التمرين الأول: Ω هي مجموعة الأعداد الطبيعية من 0 الى 49

1- أ- عين الأجزاء من Ω التالية :

A : عناصر A هي مضاعفات العدد 3 .

B : عناصر B هي مضاعفات العدد 4 .

C : عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 .

D : عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 .

ب- أحسب النسبة المئوية لكل جزء منها في Ω .

ج- عبر عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال .

2- نختار عشوائيا عددا من Ω ونسمي الاعداد السابقة احتمالات الحوادث A,B,C,D على الترتيب

- أحسب احتمالي الحادثتين التاليتين :

E الحصول على عدد أولي ، F الحصول على عدد ذي رقمين متساويين .

حل التمرين الأول:

عناصر A هي مضاعفات العدد 3 :

$$\boldsymbol{A} = \ 0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,49$$

عناصر B هي مضاعفات العدد 4 : $B = \ 0,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,39,44,48$

عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 : $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \ 0,12,24,36,48$

عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 :

$$D = A \cup B = \{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,49,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,39,44,48\}$$

ب- حساب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω :

$$P(A) = \frac{17}{100} \times 50 = 34\% \quad ، \quad P(B) = \frac{13}{100} \times 50 = 26\%$$

$$P(C) = \frac{5}{100} \times 50 = 10\% \quad , \quad P(D) = \frac{25}{100} \times 50 = 50\% \quad ،$$

ج- التعبير عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال :

$$P(A) = \frac{34}{100} = \frac{17}{50} \quad ، \quad P(B) = \frac{26}{100} = \frac{13}{50}$$

$$P(C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \quad ، \quad P(D) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

2 - حساب احتمالي الحادثتين :

$$F = \ 11,22,33,44$$

$$E = \ 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47$$

$$P\ \ F\ = \frac{4}{50} = \frac{2}{25} \quad ، \quad P\ \ E\ = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

التمرين الثاني: ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام من 1 الى 6 اذا كانت هذه الأعداد تتكون من :

أ- 3 أرقام ؟
ب- 3 أرقام مختلفة ؟
ت- 6 أرقام مختلفة ؟

حل التمرين الثاني:

أ : $6\times6\times6=216$ أي : $6^3=216$ أي نستعمل القائمة ثلاثة عناصر من بين ستة عناصر .

ب : $6\times5\times4=120$ ونرمز الى العدد ب : A_6^3 أي : $A_6^3=6\times5\times4$ أي ترتيبة (التكرار غير موجود)

ج : $A_6^6=720$ نرمز الى العدد A_6^6 ب : $6!$ أي : $6!=6\times5\times4\times3\times2\times1$ و تسمى تبديلة .

التمرين الثالث : يتكون قسم من 20 تلميذا ، أحمد تلميذ من هذا القسم

1- نريد اختيار تلميذين من هذا القسم (أي عدد اللجان ذات تلميذين والتي يمكن تشكيلها من بين تلاميذ القسم كلهم) .
- أحسب α عدد الطرائق المكنة .

2- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد .
- أحسب β عدد الطرائق المكنة في هذه الحالة.

3- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد .
- أحسب λ عدد الطرائق المكنة في هذه الحالة.

4- جد علاقة بين الأعداد : α,β,λ

حل التمرين الثالث:

1- عدد الطرائق الممكنة : $\alpha = \frac{20\times19}{2} = 190$ نرمز الى هذا العدد ب: $C_{20}^{2} = \frac{20\times19}{2}$
وتسمى توفيقة

2- اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد : $C_{19}^{2} = \frac{19\times18}{2} = 171$

3- اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد هو : $C = C_{19}^{1} = 1\times19 = 19$

4- نلاحظ أن : $\alpha = \beta + \lambda$ أي : $C_{20}^{2} = C_{19}^{2} + C_{19}^{1}$.

التمرين الرابع : يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 2، 2، 1، 1 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام $1,1,2,0$.

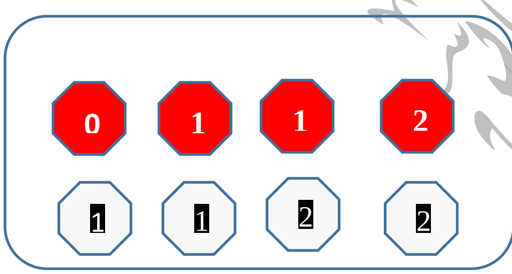
نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :
أ- ثلاث كرات من نفس اللون .
ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
ت- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X
ب- أحسب الامل الرياضي $E(X)$
ت- أحسب التباين $V(X)$ والانحراف المعياري $\delta(X)$

حل التمرين الرابع :

رسم توضيحي :



الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{8}^{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

1- أ- نسمي A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{C_{4}^{3} + C_{4}^{3}}{56} = \frac{4+4}{56} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$$

ب- نسمي B حادثة الحصول على " ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

$$P(B)=\frac{C_4^3+C_3^3}{56}=\frac{4+1}{56}=\frac{5}{56}$$

ت- نسمي C حادثة الحصول على " ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

$$P(C)=\frac{C_1^1\times C_4^1\times C_3^1}{56}=\frac{1\times 4\times 3}{56}=\frac{12}{56}=\frac{3}{14}$$

2- **أ – قيم المتغير العشوائي هي :** $X=\{0,1,2,3\}$

$$P(X=0)=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}$$

$$P(x=1)=\frac{C_4^1\times C_4^2}{56}=\frac{6\times 4}{56}=\frac{24}{56}$$

$$P(x=2)=\frac{C_4^2\times C_4^1}{56}=\frac{4\times 6}{56}=\frac{24}{56}$$

$$P(x=3)=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}$$

X_i	0	1	2	3	المجموع
$P(X=X_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$	1

ب- حساب الأمل الرياضي :

$$E(X)=\left(0\times\frac{4}{56}\right)+\left(1\times\frac{24}{56}\right)+\left(2\times\frac{24}{56}\right)+\left(3\times\frac{4}{56}\right)=1,5$$

ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x)=\sum_{i=1}^{4}\left(xi-E(x)\right)^2*pi=\frac{15}{28}$$

الانحراف المعياري : $\delta=\sqrt{V(X)}=0.73$

التمرين الخامس: في صندوق توجد كرتان لونهما أحمر ، وثلاث كرات لونها أخضر ، وأربع كرات لونها أبيض ، وكرتان لونهما أصفر .

نقوم بسحب كرتين في ان واحد وبطريقة عشوائية من هذا الصندوق

1- أ- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أحمر .

ب- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أبيض .

ج- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أصفر .

د- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أخضر .

