الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — **ثانويات : عيدة عبد الرزاق -**

امتحان بكالوريا التجريبي — **سبل المستقبل – علي عون**

الشعبة : تسيير واقتصاد — **دورة ماي 2019**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختارأحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي الإنتاج العالمي للطاقات المتجددة من سنة 2008 إلى سنة 2015.

يتم التعبير عن هذا الإنتاج بمليار من PET (PET هي وحدة لقياس الطاقة)

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الكمية المنتجة (بالمليار PET) y_i	1.50	1.53	1.59	1.62	1.68	1.74	1.78	1.82

في كل مايلي تدور النتائج إلى 10^{-2}.

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(1\,;1.50)$.

(نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 0.05 على محور التراتيب) .

2) عين $(\bar{x}\,;\bar{y})$ إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ومثلها في المعلم السابق.

3) أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i\,, y_i)$

ثم أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق .

4) باستعمال هذا التعديل

أ- قم بتقدير الإنتاج العالمي للطاقة المتجددة بحلول عام 2023 .

ب- ابتداء من أي سنة يفوق الإنتاج العالمي للطاقة المتجددة 2 مليار PET ؟ برر إجابتك.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات الآتية ، اقترحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة ، عين الإقتراح الصحيح مع التبرير .

1) A و B حادثتان مستقلتان .

إذا كان : $P(A) = \frac{2}{3}$ و $P(\overline{A \cap B}) = \frac{7}{15}$ فإن :

أ- $P(B) = \frac{4}{5}$ ب- $P(B) = \frac{7}{10}$ جـ - $P(B) = \frac{26}{45}$.

2) A و B حادثتان

إذا كان : $P(A \cap B) = \frac{5}{24}$ و $P_A(B) = \frac{5}{9}$ فإن :

أ- $P(A) = \frac{25}{216}$ ب- $P(A) = \frac{3}{8}$ جـ - $P(A) = \frac{5}{8}$.

3) A و B حادثتان

إذا كان : $P(A) = 0.36$ و $P(B) = 0.23$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0.55$ فإن :

أ- $P(A \cap B) = 0.27$ ب- $P(A \cap B) = 0.73$ جـ - $P(A \cap B) = 0.14$.

4) الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية :

x_i	-2	-1	0	1	2
$P_i(X = x_i)$	0.25	0.35	0.05	0.15	0.20

تباين قانون الإحتمال هو :

أ- -0.30 ب- 2.21 جـ - 2.39.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = 2u_n + 3$

i. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 .

ii. نعتبر في كل مايلي $\alpha = 3$.

1) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

3) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = \ln(v_n)$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \cdots + \ln v_n$.

التمرين الرابع : (08 نقاط)

i. لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to 0^+} g(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـــ : $f(x) = -x + e - 2\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أنه من أجل x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) بين أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم المقارب المائل (Δ) ، ثم جد معادلة له .

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $2 < \alpha < 2.1$

6) أنشئ المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f).

7) أ- بين أن الدالة h حيث : $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0, +\infty[$.

ب- أحسب التكامل التالي : $\int_1^2 [(-x + e) - f(x)]dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

يمثل الجدول الآتي تطور تعداد سكان العالم بين السنوات 1990 و 2015

السنة	1990	1995	2000	2005	2010	2015
رتبة السنة x_i	0	1	2	3	4	5
عدد السكان (بالمليار) y_i	5.321	5.742	6.128	6.514	6.916	7.368

في كل مايلي تدور النتائج إلى 10^{-3}

1) مثل سحابة النقط $M(x_{\mathrm{i}}, y_{\mathrm{i}})$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(0\,;5)$

(نأخذ 1cm لكل 5 سنة على محور الفواصل و 1 cm لكل 0.3 مليار ساكن على محور التراتيب).

2) جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M'(x_{\mathrm{i}}, y_{\mathrm{i}})$.

3) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_{\mathrm{i}}, y_{\mathrm{i}})$ ثم أرسم هذا المستقيم.

4) باستعمال هذا التعديل

أ - قدر عدد سكان العالم في سنة 2030

ب- ابتداء من أي سنة يتجاوز عدد سكان العالم عشر ملايير ساكن ؟ برر إجابتك.

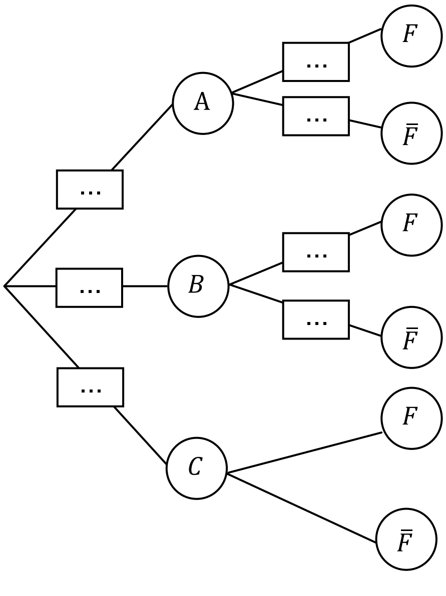
التمرين الثاني : (04 نقاط)

عدد تلاميذ ثانوية هو 950 حيث

* 350 تلميذ من السنة الأولى منهم 198 بنت
* 320 تلميذ من السنة الثانية منهم 60% بنات
* نسبة البنات في الثانوية هي 60% .

نختار تلميذا من تلاميذ الثانوية بطريقة عشوائية .

* يرمز F إلى الحادثة " التلميذ المختار بنت ".
* يرمز A إلى الحادثة " التلميذ المختار من السنة الأولى ".
* يرمز B إلى الحادثة " التلميذ المختار من السنة الثانية ".
* يرمز C إلى الحادثة " التلميذ المختار من السنة الثالثة ".



1) أ- أحسب الاحتمالات الآتية : $P(F)$ ، $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$.

ب- أحسب الاحتمالات الشرطية الآتية : $P_A(F)$ ، $P_B(F)$.

2) أ- انقل الشجرة المقابلة ثم أكمل الفراغات.

ب- بين أن : $P_C(F) = \frac{9}{14}$.

3) علما أن التلميذ المختار بنت ، ما احتمال أن تكون من السنة الثالثة ؟ برر اجابتك .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لاحظ رئيس جمعية رياضية أنه في كل سنة تحتفظ الجمعية بـ : %75 من منخرطيها وتكتسب 800 منخرط جديد علما أنه في سنة 2015 كان عدد المنخرطين 1600.

يرمز u_n إلى عدد المنخرطين سنة $2015+n$ أي أن : $u_0 = 1600$

1) أ- أحسب كلا من u_1 ، u_2 ، u_3 .

ب- هل المتتالية (u_n) هندسية ؟ هل هي حسابية ؟ برر اجابتك.

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 800$

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3200$.

ب- بين أن (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أن (u_n) متقاربة .

3) أ- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3200 - u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، حدد اساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

ج- في أي سنة يفوق عدد المنخرطين 3170 شخص ؟

التمرين الرابع : (08 نقاط)

i. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = e^x - xe^x + 1$

1) أ- بين أن : $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.2 < \alpha < 1.3$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = \frac{4x}{e^x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $\|\vec{i}\| = 1\,cm$ و $\|\vec{j}\| = 4\,cm$).

1) أ- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

2) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$ من أحل كل عدد حقيقي x .

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أن : $f(\alpha) = 4(\alpha - 1)$ ثم عين حصرا لـــ : $f(\alpha)$.

ب- أحسب $f(0)$ و $f(-1)$ ثم أرسم (C_f).

ج- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$.