الجُمهُورِيَة الجَزَائِرِيَة الديمُوقرَاطِيَة الشَعبِيَة

مديرية التربية لولَاية سطيف
امتحَان بكَالوريَا تجريبي.
الشعبة : علوم تجريبية

ثَانوية بورقبة العيفة
دورة: مَاي 2019 .

اختبَار في مَادة الريَاضيَات
المدة: 03 سَا و 30 د

علَى المترشح أَن يختَار أَحد الموضوعين:

الموضوع الأَوَل:

التمريــن الَاول:

(U_n) متتَالية عدَدية معرفة علَى $\mathbb{N}^*$ بحدهَا الَاول $U_1 = -1$ و من اجل كل عدَد طبيعي غير معدوم n
ب : $U_{n+1} = \dfrac{n}{2(n+1)}U_n + \dfrac{3(n+2)}{2(n+1)}$

1 - برهن بَالترَاجع انه من اجل كل عدَد طبيعي غير معدوم n ، $U_n \leq 3$

2 - ادرس اتجَاه تغير المتتَالية (U_n) ، ثم استنتج انهَا متقَاربة

3 - احسب نهَاية المتتَالية (U_n)

II -لتكن المتتَالية (V_n) المعرفة علَى $\mathbb{N}^*$ ب : $V_n = n(3 - U_n)$

1 - برهن ان المتتَالية (V_n) هندسية يطلب تعين اسَاسهَا و حدهَا الَاول V_1

2 - عبر عن V_n بدلَالة n ثم استنتج U_n بدلَالة n

3 - احسب نهَاية (U_n) مرة اخرَى

4 - احسب المجموعين S_n ؛ S'_n حيث : $S_n = \dfrac{V_1}{3-U_1} + \dfrac{V_2}{3-U_2} + ... + \dfrac{V_n}{3-U_n}$

$S'_n = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + ... + nU_n$

التمريــن الثَاني:

I - جد قيم العدَدين المركبين $Z; Z'$ حيث:

$$\begin{cases} Z - Z' = -2\sqrt{3} \\ Z.Z' = -4 \end{cases}$$

II - المستوي منسوب الَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A ، B و C نقط من المستوي لوَاحقهَا علَى الترتيب $Z_A = -2e^{\frac{-i\pi}{6}}$ ؛ $Z_B = \overline{Z_A}$ ؛ $Z_C = 2(sin\frac{\pi}{3} + icos\frac{\pi}{3})$ و $Z_D = \overline{Z_C}$

1 - ا ـ اكتب كلَا من Z_A ؛ و Z_C علَى الشكل الَاسي

ب ـ عين قيم العدَد الطبيعي n حتَى يكون العدَد $(Z_A \times Z_C \times Z_B)^n$ تخيليَا صرفَا

2 - ا ـ اكتب العدَد $\dfrac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ علَى الشكل الجبري

ب ـ استنتج انه يوجد تشَابه مبَاشر S يحول النقطة C الَى النقطة B ، يطلب تعيِين عنَاصره المُميزة

3 - حدِد طبيعة الربَاعي $ABDC$

4 - ا ـ عين ثم انشِئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذَات اللَاحقة Z التي تحقِق : $Z + \sqrt{3} - i = -2e^{i\theta}$ حيث θ يمسح $\mathbb{R}$

ب ـ عين (Γ') صورة (Γ) بَالتشَابه المبَاشر S

التمريـــن الثَّالث :

الفضَاء منسوب الَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-1;2;1)$ ؛ $B(2;1;3)$ و $C(0;-1;2)$

1 -جد معَادلة ديكَارتية لـ (P) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$

2 - عين معَادلة ديكَارتية لِلمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و يوَازي المستوي (P)

3 - ا ـ عين تمثيلَا وسيطيًا لِلمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و يعَامد المستوي (P)

ب ـ عين احدَاثيَات النقطة E نقطة تقَاطع المستوي (Q) و المستقيم (Δ)

ج ـ احسب المسَافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

4 - عين تمثيلَا وسيطيًا لِلمستوي (R) الذي يحوي المستقيم (AC) و يعَامد المستوي (P) ثم استنتج معَادلة ديكَارتية له

التمريـــن الرَّابع:

I - لتكن g الدَالة العدَدية المعرفة علَى المجَال $]-\infty, 3[$ بـ : $g(x) = \dfrac{x+1}{x-3} + \ln(3-x)$

1 - ادرس اتجَاه تغير الدَالة g ثم شكل جدول تغيرَاتهَا

2 - بين ان المعَادلة $g(x) = 0$ تقبل حلَا وحيدًا α حيث $0.7 < \alpha < 0.8$

3 - استنتج اشَارة $g(x)$ حسب قيم العدَد الحقيقي x من المجَال $]-\infty, 3[$

II - لتكن الدَالة f المعرفة علَى المجَال $]-\infty, 3[$ بـ : $f(x) = (x+1)\ln(3-x)$

و ليكن (C_f) تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب الَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 - احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 3} f(x)$ فسر النتيجة هندسية ثم احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2 - ا ـ بين انه من اجل كل عدَدحقيقي x من المجَال $]-\infty, 3[$: $f'(x) = g(x)$

ب ـ ادرس اتجَاه تغير الدَالة f ثم شكل جدول تغيرَاتهَا

3 - بين ان $f(\alpha) = \dfrac{(\alpha+1)^2}{3-\alpha}$ ؛ ثم استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$

4 - حل في المجَال $]-\infty, 3[$ المعَادلة $f(x) = 0$ ؛ انشِئ (C_f)

