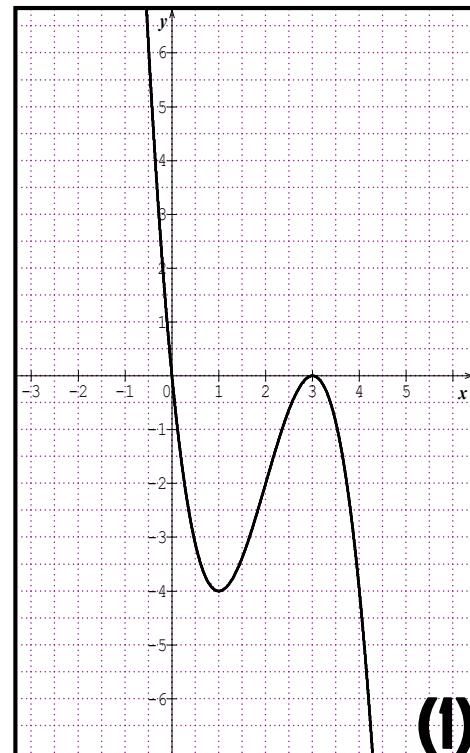
5)- من بين المنحنيات (1) (2) و (3) عين مع التبرير المنحنى (C_f) الذي يمثل الدالة f



(3)



(2)



(1)





تصحيح اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات



حل التمرين الأول (06 نقاط)

$$b = 1440 \quad a = 2016 \quad ?$$

1- لدينا $576 = 2016 - 1440$ والعدد 576 مضاعف للعدد 3 ومنه a و b متوافقان بتردد 3

ومن جهة أخرى 576 ليس مضاعفاً للعدد 11 ومنه العددان a و b غير متوافقان بتردد 11

لدينا $a \equiv 3[11]$ و $b \equiv 10[11]$ ومنه باقي قسمة العدد $a^2 + b^2 \equiv 10[11]$

: على هو 10 بنفس الطريقة نجد ان $2a \times b \equiv 5[11]$ ومنه باقي القسمة على 11 هو 5

2- التحقق أن : $b \equiv -1[10]$

لدينا: $b \equiv -1[10]$ ومنه $b \equiv 10[11]$ أي $b + 1 \equiv 11[11]$

ب)- باقي القسمة الأقلية للعدد: $40b^{2017} + 30b^{2018} - 20b^{2019} + 2020$ على 11.

$$40b^{2017} + 30b^{2018} - 20b^{2019} + 2020 \equiv 7(-1) + 8(1)$$

(3)- الاعداد الطبيعية n الصغر من 40 حيث : $(a + 2b)^{2n} + 12n \equiv 0[11]$

لدينا : $k \in \mathbb{N}$ معناه $n = 11k + 10$ مع

من أجل $k = 0$ نجد $n = 10$

من أجل $k = 1$ نجد $n = 21$

من أجل $k = 2$ نجد $n = 32$

حل التمرين الثاني (08 نقاط) :

1- حساب الحد U_2 علما ان $U_1 + U_3 = 30$:

U_2 هو الوسط الحسابي للحدين U_1 و U_3 ومنه

ب)- حساب الاساس r : علما ان $U_3 + U_4 + U_5 = 69$

لدينا $U_4 - U_2 = 23 - 15 = 8$ ومنه $U_4 = 23$

ج)- تعيين U_0

لدينا $U_0 = U_2 - 2r$ ومنه $U_0 = U_2 - 2r$ أي: $U_0 = 7$

التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n فان:

$$U_n = 4n + 7$$

بمان (U_n) متالية حسابية فان :

$$U_n = 4n + 7$$

ومما سبق نكتب:

1- اثبات ان 2019 حد من حدود المتالية (U_n) محدداً رتبته

لدينا: $2019 = U_n$ معناه $n = 503$ و الرتبة هي $n = 504$

ب)- تعيين قيمة n التي تتحقق :

$$U_n = 1959 \quad \text{معناه } U_n = 1959$$

$$t = 29835$$

$$t = U_{488} + U_{489} + \dots + U_{503}$$



06

1.5

01

01

0.5

0.5

01

08

01

0.5

01

0.5

0.5

01

0.5

01

0.5

0.5

0.5

0.5

$$t = 29835 \quad \text{أي} \quad t = \frac{(503 - 488 + 1)}{2} (U_{488} + U_{503})$$

(ا)- حساب المجموع $S_n = \frac{(n+1)(2n+7)}{2}$: n بدلالة

(ب)- تعين قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق: $S_n = 168$

$$n = 7 \quad \text{معنى} \quad S_n = 168$$

حل التمرين الثالث (06 نقاط) :

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x :$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad (1)$$

(ا)- ثبات بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان:

$$f'(x) = 3(-x^2 + 4x - 3) \quad \text{لدينا} \quad f'(x) = -3x^2 + 12x - 9 \quad \text{و منه}$$

(ب)- دراسة اتجاه تغير الدالة f

$$x = 3 \quad \text{او} \quad x = 1 \quad \text{لدينا:} \quad f'(x) = 0$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0 -

جدول التغيرات

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0 -
$f(x)$	$+\infty$			

(ا)- ثبات ان C_f يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعين احداثياتها

$$\text{لدينا: } x = 2 \quad \text{معنـاه} \quad f''(x) = -6x + 12 \quad \text{و} \quad f'''(x) = -6$$

(ب)- تتعـدم عند القيمة $x = 2$ مغيرة اشارتها و منه توجـد نقطـة انعطـاف

$$f''(2) = 0 \quad \text{و عليه} \quad A(2; -2) \quad \text{لدينا}$$

(ب)- معادلة المماس (T) : $y = 3x - 8$:

$$f(x) = -x(x-3)^2 \quad \text{التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي فان:}$$

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x \quad \text{لدينا} \quad f(x) = -x(x^2 - 6x + 9)$$

(ب)- احداثيات نقطـة تقاطـع المنـحـى C_f مع حـامـلي محـوري الاـحداثـيات

مع محـورـ الفـواـصـل $O(0;0)$ و $B(3;0)$ مع محـورـ التـراـتـيـب $O(0;0)$

(ب)- من بين المنـحـىـات (1) و (2) و (3) منـحـىـ الدـالـة f هو المنـحـىـ رقم (1)

$$f(3) = 0 \quad \text{الـتـبـرـير}$$