

امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

الشعبة: 3 تقني رياضي

المدة: 4 ساعات

اليوم: الاثنين 04 مارس 2019

التمرين الأول: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية:

$$(Z^2 + 2Z + 4)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$$

2. في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$, نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقها على الترتيب:

$$Z_D = \overline{Z_C} \text{ و } Z_C = -1 - i\sqrt{3}, Z_B = \overline{Z_A}, Z_A = \sqrt{3} + i$$

أ. اكتب الأعداد المركبة Z_D, Z_C, Z_B, Z_A على الشكل الأسّي.ب. بين أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي يطلب تعيين عناصرها المميزة.ج. بين أن: $\frac{Z_D - Z_B}{Z_A - Z_C} = i$, ثم عين قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{CA}; \overline{BD})$ وماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (BD) ؟3. نعتبر العدد المركب Z_n الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $\frac{2n\pi}{3}$ عمدة له, حيث n عدد طبيعي.

$$L_n = Z_D \times Z_n \text{ ب: } L_n \text{ المركب } Z_n$$

أ. اكتب كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري.ب. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة ب: $u_n = |L_n|$ من أجل كل عدد طبيعي n .- بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.- لتكن النقط $M_0, M_1, \dots, M_n, \dots$ صور الأعداد المركبة L_0, L_1, \dots, L_n على الترتيب.احسب بدلالة n المجموع $\|OM_0\| + \|OM_1\| + \dots + \|OM_n\|$, ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة: $5x - 6y = 3$ (E)1. (أ) اثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3.(ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E), ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E)

$$(ج) \text{ استنتج حلول الجملة } (S): \begin{cases} \lambda \equiv -1[6] \\ \lambda \equiv -4[5] \end{cases}$$

(د) حل الجملة (S) بطريقة أخرى ليست استنتاجية

2. عين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $x^2 - y^2 \leq 56$ 3. a و b عدنان طبيعيان حيث: $a = \overline{1\alpha 0\alpha 00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5- عين α و β حتى تكون الثنائية $(a; b)$ حلا للمعادلة (E).

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 5 كرات حمراء تحمل الارقام $\{0;1;2;3;4\}$ و 3 خضراء تحمل الارقام $\{-2;-1;0\}$ وكرتين سوداوين تحملان الرقمين -1 و 3 لا نفرق بينهما باللمس: نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية:

- A الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون.
- B الحصول على ثلاث ارقام من نفس الاشارة.
- C الحصول على رقمين موجبين تماما على الأقل.
- D الحصول على كرتي خضراء وتحمل عددا سالبا.
- E الحصول على ثلاث كرات جداء ارقامها معدوم.
- F الحصول على 3 كرات جداء ارقامها سالب تماما.

2. نعتبر التجربة العشوائية التالية: نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد ونهتم باشارة جداء الارقام

المحصّل عليها.

○ عرّف قانون الاحتمال لهذه التجربة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: نسمي g الدالة المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ $g(x) = x^2 - 2x + 2\ln(x-1)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا هو 2 في المجال $]1; +\infty[$.
4. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: نسمي f الدالة المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ $f(x) = \ln(x-1) - \frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2}$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. أحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $]1; +\infty[$ ، $f'(x)$ و $g(x)$ نفس الإشارة.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
4. ليكن (C) و (Γ) التمثيلين البيانيين للدالتين f و $x \mapsto \ln(x-1)$ على الترتيب في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x-1)]$ ؛ ماذا تستنتج؟

ب. أدرس وضعية (C) بالنسبة الى (Γ) .

ج. بين أنّ (Γ) هو صورة التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x)$ بانسحاب يطلب تعيينه.

د. ارسم (C) و (Γ) .

هـ. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $m(x-1)^2 + \ln(x-1) = 0$.

الجزء الثالث: نسمي h الدالة المعرفة بـ: $h(x) = \frac{1}{[f(x)]^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. برر لماذا h معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$.
2. اكتب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها (يطلب تعيين النهايات).
4. ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.