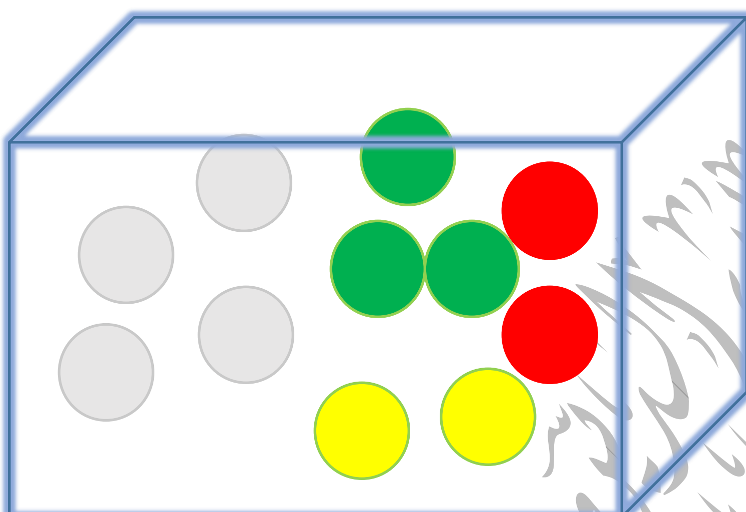
2- ماهو احتمال سحب كرتين من نفس اللون .

3- ماهو احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون .

4- ماهو احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر .

5- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأقل خضراء .

حل التمرين الخامس:



رسم توضيحي :

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_{11}^{2}=\frac{11!}{2!9!}=55$$

1-نسمي A حادثة سحب كرتين لونهما أحمر :

$$P\ A=\frac{C_{2}^{2}}{C_{11}^{2}}=\frac{1}{55}$$

2-نسمي B حادثة سحب كرتين لونهما أبيض :

$$P\ B=\frac{C_{4}^{2}}{C_{11}^{2}}=\frac{6}{55}$$

3- نسمي C حادثة سحب كرتين لونهما أصفر :

$$P(C)=\frac{C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{1}{55}$$

4- نسمي D حادثة سحب كرتين لونهما أخضر :

$$P(D)=\frac{C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{3}{55}$$

6- احتمال سحب كرتين من نفس اللون :

نسمي الحادثة T " سحب كرتين من نفس اللون "

الطريقة 1 :

$$P(T)=\frac{C_2^2+C_4^2+C_3^2+C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$$

الطريقة 2 : بماأن الحوادث A,B,C,D مستقلة فيمكننا حساب :

$$P(T)=P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$$

3- احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون :

نسمي الحادثة H " سحب كرتين مختلفتي اللون "

$$P(H)=1-P(T)=\frac{4}{5}$$

4- احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر:

نسمي الحادثة R " سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر"

$$P(R)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{10}{55}=\frac{2}{11}$$

5احتمال ان تكون احداهما على الاقل خضراء :

نسمي الحادثة Z " ان تكون احداهما على الاقل خضراء "

$$P(Z)=\frac{C_3^1C_8^1+C_3^2C_8^0}{C_{11}^2}=\frac{3\times 8+3}{55}=\frac{27}{55}$$

التمرين السادس: كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1-أحسب عدد الحالات الممكنة .

ب-احسب الاحتمالات التالية :

A - 3 كرات من نفس اللون .

B – كرة على الأقل حمراء .

C - كرتين على الأكثر حمراء .

2 - نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .

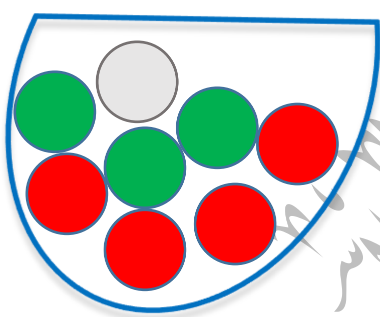
أ-ماهي قيم X ؟

ب-أحسب الإحتمالات التالية : $P(X=1)$ ، $P(X=3)$ واستنتج : $P(X=2)$

ج-أحسب الامل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

حل التمرين السادس:

رسم توضيحي :



1-أ-الحالات اللمكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3=\frac{8!}{3!(8-3)!}=56$$

-ب- A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون"

$$P(A)=\frac{C_3^3+C_4^3}{56}=\frac{1+4}{56}=\frac{5}{56}$$

B حادثة الحصول على " كرة على الأقل حمراء "

$$P(B)=\frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56}=\frac{24+24+4}{56}=\frac{52}{56}=\frac{13}{14}$$

C حادثة الحصول على " كرتين على الأكثر حمراء "

$$P(C)=\frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56}=\frac{24+24+4}{56}=\frac{52}{56}=\frac{13}{14}$$

2—تعيين قيم X : $X=\{1,2,3\}$

$$P(X=1)=P(A)=\frac{5}{56}$$

$$P(X=3)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56}=\frac{12}{56}$$

استنتاج : $P(X=2)=?$

لدينا : $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

$$P(X=2)=1-(P(X=1)+P(X=3))$$

$$P(X=2)=\frac{39}{56}$$

ج -حساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

$$E(X)=\left(1\times\frac{5}{56}\right)+\left(2\times\frac{39}{56}\right)+\left(3\times\frac{12}{56}\right)=2,12$$

ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(X)=\sum_{i=1}^{3}(X_i-E(X))^2\times P_i=0.28$$

الانحراف المعياري : $\delta=\sqrt{V(X)}=0.53$

التمرين السابع : تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام $1,2,2$,$4,6,8$ والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام $1,3,5,5$

- نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

المطلوب :

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب- احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

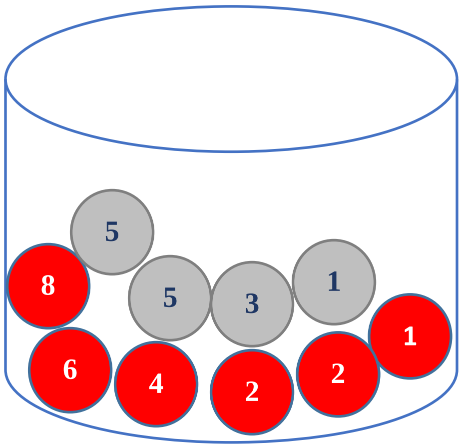
ت- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

حل التمرين السابع :

