

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين
الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E)..... $7x - 3y = 10$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث $x; y$ عددين صحيحين.

$$(1) \text{ عين الحل الخاص } (x_0; y_0) \text{ للمعادلة الذي يحقق } \begin{cases} x_0 - 1 \equiv 0 [3] \\ -2 < x_0 < 4 \end{cases}$$

ثم حل المعادلة (E).

(2) بفرض أن الثنائية $(x; y)$ حل المعادلة (E) حيث $x; y$ عدنان طبيعيين .

$$\begin{cases} 2^x + y + n^2 - 2 \equiv 0 [7] \\ 0 < n < 18 \end{cases}$$
 عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة

(3) جد الثنائية الوحيدة $(x; y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين $x; y$ هو 2139

التمرين الثاني (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(4; 2; 2)$ و $B(5; -2; 3)$ و $C(1; 1; 1)$ و المستقيم

$$(\Delta) \text{ المعروف بالتمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

(P) المستوي الذي يمر من النقطة A و عمودي على المستقيم (Δ) .

1. أ.أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P)

ب. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P).

ج.تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

2. أ. عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P).

ب.بين أن النقط $A; B; C; D$ ليست من نفس المستوي .

ج.عين طبيعة المثلث ABD ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

3. عين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منها 3.

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx - 2(m-1)y - z + m - 1 = 0$ أثبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم ثابتاً (يطلب تعيين تمثيل وسيطي له) و ذلك مهما يكن الوسيط الحقيقي m

التمرين الثالث (05 نقاط)

ليكن α عدد حقيقي من المجال $[0; \pi]$ و z عدد مركب نعتبر كثير $P(z)$ معرف كما يلي:

$$P(z) = z^3 - (1 - 2\sin \alpha)z^2 + (1 - 2\sin \alpha)z - 1$$

1. احسب $P(1)$ ثم استنتج انه يوجد عددين حقيقيين a و b يطلب تعيينهما بحيث: $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$.
2. حل في \mathbb{C} مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z) = 0$.
3. اكتب حلول المعادلة $P(z) = 0$ على الشكل المثلي ثم على الشكل الآسي.
4. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \bar{u}; \bar{v})$ نعتبر النقط $A; B; C$ لواحقها على الترتيب

$$z_A = 1 \text{ و } z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ و } z_C = \bar{z}_B$$

أ- علم النقط $A; B; C$ ما طبيعة المثلث ABC ؟

- ب- لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة إلى النقطة B و ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .
- عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = -2 + (-x+2)e^{-x+2}$

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,14 < \alpha < 1,15$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- II - نعتبر f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = -2x + (x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}; \bar{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. أ.بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$ (تعطى $f(\alpha) = -1,95$)

5. لتكن h الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة h ثم استنتج

حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلتها $x=0$ و $x=1$ و $y=-2x$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل اسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .
نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : A " اللجنة تضم ثلاث رجال " B " اللجنة تضم رجل و إمرتين "
- C " اللجنة تضم عبد القادر " D " اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر "
2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .
عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله ثم احسب أمله الرياضي.

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات

اجريت دراسة إحصائية على عدد من التلاميذ الذين يملكون هواتف نقالة و حاسب بإحدى الثانويات فكانت نتائج الدراسة الاحصائية كما يلي : 70 % من التلاميذ يملكون هواتف نقالة

احتمال ان يكون التلميذ يملك حاسوب علما أنه يملك هاتف نقال هو $\frac{1}{16}$ و احتمال ان يكون التلميذ لا يملك حاسوب علما أنه لا يملك هاتف نقال هو $\frac{3}{14}$.

نرمز إلى T حادثة " التلميذ يملك هاتف نقال " و M حادثة " التلميذ يملك حاسوب "

1. شكل شجرة الاحتمال التي تمذج هذه الوضعية .
2. أحسب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب $P(T \cap M)$.
3. أحسب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب $P(M)$.
4. أحسب احتمال ان يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T \cap \bar{M})$ ثم استنتج $P_{\bar{M}}(T)$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

- 1 - أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)
- 2 - أبرهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n + 3$.

ب- ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

ج- استنتج ان (u_n) محدودة من الأسفل هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة ؟

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n = u_n - n$

أ - برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها .

ب - عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n و أحسب نهاية المتتالية (u_n)

ج- احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على \mathbb{N} : $t_n = \ln(v_n)$

أ. برهن أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب. أحسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$ واستنتج بدلالة n الجداء $p_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$
التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ و النقطتين A و B لاحتقتهما $z_A = 4 + 2i$ و $z_B = 3 - i$

1. أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$ ثم أستنتج طبيعة المثلث ABO .
2. نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحتقها z النقطة M' لاحتقها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .
أ. بين أن العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z' = -iz + 1 + 3i$.
ب. عيّن طبيعة التحويل r و عناصره المميزة.
ج. عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r .
3. أستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.
4. عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحتقها z حيث $|z - 4 - 2i| = |z|$.
5. من أجل $z \neq 2 + i$ نضع $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$
أ. بين أن $L = -i$.
ب. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.
ج. بين أن $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{\ln(x+1) + |x|}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1. أحسب : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا
2. أ- أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in] -1; 0[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; 0[$
ب- أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in] 0; +\infty[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $] 0; +\infty[$
3. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ هل f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟
4. أكتب معادلتى المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
5. شكل جدول تغيرات f
6. أحسب $f(e-1)$ ثم أنشئ (Δ) و (C_f)
7. أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $] 0; +\infty[$ ثم أستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين $x = 0$ و $x = e^2 - 1$

اتمنى الموضوع الثاني