الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية بسكرة

اختبار الثلاثي الثاني (مارس 2019)

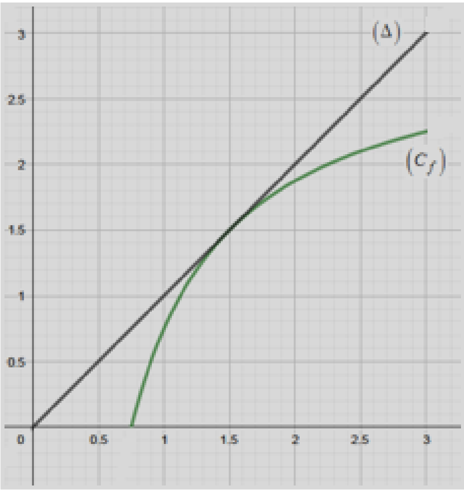
المستوى : ثالثة تقني رياضي — ثانوية رشيد رضا العاشوري

اختبار في مادة الرياضيات — المــــــــــدة : 3 ساعات

التمرين الأول (4.5) :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3 - \frac{9}{4u_n}$

الشكل المقابل هو تمثيل بياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;3]$ ب: $f(x) = 3 - \frac{9}{4x}$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$



1) أ) على الوثيقة المرفقة حامل محور الفواصل الحدود :

u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها .

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n).

ج) برهن بالتراجع على انه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n \succ \frac{3}{2}$

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج انها متقاربة ، عين نهايتها.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب:

$$v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$$

أ) برهن ان المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{2}{3}$.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{3}{2}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$

3) أحسب بدلالة n ، المجموع : $S_n = u_n v_n + u_{n+1}v_{n+1} + u_{n+2}v_{n+2} + ... + u_{n+2019}.v_{n+2019}$.

التمرين الثاني (4.5) :

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $3x - 5y = 1$.

1) أ- عين $(x_0;y_0)$ حل المعادلة (E) الذي يحقق : $\ln(x_0 - y_0) = 0$.

ب – استنتج حلول المعادلة (E).

2) a و b عددان صحيحان و λ العدد الذي يحقق : $\begin{cases} \lambda = 3b + 2 \\ \lambda = 5a + 3 \end{cases}$

أ- بين أن $(b;a)$ حل للمعادلة (E).

ب- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد λ على 15 .

3) n عدد طبيعي يحقق : $\begin{cases} n \equiv -1[3] \\ n \equiv 3[5] \end{cases}$.

- عين أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n \prec 2019$.

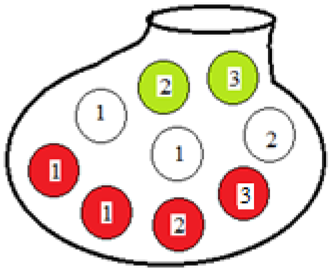
4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 3\alpha 03}$ في نظام تعداد أساسه 6 .

أ- عين α و β حيث الثنائية $(\alpha;\beta)$ حل للمعادلة (E).

ب- أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثالث (4.5) :

I- كيس يحوي تسع كريات (لا نفرق بينها باللمس) ، ثلاثة بيضاء مرقمة 1 ، 1 و2 و أربعة حمراء مرقمة 1 ، 1 ، 2 و 3 واثنان خضراء مرقمة 2 و 3 .



☜ نسحب عشوائيا على التوالي بدون ارجاع 3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب عدد السحبات الممكنة .

2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

أ- الحدث A : " سحب كرية من كل لون " .

ب- الحدث B : " سحب كريات من نفس اللون " .

ت- الحدث C : " سحب كريات تحمل نفس الرقم ".

ث- الحدث D : " سحب كريات تحمل نفس الرقم و مختلفة في اللون " .

II- نسحب من الكيس السابق كريتين في آن واحد ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين اللذان تحملانهما الكريتين المسحوبتين .

1- عين قيم المتغير العشوائي X .

2- حدد قانون احتمال X .

3- أحسب كل من الامل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (6.5) :

I- g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x^2+2-2\ln(x)$

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

② أدرس اتجاه تغير الدالة g ، وشكل جدول تغيراتها .