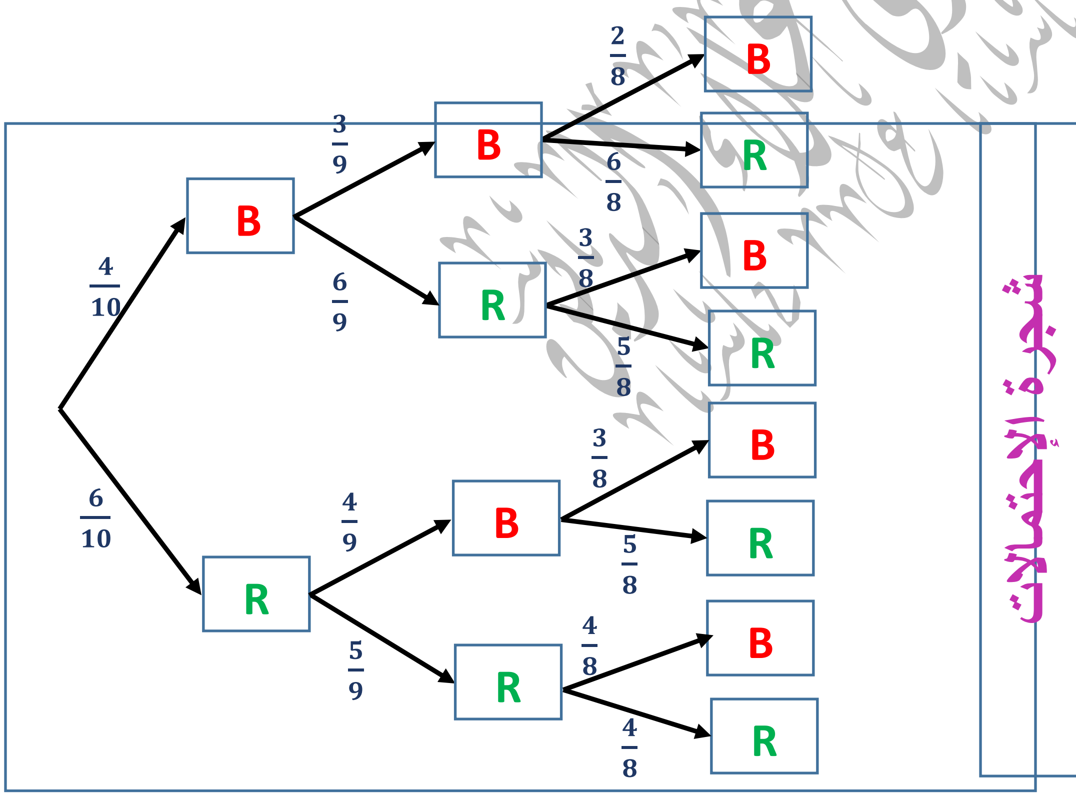
نرمز الى القريصات الحمراء ب : R

نرمز الى القريصات البيضاء ب : B

رسم توضيحي للعلبة :



أ- شجرة الإحتمال :



ب- احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون :

$$P(A)=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{144}{720}$$

ت- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين :

$$P(B)=1-P(A)=\frac{576}{720}$$

التمرين الثامن :

كيس به 10 كريات متماثلة لانميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

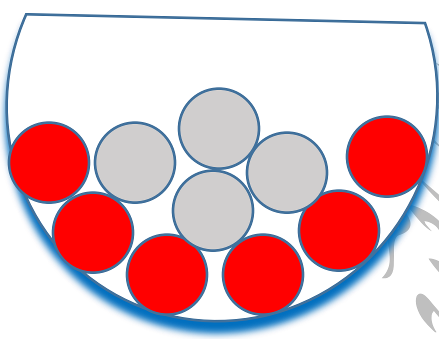
1- نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد .

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .
عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي .

حل التمرين الثامن :



الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\,(10-3)!}=120$$

نسمي A حادثة الحصول على 3 كرات بيضاء :

$$P(A)=\frac{C_4^3}{120}=\frac{1}{30}$$

نسمي B حادثة الحصول على الأقل على كرية حمراء:

$$P(B)=\frac{C_6^1C_4^2+C_6^2C_4^1+C_6^3C_4^0}{120}=\frac{36+60+20}{120}=\frac{29}{30}$$

2-قيم المتغير العشوائي X هي : $X=\{0,1,2,3\}$

$$P(X=0)=\frac{C_6^3}{120}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

$$P(X=1)=\frac{C_6^2C_4^1}{120}=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$$

$$P(X=2)=\frac{C_6^1C_4^2}{120}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$$

$$P(X=3)=\frac{C_6^0C_4^3}{120}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$$

X	0	1	2	3	المجموع
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

- حساب الأمل الرياضي :

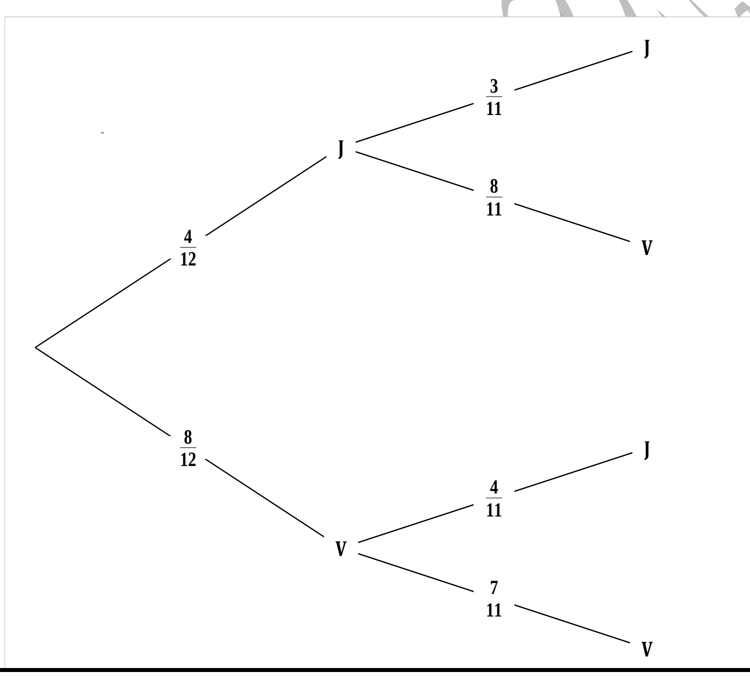
$$E(X)=\left(0\times\frac{1}{6}\right)+\left(1\times\frac{1}{2}\right)+\left(2\times\frac{3}{10}\right)+\left(3\times\frac{1}{30}\right)=\frac{6}{5}$$

التمرين التاسع :

يحتوي وعاء على 4 كرات صفراء و 8 كرات خضراء غير متمايزة عند اللمس.
نسحب بطريقة عشوائية 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .
- استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيات السابقة ثم أحسب احتمال الحصول :

أ) A " كرة صفراء ثم كرة خضراء".
ب) B " كرة خضراء ثم كرة صفراء".
ج) C " اللونين معا ".

حل التمرين التاسع :



$$P(A)=\frac{4}{12}\times\frac{8}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(B)=\frac{8}{12}\times\frac{4}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(C)=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}+\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}=\boxed{\frac{17}{33}}$$

التمرين العاشر:

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و 2 كرات بيضاء غير متمايزة عند اللمس.
نسحب عشوائيا 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات .

2) أحسب احتمال الحصول على :

أ) A "كرتين من نفس اللون ".

ب) C " كرة خضراء في السحب الأول ".

ج) D " اللونين معا ".

3) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .

