

مديرية التربية لولاية سوق أهراس
بتاريخ: 04 مارس 2019

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
ثانويات: حريش محمد (جنان التفاح) + رافع عبد المجيد
المستوي والشعبة: السنة الثالثة علوم تجريبية
الاختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المدة : 02 ساعة

التمرين الأول: (04 نقاط)

يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء .
نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد .

1- أ- عين عدد الحالات الممكنة

ب- احسب احتمالات الحوادث التالية للحصول على :

A: سحب كرة بيضاء B: سحب كرة بيضاء على الأقل C: سحب 3 كرات ليست من نفس اللون

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات السوداء المسحوبة

أ- عرف قانون الاحتمال

ب- احسب الأمل الرياضي

ج- احسب قيمة $P(e^x \geq e)$

3- نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء ونسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ) أثبت أن $X_n = n^2 + 9n + 21 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

ب) كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n = 4094553$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n + 2}$.

1-أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{-8}{u_n + 2} + 4$ ،

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 2$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq 1$.

2 (v_n) المتتالية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية n بـ : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ q يطلب حدّها الأول .

ب) اكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n .

ج) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$.

3-أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|u_n - 2|$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $|u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

$$(1) \begin{cases} \sqrt{3}z_1 - z_2 = -2 \\ z_1 - \sqrt{3}z_2 = -2i \end{cases} : \text{ حل الجملة التالية : } z_2, z_1 \text{ عددان مركبان ،}$$

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; u, v)$ نعتبر النقط A و B لاحقتاهما $z_A = -\sqrt{3} + i$ ، $z_B = -1 + \sqrt{3}i$.
 أ) اكتب z_B و z_A على الشكل الأسي
 ب) استنتج الشكل الجبري للعدد المركب $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2019}$.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد المركب $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي صرف .

(3) لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1), (B;1), (O;-1)\}$
 - عين z_G لاحقة G ثم حدد طبيعة مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $3\|MA + MB - MO\| = \|MA + MB + MO\|$

التمرين الرابع : (06 نقاط)

الجزء الأول:

- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 1 - 2x^2 \ln x$.
 1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج جدول تغيراتها .

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; +\infty[$ ، ثم تحقق أن : $1,8 < \alpha < 1,9$.
 3- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; i; j)$.
 1- بين أنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ و احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً .

2- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، فإن $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 + 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

ج) بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ واستنتج حصر $f(\alpha)$.

3- ارسم المنحنى (C_f)