③ حدد اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+e-2\dfrac{\ln(x)}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

② بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$

③ استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$.

④ أ) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

⑤ بين انه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم المقارب المائل (Δ) ، ثم جد معادله له .

⑥ بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $2 \prec \alpha \prec 2.1$ ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$.

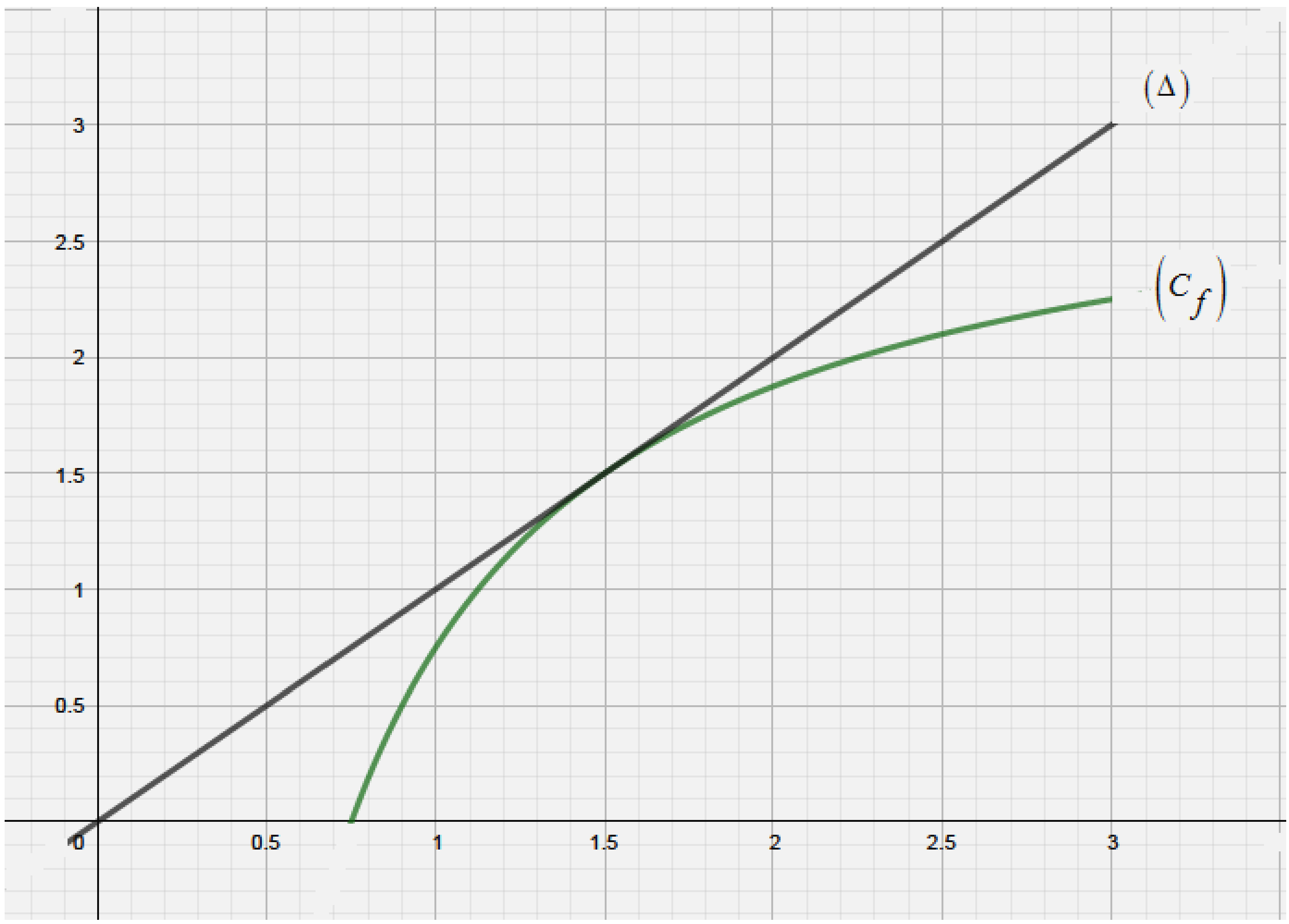
⑦ أرسم المستقيم (Δ) والمماس (T) والمنحنى (C_f).