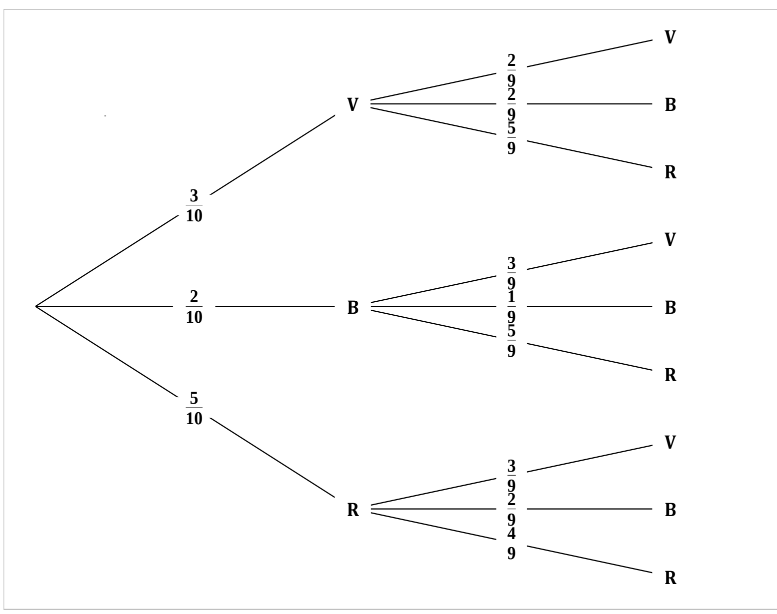
حل التمرين العاشر:

1) شجرة الاحتمالات: نرمز بـ:

B للكرة البيضاء .

V للكرة الخضراء .

R للكرة الحمراء .



2) أ) الحدث A هو : VV أو BB أو RR :

$$P(A)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$$

ب) الحدث C هو : VV أو VB أو VR :

$$P(C)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$$

ج) الحدث D هو : VR أو VB أو BV أو BR أو VB أو RB

$$P(D)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{2}{9}=\boxed{\frac{31}{45}}$$

طريقة(2) : $D=\overline{A}$ معناه : $P(D)=1-P(A)=1-\frac{14}{45}=\boxed{\frac{31}{45}}$

3) ليكن $P(E)$ هو احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .

الحدث E هو : VV أو BV أو RV :

$$P(E)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}=\boxed{\frac{3}{10}}$$

التمرين الحادي عشر: صندوق A يحتوي على 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

- إذا تحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق A .
- إذا لم يتحصل على الرقم 1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة.

2) نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R)=0{,}15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق B.

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

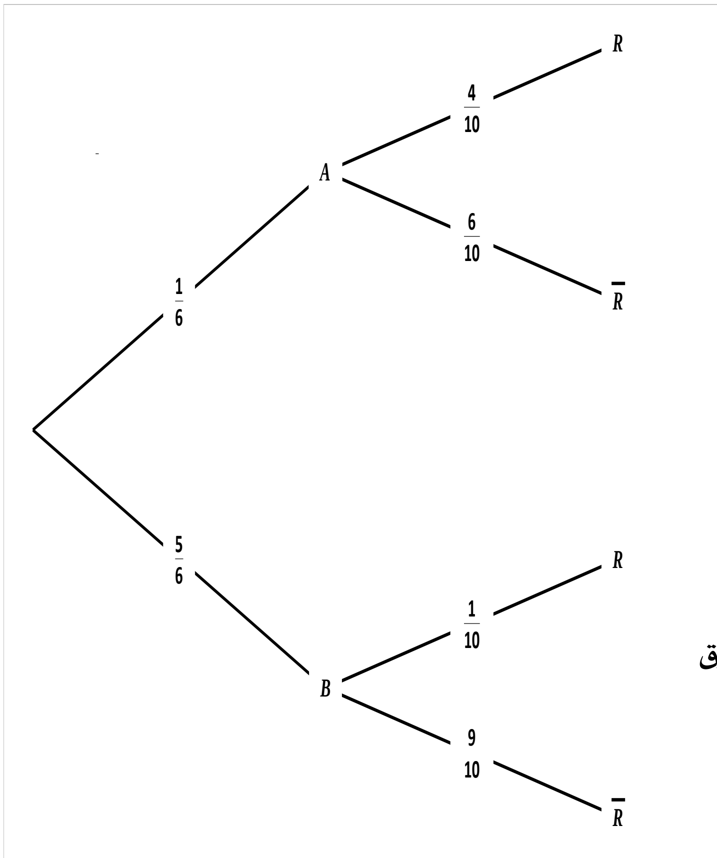
ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن G يأخذ القيم $2x\ ,\ x-2\ ,\ -4x$.

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي $E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x.

3) ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة.



حل التمرين الحادي عشر:

I) 1) بتطبيق الاحتمالات الكلية ينتج:

$$P\ R\ = \frac{1}{6}\times\frac{4}{10}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{10}=\boxed{0{,}15}$$

2) هنا احتمالات شرطية :

احتمال أن تكون من الصندوق A مع العلم أنها حمراء هو : $P_R\ A\ = \dfrac{P\ R\cap A}{P\ R}$

لدينا: $P\ R\cap A\ = \frac{1}{6}\times\frac{4}{10}\ ,\ P\ R\ = \frac{9}{6}$

و منه : $P_R\ A\ = \boxed{\frac{4}{9}}$ احتمال أن تكون من الصندوق B مع العلم أنها حمراء هو :

$$P_R\ B\ = 1 - P_R\ A\ = 1 - \frac{4}{9} = \boxed{\frac{5}{9}}$$

نلاحظ أن : $P_R\ B\ > P_R\ A$

II) 1) يمكن للاعب أن يحصل بعد اللعبتين : $RR\ ;RN;NN$ ومنه : $\Omega =$

$$G\ \Omega\ =\ 2x;x-2;-4$$

2) قانون الاحتمال :

$$P\ G=2x\ = P\ R\ \times P\ R\ = 0{,}15\times 0{,}15 = \boxed{0{,}0225}$$

$$P\ G=-4\ = P\ N\ \times P\ N\ = 0{,}85\times 0{,}85 = \boxed{0{,}7225}$$

$$P\ G=x-2\ = P\ R\ \times P\ N\ + P\ N\ \times P\ R\ = \boxed{0{,}225}$$

g_i	$2x$	$x-2$	-4
$P\ G=g_i$	$0,0225$	$0,7225$	$0,225$

الأمل الرياضياتي $E\ G$

$$E\ G\ = 2x\times 0{,}0225 +\ x-2\ \times 0{,}7225 +\ -4\ \times 0{,}255 = \boxed{0,3x-3,4}$$

تكون اللعبة مربحة إذا كان : $E\ G\ > 0$ معناه $3x-3{,}4>0$

و منه : $x > 11,3$ و بما أن x عدد طبيعي ، فإن $\boxed{x = 12}$.

التمرين الثاني عشر:

يحتوي كيس على 20 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

يسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

- إذا كانت حمراء يربح اللاعب $10DA$.
- إذا كانت صفراء يخسر اللاعب $5DA$.
- إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قريصة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية حمراء يربح $8DA$ و إلا فإنه يخسر $4DA$.

نهتم بالربح الجبري (ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الارباح المكنة .

1) ضع مخططا مناسبا لهذه اللعبة .

2) أحسب احتمال الحادثة G "اللاعب رابح".

