الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

امتحـــان تجريبي بكالوريا التعليم الثانوي — **ثانوية ادريس السنوسي -مستغانم-**

الشعبة : تسيير و اقتصاد — **دورة : ماي 2019**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة :03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي رقم أعمال مؤسسة ، بملايين الدنانير من 2014 إلى 2018.

السنة	2014	2015	2016	2017	2018
x_i رتبة السنة	1	2	3	4	5
y_i رقم الأعمال	1	1.1	1.2	1.4	1.5

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد . (على محور الفواصل $1cm$ تمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب $3cm$ تمثل 1 مليون)

2) أحسب $(\overline{X};\overline{Y})$ احداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$.

3) لتكن $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;y_i)$
بين أنّ $a=0.13$ (تدوير النتيجة الى 10^{-2}) ، ثم احسب قيمة b

4) ا) علم النقطة G ، ثم ارسم مستقيم الانحدار في المعلم السابق.
ب) ما هو رقم أعمال المؤسسة المتوقع سنة 2021 ؟
ج) ابتداء من أي سنة يتجاوز رقم أعمال المؤسسة 3 ملايين دينارا؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

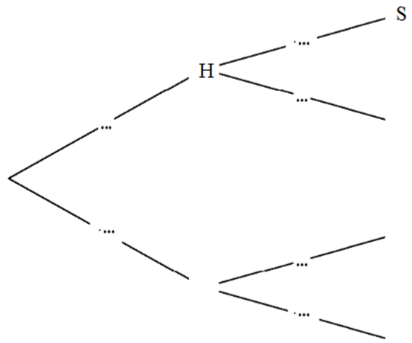
الجدول التالي يعطي توزيع 100 منخرط في احدى النوادي السياحية .

	رجال	نساء
يمارس رياضة	50	16
لا يمارس رياضة	10	24

نختار عشوائيا منخرطا ، ونعتبر الحوادث التالية : H حادثة " السائح المختار رجل " و F حادثة " السائح المختار امرأة " و S حادثة "المنخرط يمارس رياضة .

1) أكمل شجرة الاحتمالات .

2) احسب احتمال الحوادث التالية:



ا) السائح المختار رجل

ب) السائح المختار امرأة تمارس الرياضة

ج) سائح لا يمارس أية رياضة

د) السائح المختار يمارس رياضة علما أنه رجل

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي : $u_0 = 0$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}(3u_n - 1)$

1) ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq 1$

ب) ادرس اتجاه تغيرالمتتالية u_n و استنتج تقاربها .

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $v_n = u_n - 1$

ا) بين أن v_n متتالية هندسية ، محدد أساسها وحدها الأول v_0

ب) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$

3) احسب بدلالة n مايلي : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3) " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\gamma) = f(\beta) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$ ".

– أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leqslant e$ ، نرمز ب $\mathscr{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = \lambda$.

ا) احسب $\mathscr{A}(\lambda)$ بدلالة λ . ب) عين قيمة λ حيث $\mathscr{A}(\lambda) = \frac{1}{2}cm^2$.

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي كلفة استهلاك الكهرباء من طرف عائلات معينة من مدينة ما خلال سنة .

السنة	2011	2013	2014	2015	2017
رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
الكلفة y_i (بالآف الدنانير)	1	1.1	1.2	1.4	1.5

1) ا) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد . (على محور الفواصل $1cm$ تمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب $1cm$ تمثل 10 ألاف دينار)

ب) هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي ؟ برر .

2) نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر

ا) أتمم الجدول التالي (تدوير النتائج الى 10^{-2})

رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
$z_i = \ln y_i$	3.37				

ب) أحسب $(\overline{X};\overline{Z})$ احداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$.

3) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $z = 0.22x + 3.07$.

4) ا) تحقق أن $y = ce^{0.22x}$ حيث c عدد حقيقي يطلب تعينه .

ب) ما هو تقدير كلفة استهلاك العائلات للكهرباء سنة 2020 ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

بينت دراسة أن 71% من زبائن احدى المكتبات المختصة في بيع الحواسيب هم طلبة جمعيين 80% منهم يفضلون شراء حاسوب محمول ، وأن 75% من الزبائن غير طلبة يفضلون شراء حاسوب غير محمول ، نختار عشوائيا زبون ونعتبر الحادثتين التاليتين :

– E "الزبون طالب جامعي " – M " الزبون يشتري حاسوب محمولا "

1) مثل هذه الوضعية بشجرة الاحتمال .

2) احسب الاحتمالات الآتية : $P(M)$ ، $P(E \cap \overline{M})$ ، $P_{\overline{M}}(\overline{E})$

3) إذا كان الزبون يشتري حاسوبا محمولا ما احتمال أن يكون طالب ؟

4) هل الحادثتان $\overline{M}$ و E مستقلتان ؟ برّر إجابتك

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في أول سبتمبر 2015 ، بلغ عدد تلاميذ احدى الثانويات 300 تلميذ و في العام الموالي –أول سبتمبر 2016 – لاحظ مدير الثانوية أن 75% من التلاميذ يواصلون دراستهم بالمؤسسة وكذلك يلتحق بها 150 تلميذ جديد ، بفرض أن تطور عدد التلاميذ يتواصل بنفس الكيفية في السنوات العشر القادمة .

نرمز لـ u_n الى عدد تلاميذ سنة $2015+n$ حيث n عدد طبيعي .

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0.75u_n + 150$ ، ثم استنتج $u_{n+1} - 600 = \frac{3}{4}(u_n - 600)$

2) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب : $v_n = u_n - 600$ (v_n)

ا) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب عيين أساسها q وحدها الأول v_0

ب) عبر بدلالة n عن v_n و u_n

3) ا) ما هو عدد تلاميذ هذه الثانوية المتوقع سنة 2018 ، وعددها بعد 05 سنوات ؟

ب) ابتداء من أي سنة يصبح عدد تلاميذ هذه الثانوية أقل من 570 تلميذ.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$

I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كمايلي : $f(x) = e^{2x} - 3e^x + x + 2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = e^x\left(e^x - 3 + \dfrac{x}{e^x} + \dfrac{2}{e^x}\right)$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) احسب $f'(x)$ ثم تحقق أن : $f'(x) = (2e^x - 1)(e^x - 1)$ (f' مشتقة الدالة f)

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x) = 0$.

ج) ادرس اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.17 < \alpha < 1.18$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

5) ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) في نفس المعلم .

II) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0;+\infty[$ المعرفة كمايلي : $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 3e^x + \dfrac{1}{2}e^{2x} + 2x$

1) بين أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

2) اوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^3 f(x)\,dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد.

III) ننمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0 \le q \le 7$ بالدالة f المعرفة سابقا أي : $C_m(q) = f(q)$ حيث $q \in [0;7]$ (الكلفة الهامشية مقدّر بالملايين الدنانير)

1) ماهي كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ؟

2) دالة الكلفة الاجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية ، احسب القيمة المتوسطة للكلفة الاجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 3000 وحدة .

انتهى الموضوع بالتوفيق