⑧ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $x(e-m)=\ln(x^2)$.

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق

__الوثيقة المرفقة :__

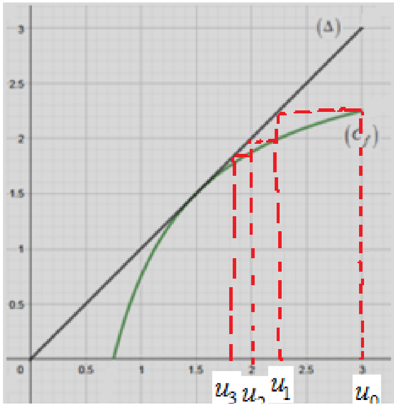
الاسم واللقب : .... القسم : ....



الاجابة النموذجية :

التمرين الاول :

أ)   تمثيل الحدود على حامل محور الفواصل :



ب) من تمثيل الحدود يبدو أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة

ج) البرهان بالتراجع ، من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n \succ \frac{3}{2}$

☜ من اجل $n=0$: $u_0=3\succ\frac{3}{2}$ محققة .

☜ نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل n (أي $u_n\succ\frac{3}{2}$ صحيحة) ونبرهن على صحتها من أجل $n+1$ (أي $u_{n+1}\succ\frac{3}{2}$)

لدينا : $u_n\succ\frac{3}{2}$ تكافئ : $4u_n\succ 6$ تكافئ : $\frac{1}{4u_n}\prec\frac{1}{6}$

تكافئ : $\frac{-9}{4u_n}\succ\frac{-9}{6}$ تكافئ : $\frac{-9}{4u_n}\succ\frac{-3}{2}$

تكافئ : $3-\frac{9}{4u_n}\succ 3-\frac{3}{2}$ تكافئ : $u_{n+1}\succ\frac{3}{2}$

بما أن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$ فهي صحيحة من أجل n وذلك حسب البرهان بالتراجع .

د) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

$$u_{n+1}-u_n=3-\frac{9}{4u_n}-u_n$$

$$=\frac{12u_n-9-u_n(4u_n)}{4u_n}$$

$$=\frac{-4u_n^2+12u_n-9}{4u_n}$$

حساب المميز Δ: $\Delta=12^2-4\times(-4)\times(-9)=0$

ومنه : $x_0=\frac{-12}{-8}=\frac{3}{2}$

بما ان : $u_n\succ\frac{3}{2}$ فان $-4u_n^2+12u_n-9\prec 0$ و $4u_n\succ 0$ فان $u_{n+1}-u_n\prec 0$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على ℕ.

☜ استنتاج تقارب المتتالية :

بما ان (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بالعدد $\frac{3}{2}$ فهي متقاربة .

☜ بما ان المتتالية (u_n) متقاربة فانه يوجد عدد حقيقي l

حيث : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_{n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$

لنا : $3-\frac{9}{4l}=l$ ومنه : $12l-9=4l^2$ حيث $l\neq 0$

تكافئ : $4l^2-12l+9=0$

حساب المميز Δ: $\Delta=(-12)^2-4\times(4)\times(9)=0$

ومنه : $x_0=\frac{-12}{-8}=\frac{3}{2}$

ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\frac{3}{2}$.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على ℕ ب:

$$v_n=\frac{2}{2u_n-3}$$

أ)   البرهان ان المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{2}{3}$:

$$v_{n+1}-v_n=\frac{2}{2u_{n+1}-3}-\frac{2}{2u_n-3}=\frac{2}{2\left(3-\frac{9}{4u_n}\right)-3}-\frac{2}{2u_n-3}$$

$$=\frac{2}{6-\frac{18}{4u_n}-3}-\frac{2}{2u_n-3}=\frac{2}{3-\frac{9}{2u_n}}-\frac{2}{2u_n-3}$$

$$=\frac{2}{\frac{6u_n-9}{2u_n}}-\frac{2}{2u_n-3}=\frac{4u_n}{6u_n-9}-\frac{2\times3}{(2u_n-3)\times3}$$

$$=\frac{4u_n}{6u_n-9}-\frac{6}{6u_n-9}=\frac{4u_n-6}{6u_n-9}=\frac{2(2u_n-3)}{3(2u_n-3)}=\frac{2}{3}$$