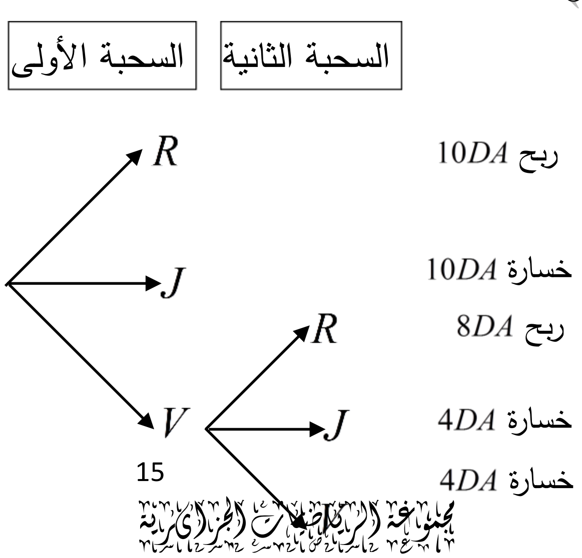
3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمل الرياضياتي .

حل التمرين الثاني عشر:

1) عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة :

(سحب قريصة من اللونين الأحمر و الأصفر) أو (قريصة $\boxed{\text{خضراء}}$ أولا و قريصة من 6 قريصات الباقية)

إذن عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة هو : $3 + 6 \times 4 = \boxed{27}$



2) حساب احتمال الحادثة G : يربح اللاعب في حالة سحبه قريصة حمراء أو قريصة خضراء متبوعة بـ قريصة حمراء

$$P(G) = \frac{1 \times 4 + 1}{27} = \boxed{\frac{5}{27}}$$

2) لدينا المجموعة : $\Omega = \{-4; -5; 8; 10\}$

J	-4	-5	8	10

$P\ X=x_i$	$\frac{20}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{1}{27}$

الأمل الرياضياتي

$$E\ X\ =\ -4\ \times\frac{20}{27}+\ -5\ \times\frac{2}{27}+\ 8\ \times\frac{4}{27}+10\times\frac{1}{27}=\boxed{-1.77}$$

التمرين الثالث عشر:

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) **أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :**

A " **تكوين لجنة تضم** 3 **رجال** ".

B " **تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين** ".

C " **تكوين لجنة تضم إبراهيم** ".

D " **تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة** ".

2) **ليكن** X **المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.**

أ) **عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي** X **و عرف قانون احتماله .**

ب) **أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي** X .

حل التمرين الثالث عشر:

1) **عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو :** $C_{12}^{3}=\boxed{220}$

$$P\ A\ =\frac{C_8^3}{220}=\boxed{\frac{14}{55}}\quad ,\quad P\ B\ =\frac{C_8^1\times C_4^2}{220}=\boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P\ C\ =\frac{C_1^1\times C_{11}^2}{220}=\boxed{\frac{1}{4}}\quad ,\quad P\ D\ =\frac{C_1^1\times C_{10}^2+C_1^1\times C_{10}^2}{220}=\boxed{\frac{9}{22}}$$

2) أ) **القيم التي يأخذها** X **هي :** $0،1،2،3$

قانون احتمال X : لدينا :

$$P(X=0)=\frac{C_4^3}{220}=\boxed{\frac{1}{55}} \quad , \quad P(X=1)=P(B)=\boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(X=2)=\frac{C_8^2\times C_4^1}{220}=\boxed{\frac{28}{55}} \quad , \quad P(X=3)=P(A)=\boxed{\frac{14}{55}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

J	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

ب) الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{1}{55}+1\times\frac{12}{55}+2\times\frac{28}{55}+3\times\frac{14}{55}=\boxed{2}$

الانحراف المعياري :

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}(x_i-E(X))^2p_i=(0-2)^2\frac{1}{55}+(1-2)^2\frac{12}{55}+(2-2)^2\frac{28}{55}+(3-2)^2\frac{14}{55}=\boxed{\frac{6}{11}}$$

حل التمرين الرابع عشر: **صندوق يحتوي على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .**
نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) A "الحصول على كرتين بيضاوين".

ب) B "الحصول على كرتين من نفس اللون".

2) نعرف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α $(\alpha\in\mathbb{R})$ و لكل كرة سوداء العلامة $-\alpha$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

الأستاذ: زرابري علاء الدين — تمارين الاحتمالات — مجموعة الرياضيات الجزائرية

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $n-3$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

. ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

حل التمرين الرابع عشر:

1) بما أن السحب على التوالي ودون إرجاع فإن عدد الطرق الممكنة للسحب هو: $n^p = 10^2 = \boxed{100}$

أ) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2 = \boxed{49}$ ومنه: $P\ A = \boxed{\frac{49}{100}}$

ب) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين أو سوداوين هو: $7^2 + 3^2 = \boxed{58}$ ومنه:

$$P\ B = \boxed{\frac{58}{100}}$$

2) أ) قيم X هي : -2α أو 0 أو 2α .

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

J	-2α	0	2α
$P\ X = x_i$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

الأمل الرياضياتي $E\ X$:

$$E\ X\ = -2\alpha \times \frac{9}{100} + 0 \times \frac{9}{100} + 2\alpha \times \frac{49}{100} = \boxed{\frac{4}{5}\alpha}$$

ب) تكون اللعبة مربحة إذا كان $E\ X > 0$ ؛ معناه $\alpha > 0$

3) أصبح في الصندوق n كرة سوداء و 7 كرات بيضاء ، إذن :

$$P\ A = \frac{7^2}{n+7^{\ 2}} = \frac{49}{n+7^{\ 2}}$$

بحل المعادلة $\frac{1}{4} = \frac{49}{n+7^{\ 2}}$ نجد : $n = 7$ ، معناه يجب إضافة 4 كرات سوداء للكيس حتى يكون:

$$P\ A = \frac{1}{4}$$

التمرين الخامس عشر:

صندوق يحتوي على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس ، إذا كانت سوداء نتوقف عن
السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و هكذا .

أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة.

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية:

A " الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء".

B " الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

- أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

حل التمرين الخامس عشر:

1) أ) $$P\left(A\right)=\frac{C_4^1}{C_7^1}=\boxed{\frac{4}{7}}$$

لكي يتحقق الحدث يجب:

أن نسحب في المرة الأولى كرة بيضاء و لا تعاد إلى الكيس **و** نسحب في المرة الثانية كرة سوداء

إذن: $$P\left(B\right)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_4^1}{C_6^1}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

ب) لكي لا نجري السحبة الثانية يجب أن نتوقف إما عند السحبة الأولى **أو** عند السحبة الثانية

أي: " نسحب كرة سوداء في المرة الأولى **أو** نسحب كرة سوداء في المرة الثانية".

إذن الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة هو: $$P\left(A\right)+P\left(B\right)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\boxed{\frac{6}{7}}$$

2) القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي: 1 و 2 و 3 و 4.

- يتحقق الحدث $X=1$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة سوداء:

$$P\left(X=1\right)=P\left(A\right)=\boxed{\frac{4}{7}}$$

- يتحقق الحدث $X=2$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا كرة سوداء

إذن: $$P\left(X=2\right)=P\left(B\right)=\boxed{\frac{2}{7}}$$

- يتحقق الحدث $X=3$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة سوداء.