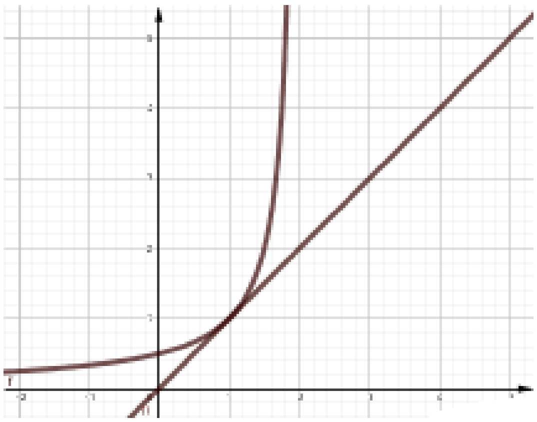
5 - ا ـ تحقَق انه من اجل كل عدَد حقيقي x من المجَال $]-\infty, 3[$: $\dfrac{x^2+2x}{-2x+6} = \dfrac{-x-5}{2} + \dfrac{15}{-2x+6}$

ب ـ بِاستعمَال التكَامل بِالتجزِئة احسب العدَد A مسَاحة الحيز المستوي المحدَد بَالمنحنَى (C_f) و المستقيمَات التي معَادلَاتهَا $x = -1$ ، $x = 2$ و $y = 0$

الموضوع الثَاني:

التمريــن الَاول:

نعتبر الدَالة العدَدية f المعرفة علَى المجَال $]-\infty;2[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2-x}$ ، (C_f) تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب الَى المعلم لمتعَامد و المتجَانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، و ليكن المستقيم ذَا المعَادلة $y=x$



(U_n) المتتَالية العدَدية المعرفة بحدهَا الَاول U_0 حيث $U_0=-1$
و من اجل كل عدَد طبيعي n ، $U_{n+1}=f(U_n)$
1 - ا ـ مثل علَى حَامل محور الفوَاصل الحدود U_0 ؛ U_1 ؛ U_2 و U_3
ب ـ ضع تخمينًا حول اتجَاه تغير المتتَالية (U_n) و تقَاربهَا

2 - برهن بَالترَاجع ان : من اجل كل عدَد طبيعي n ، $U_n<1$
3 - ادرس اتجَاه تغير المتتَالية (U_n) ثم استنتج انهَا متقَاربة
4 - نعتبر المتتَالية (V_n) المعرفة كمَايلي : من اجل كل عدَد طبيعي n : $V_n=\frac{2}{1-U_n}$
ا ـ برهن ان المتتَالية (V_n) حسَابية اسَاسهَا 2 ثم عين عبَارةحدهَا العَام V_n بدلَالة n
ب ـ استنتج عبَارة الحد العَام U_n بدلَالة n ثم احسب نهَاية المتتَالية (U_n)
5 - احسب المجموع S_n حيث : $S_n=U_0\times V_0+U_1\times V_1+...+U_n\times V_n$

التمريــن الثَاني:

يحتوي كيس علَى 12 كرة منهَا 3 بيضَاء تحمل الَارقَام 1 ، 1 ، 2 و 5 خضرَاء تحمل الَارقَام $1;2;2;2;3$ و 4 حمرَاء تحمل الَارقَام $1;1;2;2$
نسحب عشوَائِيًا و في ان وَاحد ،كرتين من الكيس
نعتبر الحَادثين A (سحب كرتين من نفس اللَون) ، B (سحب كرة خضرَاء علَى الَاقل)
1 - ا ـ احسب احتمَال كل حَادثة من الحوَادث : A ، B ، $A\cap B$
ب ـ هل الحَادثتَان A ، B مستقلتَان
2 - ليكن X المتغير العشوَائِي الذي يرفق بكل سحب جدَاء العدَدين المسجلين علَى الكرتين المسحوبتين
ا ـ عين قيم المتغير العشوَائِي X ، ثم عرف قَانون احتمَاله
ب ـ احسب الَامل الريَاضيَاتي $E(X)$ لِلمتغير X
ج ـ احسب احتمَال الحَادثة $|X-4|=2$

التمريــن الثَالث:

I - حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(Z+4)(2\overline{Z^2}+6\overline{Z}+17)=0$

II - المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A ، B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $Z_A=-4$ ، $Z_B=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}i$ ؛ $Z_C=\overline{Z_B}$

1 - (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z التي تحقق : $arg(Z+4)^2=\dfrac{\pi}{2}$

ا ـ تحقق ان النقطة B تنتمي الى المجموعة (Γ)

ب ـ عين المجموعة (Γ)

2 - ا ـ تحقق ان : $(Z_B-Z_A)=i(Z_C-Z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب ـ استنتج ان النقطة B صورة النقطة C بتحويل نقطي يطلب تعينه و تحديد عناصره المميزة

3 - لتكن النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $2\,\vec{AC}$

حدد طبعة الرباعي $ACDB$

التمريـــن الرابع:

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1+2x}{2e^{2x}}$

1 - ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2 - استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II - لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}(1+x)e^{-2x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 - احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 - ا ـ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب ـ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

جـ ـ بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

3 - بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α ، حيث : $-0.9<\alpha<-0.8$

4 - ا ـ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\dfrac{1}{2}x]$ ؛ فسر النتيجة هندسيا

ب ـ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\dfrac{1}{2}x$

5 - انشئ (C_f) و المستقيم (Δ)

6 - ا ـ عين مجموعة النقط $M(x;y)$ من المنحنى (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (Δ)

ب ـ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $(1+x)=me^{2x}$

7 - H الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $H(x)=(ax+b)e^{-2x}$ حيث a ؛ b عددان حقيقيان

ا ـ عين a و b بحيث تكون H دالة اصلية للدالة $x\to(x+1)e^{-2x}$

ب ـ احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=\alpha$ و $y=\dfrac{1}{2}x$

تمنياتي لكم بالنجاح و التوفيق في شهادة البكالوريا