ومنه (v_n)متتالية حسابية أساسها $r=\frac{2}{3}$

ب) كتابة v_n بدلالة n :

حساب الحد الاول : $v_0=\frac{2}{2u_0-3}=\frac{2}{2\times3-3}=\frac{2}{3}$

لدينا: $v_n = v_0 + nr$

ومنه: $v_n = \frac{2}{3}+\frac{2}{3}n$

$= \frac{2+2n}{3}$

☜ <u>استنتاج (u_n) بدلالة n :</u>

لنا: $v_n = \frac{2}{2u_n-3}$ تكافئ : $\frac{1}{v_n}=\frac{2u_n-3}{2}$

تكافئ : $\frac{2}{v_n}=2u_n-3$ تكافئ : $2u_n=\frac{2}{v_n}+3$

تكافئ : $u_n=\frac{1}{v_n}+\frac{3}{2}$ تكافئ : $u_n=\frac{3}{2+2n}+\frac{3}{2}$

تكافئ : $u_n=\frac{3}{2(1+n)}+\frac{3}{2}$ تكافئ : $u_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{(1+n)}+1\right)$

تكافئ : $u_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1+1+n}{1+n}\right)$ تكافئ : $u_n=\frac{3}{2}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$

3) <u>حساب المجموع :</u>

لنا :

$$u_nv_n=\frac{3}{2}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)\times\frac{2+2n}{3}$$

$$=\frac{3}{2}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)\times\frac{2(n+1)}{3}$$

$$=n+2$$

ومنه :

$$S_n=u_nv_n+u_{n+1}v_{n+1}+u_{n+2}v_{n+2}+\dots+u_{n+2019}\cdot v_{n+2019}$$

$$=\frac{n+2019-n+1}{2}\left(n+2+(n+2019)+2\right)$$

$$=\frac{2020}{2}(2n+2023)$$

<u>التمرين الثاني :</u>

1) أ- تعيين الثنائية $(x_0;y_0)$:

لدينا : $\ln(x_0-y_0)=0$ تكافئ : $x_0-y_0=e^0$

حيث : $x_0-y_0\succ 0$) تكافئ : $x_0-y_0=1$

ومنه : $x_0=1+y_0$

بالتعويض في المعادلة (E) نجد :

$3(y_0+1)-5y_0=1$ ومنه : $-2y_0+3=1$: أي :

$y_0=\frac{1-3}{-2}=1$ ومنه : $x_0=2$.

ب- <u>استنتاج حلول المعادلة (E)</u> :

☜ تعيين حلول المعادلة (E'):

$\begin{cases}3x-5y=1\\3(2)-5(1)=1\end{cases}$ تكافئ : $3(x-2)-5(y-1)=0$

تكافئ : $3(x-2)=5(y-1)$

لنا 3 يقسم $5(y-1)$ ولكن 3 اولي مع 5 أي حسب مبرهنة

غوص 3 يقسم $y-1$ ومنه $y-1=3k$ مع $k\in\mathbb{Z}$

ومنه : $y=3k+1$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

و بالتعويض نجد : $3x-5(3k+1)=1$

ومنه : $x=5k+2$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

أي حلول المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$ هي من الشكل :

$(5k+2;3k+1)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

2) a و b عددان صحيحان و λ العدد الذي يحقق :

$$\begin{cases}\lambda=3b+2\\\lambda=5a+3\end{cases}$$

أ- بيان أن $(b;a)$ حل للمعادلة (E):