إذن : $P(X=3)=\dfrac{C_3^1}{C_7^1}\times\dfrac{C_2^1}{C_6^1}\times\dfrac{C_4^1}{C_5^1}=\boxed{\dfrac{4}{35}}$

- يتحقق الحدث $X=4$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الرابعة كرة سوداء

إذن :

$$P(X=4)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_4^1}{C_4^1}=\boxed{\frac{1}{35}}$$

- نلخص النتائج في الجدول التالي :

J	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\dfrac{4}{7}$	$\dfrac{2}{7}$	$\dfrac{4}{35}$	$\dfrac{1}{35}$

- الأمل الرياضياتي : $E(X)=1\times\dfrac{4}{7}+2\times\dfrac{4}{7}+3\times\dfrac{4}{35}+4\times\dfrac{1}{35}=\boxed{\dfrac{76}{35}}$

التمرين السادس عشر:

يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراء و يحتوي صندوق U_2 على 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و نعتبر أن جميع الكرات متماثلة و لا يمكن تمييزها باللمس .

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

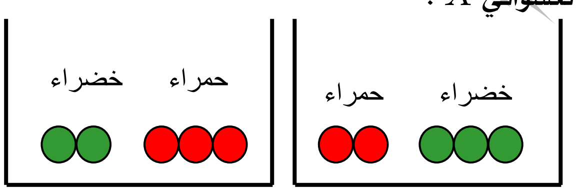
1) أحسب احتمال الحصول على 3 كرات خضراء .

2) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء .

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) أحسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .



U_2 $\qquad$ U_1

حل التمرين السادس عشر:

1) نضع : A " الحصول على 3 كرات خضراء ".

تحقق A معناه : سحب كرة خضراء من U_1 $\boxed{\text{و}}$ سحب كرتين من U_2

إذن : $P\left(A\right)=\dfrac{C_3^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\dfrac{3}{50}}$

2) لتكن B الحدث : " الحصول على الأقل على كرة خضراء ".

و C الحدث: " الكرة المسحوبة من U_1 حمراء " ، معناه :

نستنتج أن الاحتمال المطلوب هو $P_C\left(B\right)$ ، أي : $P_C\left(B\right)=\dfrac{P\left(B\cap C\right)}{P\left(C\right)}$

الحدث $B\cap C$ هو " الحصول على الأقل على كرة خضراء و الكرة المسحوبة من U_1 حمراء ".

يتحقق الحدث $B\cap C$ إذا سحبنا :

(من U_1 كرة حمراء $\boxed{\text{و}}$ من U_2 كرة حمراء و كرة خضراء حمراء)

$\boxed{\text{أو}}$ (من U_1 كرة حمراء ومن U_2 2كرات خضراء)

إذن : $P\left(B\cap C\right)=\dfrac{C_2^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}+\dfrac{C_2^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\dfrac{7}{25}}$

و منه : $P_C\left(B\right)=\dfrac{P\left(B\cap C\right)}{P\left(C\right)}=\boxed{\dfrac{7}{10}}$

3) أ) مجموعة قيم X هي : $0;1;2;3$

- يتحقق الحدث $X=0$ إذا سحبنا 3كرات خضراء أي :

إذا سحبنا كرة خضراء من U_1 و 2كرات خضراء من U_2 :

$$P\left(X=0\right)=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{3}{50}}$$

- يتحقق الحدث $X=1$ إذا سحبنا كرة حمراء و 2كرات خضراء أي إذا سحبنا :

(كرة حمراء من U_1 و 2كرات خضراء من U_2)

أو (كرة خضراء من U_1 و كرة خضراء وكرة حمراء من U_2) :

إذن : $P\left(X=1\right)=\dfrac{C_2^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_2^2}{C_5^2}+\dfrac{C_3^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}=\dfrac{20}{50}=\boxed{\dfrac{2}{5}}$

ـ يتحقق الحدث $X=2$ إذا سحبنا 2 كرات حمراء و كرة خضراء أي إذا سحبنا :

(كرة حمراء من U_1 و كرة خضراء وكرة حمراء من U_2)

أو (كرة خضراء من U_1 و2كرات حمراء من U_2) :

إذن : $P\left(X=2\right)=\dfrac{C_2^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}+\dfrac{C_3^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_3^2}{C_5^2}=\boxed{\dfrac{21}{50}}$

ـ يتحقق الحدث $X=3$ إذا سحبنا : (كرة حمراء من U_1 و 2كرات حمراء من U_2) :

إذن : $P\left(X=3\right)=\dfrac{C_2^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_3^2}{C_5^2}=\dfrac{6}{50}=\boxed{\dfrac{3}{25}}$

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

J	0	1	2	3
$P\left(X=x_i\right)$	$\dfrac{3}{50}$	$\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{21}{50}$	$\dfrac{3}{25}$

ـ الأمل الرياضياتي :

$$E\left(X\right)=0\times\frac{3}{50}+1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{21}{50}+3\times\frac{3}{25}=\boxed{1,6}$$

ـ التباين :

$$V\left(X\right)=\left(0-1,6\right)^2\times\frac{3}{50}+\left(1-1,6\right)^2\times\frac{2}{5}+\left(2-1,6\right)^2\times\frac{21}{50}+\left(3-1,6\right)^2\times\frac{3}{25}=\boxed{0.6}$$

ـ الانحراف المعياري : $\sigma\left(X\right)=\sqrt{V\left(X\right)}=\boxed{0.77}$

التمرين السابع عشر:

لدينا نردين D_1 و D_2 بحيث :

ـ وجوه النرد D_1 متساوية الاحتمال ، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان يحملان الرقم 2 .

ـ وجوه النرد D_2 مرقم من 1 إلى 6 و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم k هو $\dfrac{k}{21}$.

1) إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 .

2) إذا رمينا النردين معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

أ) مرة واحدة بالضبط .

ب) مرتين .

3) نرمي النردين معا وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد المرات التي يظهر فيها الرقم 2 .

ـ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

حل التمرين السابع عشر:

1) لدينا وجهان يحملان الرقم 2 من بين 6 أوجه إذن احتمال ظهور الرقم 2 إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة هو $\frac{2}{6}=\boxed{\frac{1}{3}}$.

