الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المسيلة — ثانويتا "زرواق بوزيد ، زابي صالح"

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة: ماي **2019**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :**03** ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب .

أ – علم النقط A ، B ، C و D .

ب – اكتب العدد $\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ – تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) لنعتبر التحويل النقطي S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D.

أ – اثبت أن التحويل S هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية) .

ب – تحقق أن صورة النقطة B بالتشابه S هي النقطة C.

4) لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1، -1، 2 على الترتيب.

عين احداثيي النقطة G ، ثم بين ان (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2-MB^2+2MC^2=8$ هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 1 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_n=e^{-2n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النبيري

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول

ب) احسب المجموع: $S_n=u_0+u_1+.....u_n$ ثم استنتج الجداء $p_n=u_0\times u_1\times\cdots\cdots\times u_n$

2) (v_n) متتالية عددية معرفة بـ : $v_n=\ln u_n+\ln u_{n+1}$

أ) بيّن أن (v_n) متتالية حسابية أساسها -4

ب) احسب المجموع $S'_n=v_0+v_1+.....v_n$ ، ثم عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $S'^2_n=2^{30}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، المستوي (P) ذو المعادلة

$3x+y-z-1=0$ و (Δ) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=-t+1 \\ y=2t \quad ;t\in\mathbb{R} \\ z=-t+2 \end{cases}$

1- أ- هل النقطة $C(1;3;2)$ تنتمي إلى المستوي (P) ؟

ب- بين أن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P).

2- ليكن المستوي (Q) الذي يشمل C و عمودي على (Δ)

أ- عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

ب-أحسب إحداثيات النقطة I نقطة تقاطع المستوي (Q) و المستقيم (Δ) ، ثم بين أن $CI=\sqrt{3}$

3- ليكن t عدد حقيقي و M_t نقطة من (Δ) إحداثيتها $(-t+1;2t;-t+2)$

أ- تحقق من أجل كل عدد حقيقي t : $CM_t^{\,2}=6t^2-12t+9$

ب- بين أن CI هي القيمة الصغرى لـ CM_t لما t يتغير في $\mathbb{R}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- f دالة معرفة على R بـ : $f(x)=ax+b-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

1) احسب الدالة المشتقة للدالة f

2) عين العددين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطة $A(\ln 2;\ln 2)$

و يقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل .

II- f دالة معرفة على R بـ : $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$

و ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . وحدة الطول $2cm$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$.

2) احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ- بين أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (d_1) و (d_2)

معادلتيهما : $y=x+2$ و $y=x-2$ عند $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب .

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى كل من (d_1) و (d_2).

5) ارسم (d_1)، (d_2) و (C) .

6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة : $f(x)=x+m$ حلا وحيدا

7) احسب بالـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمات التي

معادلاتها : $y=x+2$ و $x=0$ و $x=\ln 2$.

<u>**الموضوع الثاني**</u>

<u>التمرين الأول:</u> (04.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، لتكن A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_A}$.

أثبت أن $z_A^{1962}+z_C^{2016}=0$ ثم عين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) عين z_E لاحقة النقطة E صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ؛

ثم بين أن النقط A ؛ C و E في استقامية .

5) أ- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا ؛ $(\ z\neq z_C\ )$.

ب- عين (E_2) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث : $Z=\sqrt{3}+ke^{\frac{\pi}{4}i}$ مع k يمسح $\mathbb{R}_+^*$

<u>التمرين الثاني</u> : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1;0;2)$ ؛ $B(0;1;2)$ ؛ $C(1;-2;0)$

و المستوي (p) الذي معادلته $3x-2y+z+3=0$.

1) أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

2) أ) بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

ب) بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases}x=t-1\\ y=4t\quad ;\ t\in\mathbb{R}\\ z=5t\end{cases}$

ج) أحسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ و المستوي (ABC) ،

ثم بين أن المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$.

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2+2x-12y+4z+3=0$

أ) بين أن (Γ) هي سطح كرة مركزها H يطلب تعيين نصف قطرها.

ب) ما هو الوضع النسبي للمجموعة (Γ) و المستقيم (Δ)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) يحتوي كيس U_1 على 5 كريات بيضاء و7 كريات حمراء ، لا نفرق بينها باللمس .

يسحب لاعب عشوائيا 3 كريات في آن واحد .

أ- احسب احتمالات الحوادث التالية : A : يسحب اللاعب 3 كريات من نفس اللون.

B : يسحب اللاعب 3 كريات بحيث سحب كريات بيضاء أكبر من سحب كريات حمراء.

ب- يربح اللاعب 10 دنانير من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة ،

و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الربح المحصل عليه .

عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي .

2) يحتوي كيس U_2 على 2 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء ، لا نفرق بينها باللمس

يسحب لاعب عشوائيا 3 كريات بحيث يسحب من كيس U_1 كرتين في آن واحد و من كيس U_2 كرية واحدة

احسب احتمال الحادثة التالية : C : حصول اللاعب على ثلاث كرات حمراء.

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{2x}{x+1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $1cm$.

1) احسب كل من $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$.

2) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{x+3}{(x+1)^2}$.

3) عين اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4) احسب $f(0)$ ثم ارسم (C) .

5) نعتبر في $]-1;+\infty[$ الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$.

أ. احسب $h'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة h .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة h . (نقبل ان $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=-\infty$)

ج. بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل في $]-1;+\infty[$ حلين احدهما 0 والحل الثاني α حيث $2\prec\alpha\prec3$.

د. استنتج حسب قيم x من $]-1;+\infty[$ جدول إشارة $h(x)$.

6) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$ ، استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .

7) لتكن F دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ ب: $\mathrm{F}(x)=(x-1)\ln(x+1)+x+1$.

أ. بين ان الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

ب. احسب بـ cm^2 مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .و المستقيمين ذي المعادلة $x=0$ و $x=2$ على الترتيب .

بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2019 و رمضان مبارك