لنا : $\begin{cases}\lambda=3b+2\\\lambda=5a+3\end{cases}$ ومنه : $3b+2=5a+3$

أي : $3b-5a=3-2$ ومنه : $3b-5a=1$

معناه $(b;a)$ حل للمعادلة (E)

ب- تعين باقي القسمة الاقليدية للعدد λ على 15 :

لنا : $\begin{cases}\lambda=3b+2\\\lambda=5a+3\end{cases}$ تكافئ : $\begin{cases}\lambda\equiv2[3]\\\lambda\equiv3[5]\end{cases}$

تكافئ : $\begin{cases}5\lambda\equiv10[15]\\3\lambda\equiv9[15]\end{cases}$ تكافئ : $2\lambda\equiv1[15]$

تكافئ : $2\lambda\equiv16[15]$ (2 اولي مع 15)

ومنه : $\lambda\equiv8[15]$ أي باقي قسمة λ على 15 هو 8 .

3) n عدد طبيعي يحقق : $\begin{cases}n\equiv-1[3]\\n\equiv3[5]\end{cases}$.

- <u>تعين أكبر قيمة للعدد n حتى يكون</u> $n\prec2019$:

لنا : $\begin{cases}n\equiv-1[3]\\n\equiv3[5]\end{cases}$ تكافئ : $\begin{cases}n\equiv2[3]\\n\equiv3[5]\end{cases}$ ومنه : $n=\lambda$

أي : $n=15q+8$ حيث $q\in\mathbb{N}$.

لنا : $n\prec2019$ أي $15q+8\prec2019$

اذن : $q\prec\frac{2019-8}{15}$ أي : $q\prec134.06$

ومنه بأخذ : $q=134$ نجد $n=2018$.

4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 3\alpha 03}$ في نظام تعداد أساسه 6 .

ت- تعين α و β حيث الثنائية $(\alpha;\beta)$ حل للمعادلة (E):

لنا $(\alpha;\beta)$ حل للمعادلة (E) معناه :

$$\begin{cases}\alpha = x = 5k+2 \\ \beta = y = 3k+1\end{cases}$$ مع $k \in \mathbb{Z}$.

ومن جهة اخرى : $0 \le \alpha \le 5$ و $0 \prec \beta \le 5$

لدينا : $0 \prec \beta \le 5$ ومنه : $0 \prec 3k+1 \le 5$

ومنه : $\frac{0-1}{3} \prec k \le \frac{5-1}{3}$ أي : $\frac{-1}{3} \prec k \le \frac{4}{3}$

ومنه : $k=0$ أو $k=1$

- اذا كان $k=0$ فان $\alpha=2$ و $\beta=1$ مقبولة .
- اذا كان $k=1$ فان $\alpha=7$ و $\beta=4$ مرفوضة

لان $0 \le \alpha \le 5$ ومنه توجد ثنائية وحيدة $(\alpha;\beta)$ حل للمعادلة (E) هي : $(2;1)$

ث- كتابة N في النظام العشري :

$N = \overline{\beta 3\alpha 03}$

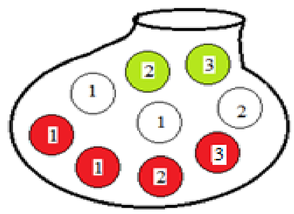
لنا : $= 3+0\times 6^1+\alpha\times 6^2+3\times 6^3+\beta\times 6^4$

$= 651+36\alpha+1296\beta$

بالتعويض نجد : $N=2019$.

التمرين الثالث :

I- كيس يحوي تسع كريات (لا نفرق بينها باللمس) ، ثلاثة بيضاء مرقمة 1 ، 1 و2 و أربعة حمراء مرقمة 1 ، 1 ، 2 ، و 3 واثنان خضراء مرقمة 2 و 3 .



☜ نسحب عشوائيا على التوالي بدون ارجاع 3 كريات من هذا الكيس (ترتيبة).

3) حساب عدد السحبات الممكنة : $A_9^3 = 504$

4) حساب احتمال الحوادث التالية :

ج- الحدث A : " سحب كرية من كل لون " .