2) احتمال ظهور الرقم 1 في D_1 هو $\frac{4}{6}=\boxed{\frac{2}{3}}$ ، واحتمال ظهور الرقم 1 (في D_2 هو $\boxed{\frac{1}{21}}$ ، (من أجل k=1)

أ) للحصول على الرقم 1 مرة واحدة بالضبط عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم 1 في D_1 و رقم غير 1 في D_2) أو (رقم يختلف عن 1 في D_1 و الرقم 1 في D_2)

و بالتالي احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{4}{6}\times\left(1-\frac{1}{21}\right)+\frac{1}{21}\times\frac{1}{3}=\frac{41}{63}$

ب) للحصول على الرقم 1 مرتين عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم 1 في D_1 و رقم غير 1 في D_2) ، إذن : احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{21}=\frac{2}{63}$

3) قانون الاحتمال :

لدينا القيم التي يأخذها X هي : 0 و 1 و 2

ـ يتحقق الحدث $X=0$ إذا لم يظهر الرقم 2 في أي من النردين:

$$P\ X=0\ =\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)=\boxed{\frac{38}{63}}$$

ـ يتحقق الحدث $X=1$ إذا ظهر الرقم 2 مرة واحدة فقط :

$$P\ X=1\ =\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)+\frac{2}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{23}{63}}$$

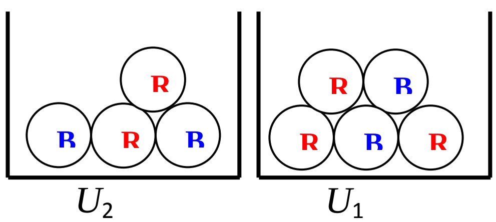
- يتحقق الحدث $X=2$ إذا ظهر الرقم 2 في النردين معا :

$$P\left(X=2\right)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{2}{63}}$$

الأمل الرياضياتي $E\left(X\right)$:
$$E\left(X\right)=0\times\frac{38}{63}+1\times\frac{23}{63}+2\times\frac{2}{63}=\boxed{\frac{3}{7}}$$

التمرين الثامن عشر:

يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات حمراء و 2 كرات بيضاء و يحتوي صندوق U_2 على 2 كرات حمراء و 2 كرات بيضاء . نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق U_1 و نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_2 .



1) أحسب احتمال الحدثين :

A "سحب 3 كرات حمراء".

B "سحب 3 كرات من نفس اللون".

2) إذا اخترنا بطريقة عشوائية أحد الصندوقين و سحبنا منه عشوائيا كرة واحدة فوجدنا لونها أحمر ما هو احتمال أن تكون هذه الكرة مسحوبة من الصندوق U_1.

حل التمرين الثامن عشر:

1) عدد الحالات الممكنة لسحب في آن واحد كرتين من U_1 و كرة واحدة من U_2 هو :

$$C_5^2\times C_4^1=\boxed{40}$$

معناه سحب كرتين سوداوين من الصندوق U_1 .

A "سحب 3 كرات حمراء " معناه: 2 كرات حمراء من U_1 و كرة حمراء من U_2 .

$$P\left(A\right)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{40}=\frac{6}{40}=\boxed{\frac{3}{20}}$$

B "سحب 3 كرات من نفس اللون " معناه

(2كرات بيضاء من U_1 $\boxed{\text{و}}$ كرة بيضاء من U_2) $\boxed{\text{أو}}$ (2كرات حمراء من U_1 $\boxed{\text{و}}$ كرة حمراء من U_2)

$$P\left(B\right)=\frac{C_2^2\times C_2^1}{40}+\frac{C_3^2\times C_2^1}{40}=\frac{8}{40}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

التمرين التاسع عشر:

قطعة نقود مزيفة بحيث عند رميها يكون احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الحرف A ضعف احتمال ظهور الوجه الآخر و الذي يحمل الحرف B

1) أحسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(\overline{A})$ ، $P(A \cap B)$

2) نفرض أن ظهور الوجه A يعطى ربح 100 دج و ظهور الوجه B يعطي خسارة 50 دج .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ قيم الربح أو الخسارة

1- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

2- أحسب الأمل الرياضي للمتغير X

3- أحسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير X

حل التمرين التاسع عشر:

1) مجموعة الإمكانيات هو: $\Omega = \quad A, B$

$P(\Omega) = 1$ إذن $P(A) + P(B) = 1$

نعلم أن: $P(A) = 2P(B)$ إذن $3P(B) = 1$ و منه: $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(A) = \frac{2}{3}$ وكذلك

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{3}$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ معناه $1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - P(A \cap B)$ ومنه: $P(A \cap B) = 0$

1) قانون احتمال للمتغير العشوائي :

قيــم X	100	-50
$P(X)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

✓ الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = (100 \times \frac{2}{3}) - (50 \times \frac{1}{3}) = 50$$

✓ التباين $V(X)$:

$$V(X) = \frac{2}{3}(100-50)^2 + \frac{1}{3}(-50-50)^2 = 5000$$

✓ الانحراف المعياري $\sigma(X)$:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \simeq 70.7$$

التمرين العشرون:

يحتوي كيس على 12 كرية منها 5 بيضاء .

نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد (كل السحبات لها نفس الاحتمال) ونعتبر أن سحب كرية بيضاء يعطي ربحا قدره m دينارا وأن سحب كرية غير بيضاء يعطي خسارة قدرها 100 دينار و ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب الربح الجبري المحصل عليه.

1. **عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي .**
2. **عين قيمة العدد m حتى تكون اللعبة عادلة.**
3. **نفرض أن $m = 140$ ، احسب احتمال الحادثة $X \succ 100$.**

حل التمرين العشرون:

1. **تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X :**

لدينا : $X(\Omega) = \{-300; m-200; 2m-100, 3m\}$.

ومنه : $p(X=-300) = \dfrac{C_7^3}{C_{12}^3} = \dfrac{7}{44}$ ، $p(X=m-200) = \dfrac{C_5^1 \times C_7^2}{C_{12}^3} = \dfrac{21}{44}$ ،

$p(X=2m-100) = \dfrac{C_5^2 \times C_7^1}{C_{12}^3} = \dfrac{7}{22}$ ، $p(X=3m) = \dfrac{C_5^3}{C_{12}^3} = \dfrac{1}{22}$.

x	-300	$m-200$	$2m-100$	$3m$
$p(X=x)$	$\dfrac{7}{44}$	$\dfrac{21}{44}$	$\dfrac{7}{22}$	$\dfrac{1}{22}$

الأمل الرياضياتي :

$$E(X) = \left(-300 \times \frac{7}{44}\right) + \frac{21}{44} \times (m-200) + \frac{7}{22} \times (2m-100) + 3m \times \frac{1}{22} = \frac{55m-7700}{44} = \frac{5m-700}{4}$$

2. **تكون اللعبة عادلة من أجل :**

$E(X) = 0$ أي : $m = \dfrac{700}{5} = 140$.

3. **احتمال الحادثة $X \succ 100$ هو :** $p(X \succ 100) = p(X=180) + p(X=420) = \dfrac{8}{22} = \dfrac{4}{11}$.