معناه:" 3 كريات مختلفة في اللون "

أي :

ومنه : $P(A) = \frac{A_4^1\times A_3^1\times A_2^1\times 6}{A_9^3} = \frac{2}{7}$

ح- الحدث B : " سحب كريات من نفس اللون " .

أي : أو

بالنسبة للخضراء فعددها غير كاف .

$$P(B) = \frac{A_4^3 + A_3^3}{A_9^3} = \frac{5}{84}$$

خ- الحدث C : " سحب كريات تحمل نفس الرقم ".

هنا نهتم فقط بالأرقام لا بالألوان .

أي : 1 1 1 أو 2 2 2

بالنسبة للعدد 3 فعدد الكرات التي تحمل الرقم 3 غير كافية .

ومنه : $P(C) = \frac{A_4^3 + A_3^3}{A_9^3} = \frac{5}{84}$

د- الحدث D : " سحب كريات تحمل نفس الرقم و مختلفة في اللون " (هنا نهتم باللون والرقم معا) .

ومنه نجد هذه السحبة فقط : 2 2 2

$$P(D) = \frac{A_1^1\times A_1^1\times A_1^1\times 6}{A_9^3} = \frac{1}{84}$$

II- نسحب من الكيس السابق كريتين في آن واحد ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين اللذان تحملانهما الكريتين المسحوبتين .

4- عين قيم المتغير العشوائي X : $X \in \{2;3;4;5;6\}$

5- حدد قانون احتمال X :

$$P(X=2) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^1\times C_3^1}{C_9^2} = \frac{1}{3}$$

$$P(X=4) = \frac{C_3^2 + C_4^1\times C_2^1}{C_9^2} = \frac{11}{36}$$

$$P(X=5) = \frac{C_3^1\times C_2^1}{C_9^2} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=6) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$$

$X = x_i$	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$

6- <u>حساب كل من الامل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي</u> X :

☜ <u>الامل الرياضياتي</u> :

$$E(X)=2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{11}{36}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{36}$$
$$=\frac{32}{9}$$

☜ <u>التباين :</u>

$$V(X)=2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{11}{36}+5^2\times\frac{1}{6}+6^2\times\frac{1}{36}-\left[E^2(X)\right]$$
$$=\frac{247}{18}-\left(\frac{32}{9}\right)^2$$
$$=\frac{175}{162}$$

☜ <u>الانحراف المعياري :</u>

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$$
$$=\sqrt{\frac{175}{162}}\approx 1.04$$

<u>التمرين الرابع :</u>

① $$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0+2-(-\infty)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(x+\frac{2}{x}-2\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty\times(+\infty)=+\infty\end{cases}$$

② دراسة اتجاه تغير الدالة g :

<u>المشتقة :</u> من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$:

$$g'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2x^2-2}{x}$$

<u>اشارة المشتقة واتجاه تغيرها</u> :

اشارة $g'(x)$ من اشارة $2x^2-2$ (لان $x\succ 0$).

$2x^2-2=0$ تكافئ : $x^2=1$ تكافئ : $\begin{cases}x=1\in\,]0;+\infty[\\ \text{و}\quad /\\ x=-1\notin\,]0;+\infty[\end{cases}$

ومنه :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
اتجاه تغير g	متناقصة تماما		متزايدة تماما

جدول تغيرات الدالة g :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

③ اشارة $g(x)$:

لدينا من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $g(x)\geq g(1)$

ومنه $g(x)\geq 3$ أي : $g(x)\succ 0$.

II- f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=-x+e-2\frac{\ln(x)}{x}$$

① $$\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)=-0+e-2\frac{\ln(0^+)}{0^+}=e-2(-\infty)=+\infty$$
$$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty-2\times 0=-\infty$$

② من اجل أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فان :

$$f'(x)=-1+0-2\times\frac{\frac{1}{x}\times x-1\times\ln x}{x^2}$$
$$=-1-2\times\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{-x^2-2+2\ln x}{x^2}$$
$$=\frac{-g(x)}{x^2}$$

③ اشارة $f'(x)$: عكس اشارة $g(x)$ أي من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)\prec 0$

جدول تغيرات الدالة f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

④ أ) بيان أن (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) :

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-x+e-2\frac{\ln x}{x}-(-x+e)\right]$$
$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-2\frac{\ln x}{x}\right]=-2\times 0=0$$

ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ):

ندرس اشارة الفرق : $f(x)-y=\frac{-2\ln x}{x}$

اشارة الفرق من اشارة $-2\ln x$ لان $x\succ 0$

لدينا : $-2\ln x=0$ تكافئ : $\ln x=0$ تكافئ : $x=1$

x	0	1	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	فوق	متقاطعان في $(1;-1+e)$	تحت

⑤ بيان انه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم المقارب المائل (Δ):

$f'(x)=-1$ تكافئ : $\frac{-x^2-2+2\ln x}{x^2}=-1$

تكافئ : $-x^2-2+2\ln x=-x^2$ تكافئ :

$-2+2\ln x=0$ تكافئ : $\ln x=1$ تكافئ : $x=e$.

ومنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم المقارب المائل (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x=e$.

- تعيين معادلة للمماس (T):

$$(T): y=f'(e)(x-e)+f(e)$$
$$=-1(x-e)-\frac{2}{e}$$
$$=-x+e-\frac{2}{e}$$
$$=-x+\frac{e^2-2}{e}$$

⑥ لدينا f دالة مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[2;2.1]$ ولدينا $f(2)\approx 0.02$ ، $f(2.1)\approx -0.08$

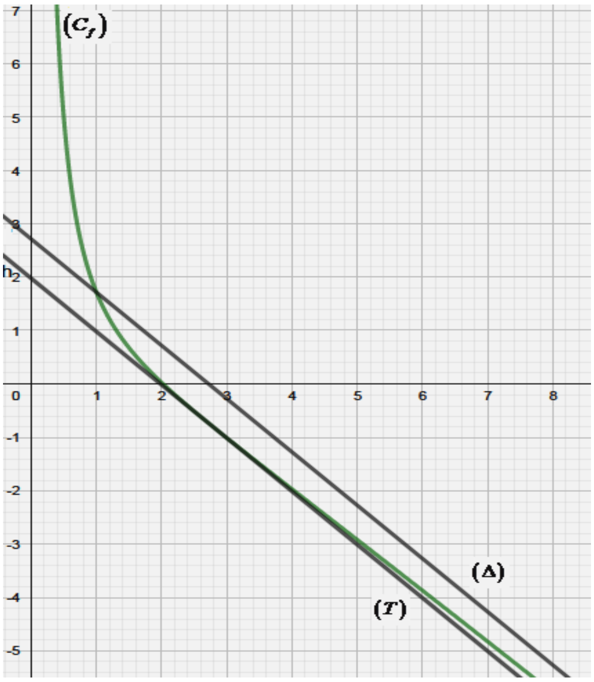
أي : $f(2)\times f(2.1)\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $2\prec\alpha\prec 2.1$.

☜ اشارة $f(x)$:

x	0	α	$+\infty$
$f(x)$	$+$		$-$

⑦ الانشاء :



⑧ المناقشة البيانية :

لدينا : $x(e-m)=\ln(x^2)$ تكافئ :

$x(e-m)=2\ln(x)$ تكافئ : $e-m=\frac{2\ln(x)}{x}$

تكافئ : $m-e=-\frac{2\ln(x)}{x}$

تكافئ : $m=e-\frac{2\ln(x)}{x}$

تكافئ : $-x+m=-x+e-\frac{2\ln(x)}{x}$

ومنه : $f(x)=-x+m$ (مناقشة مائلة) .

- اذا كان $m\in\left]-\infty;\frac{e^2-2}{e}\right[$: لا توجد حلول .
- اذا كان $m=\frac{e^2-2}{e}$: يوجد حل هو $x=e$.
- اذا كان $m\in\left]\frac{e^2-2}{e};e\right[$: يوجد حلان .
- اذا كان $m=e$: يوجد حل هو $x=1$.
- اذا كان $m\in\left]e;+\infty\right[$: يوجد حل واحد .