التمرين الواحد و العشرون:

يحتوي كيس على 10 كريات منها 5 بيضاء ، 3 حمراء و 2 خضروان ، نسحب منه كريتين على التوالي ونعتبر كل السحبات لها نفس الاحتمال . ماهو احتمال :

أ- الحصول على كريتين من نفس اللون ؟

ب- الحصول على كريتين من لونين مختلفين علما أ لا واحدة منهما حمراء ؟

حل التمرين الواحد و العشرون:

أ- احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون هو :

$$p_1 = \frac{5\times 4 \ + \ 3\times 2 \ + \ 2\times 1}{10\times 9} = \frac{28}{90} = \frac{14}{45} .$$

ب- احتمال الحصول على كريتين من لونين مختلفين علما أ لا واحدة منهما حمراء هو :

$$p_2 = \frac{5\times 2 \ + \ 2\times 5}{7\times 6} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21} .$$

التمرين الثاني و العشرون

في ثانوية توزيع تلاميذ السنة النهائية حسب الجنس معطي في الجدول التالي :

السن / الجنس	أقل من 18 سنة	18سنة	أكثر من 18 سنة	المجموع
بنات	5	30	25	60
ذكور	0	20	20	40
المجموع	5	50	45	100

لنختار تلميذا عشوائيا:

1) أحسب احتمال ل أن يكون بنتا وعمرها 18 سنة $P(A\cap B)$

2) أحسب احتمال أن يكون تلميذا عمره 18 سنة $P(A)$

3) أحسب احتمال أن تكون بنتا $P(B)$

4) أحسب الاحتمالات : $P_A(B), P(B)\times P(A), P_B(A)$ ماذا تلاحظ ؟

حل التمرين الثاني و العشرون

$$P(B) = \frac{60}{100} = 0.6 \quad , \quad P(A\cap B) = \frac{30}{100} = 0.3 \quad , \quad P(A) = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.3}{0.6}=0.5 \quad \text{و} \quad P_B(A)=\frac{30}{60}=0.5$$
$$P(A)\times P(B)=0.5\times 0.6=0.3$$
$$P_A(B)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{0.3}{0.5}=\frac{3}{5}=0.6 \quad \text{و} \quad P_A(B)=\frac{30}{50}=0.6$$

نلاحظ أن $P_A(B)=P(B)$ و $P_B(A)=P(A)$ اذن $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

نقول أن الحادثة A لا تؤثر على الحادثة B و B لا تؤثر على الحادثة A في وقوعهما ومنه نقول أن الحادثتين A و B أنهما مستقلتان

التمرين الثالث والعشرون

زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6

1. **نرمي الزهرة أربع مرات في الهواء ، الرميات مستقلة مثنى مثنى.**
   - **أ- ماهو احتمال الحصول على الرقم 1 مرة واحدة فقط.**
   - **ب- ماهو احتمال الحصول على الرقم 1 مرتين بالضبط .**
2. **نرمي الزهرة n مرة في الهواء (n عدد طبيعي غير معدوم)، الرميات مستقلة مثنى مثنى.**
   - **أ- احسب p_n احتمال الحصول على الرقم 1 مرة واحدة على الأقل .**
   - **ب- عين أصغر عدد طبيعي n يكون من أجله $p_n\geq 0,99$.**

حل التمرين الثالث والعشرون:

1. **أ- احتمال الحصول على الرقم 1 مرة واحدة فقط هو :** $p_1=C_4^1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{2}{3}\left(\frac{5}{6}\right)^3$.

   ب- احتمال الحصول على الرقم 1 مرتين بالضبط هو : $p_2=C_4^2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{216}$

   .

2. **أ- احتمال الحصول على الرقم 1 مرة واحدة على الأقل هو :** $p_n=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

   (باعتبارها الحادثة العكسية للحادثة " لا نحصل على الرقم 1 ").

   ب-أصغر عدد طبيعي n يكون من أجله $p_n\geq 0,99$:

   $p_n\geq 0,99$ **تعني** $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq 0,99$.

تعني $\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,01$.

تعني $\ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln\ 0,01$.

تعني $n \geq \dfrac{\ln\ 0,01}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}$

تعني $n \geq 25,25$

(باعتبار أن : $\dfrac{\ln\ 0,01}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 25,25$).

أصغر عدد طبيعي n يكون من أجله $p_n \geq 0,99$ هو : 26.

التمرين الرابع و العشرون

(A), (B) , (C) ثلاث صناديق حيث :

الصندوق (A) يضم ثلاث كريات حمراء و 5 كريات سوداء ؛ الصندوق (B) يضم كرتين حمراوين و كرية سوداء

الصندوق (C) يضم كرتين حمراوين و 3 كريات سوداء

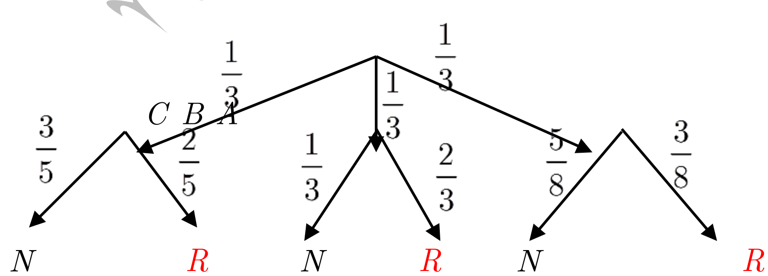
نأخذ عشوائيا أحد الصناديق و نسحب منه عشوائيا كرية واحدة.

إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق (A) ؟

حل التمرين الرابع و العشرون

الكرية الحمراء R الكرية السوداء N

❖ / احتمال أن نكون سحبنا كرة حمراء من الصندوق (A) هو: $P(A \cap R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$



❖❖ / احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراءهو:(هناك 3 مساوات):

$$P(R)=P(A\cap R)+P(B\cap R)+P(C\cap R)=\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\boxed{\frac{173}{360}}$$

❖❖❖/ احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق A علما أنها حمراء هو:

$$P_R(A)=\frac{P(A\cap R)}{P(R)}=\frac{45}{173}\simeq 0,260$$

التمرين الخامس والعشرون

يتكون مصنع لإنتاج الثلاجات من 3 أقسام حيث نساهم بـ 30 ٪، 60 ٪، 10 ٪ على الترتيب في الانتاج الكلي للمصنع واحتمالات أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في القسم C_1 هو: $0,75$؛

الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في القسم C_2 هو: $0,85$؛

الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في القسم C_3 هو: $0,90$

ما هو احتمال أن تكون الثلاجة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال؟

حل التمرين الخامس والعشرون

القسم الأولى C_1

القسم الثاني C_2

القسم الثالث C_3

احتمال أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها اشترت من هذا المصنع هو:

صالحة للاستعمال F

$$P(C_1)=0,3 \quad , P(C_2)=0,6 \quad P(C_3)=0,1\ U_1$$

$$\begin{aligned}P(F)&=P(F\cap C_1)+P(F\cap C_2)+P(F\cap C_3)\\&=P_{C_1}(F)\times P(C_1)+P_{C_2}(F)\times P(C_2)+P_{C_3}(F)\times P(C_3)\\&=0,75\times 0,3+0,85\times 0,6+0,90\times 0,1\simeq\boxed{0,822}\end{aligned}$$

التمرين السادس والعشرون

في إحدى الدراسات الخاصة بالطلبة الجامعيين و بلد معين وجدنا 30% يملكون كمبيوتر خاص من بينهم 18% يملكون سيارة و 25% من الطلبة لا يملكون سيارات.نختار عشوائيا طالب و نسمي الحوادث:

A : الحادثة "الطالب يملك سيارة".

B : الحادثة "الطالب يملك كمبيوتر".

1) استعمل شجرة الاحتمالات واحسب : $P(\overline{A})$, $P_B(A)$

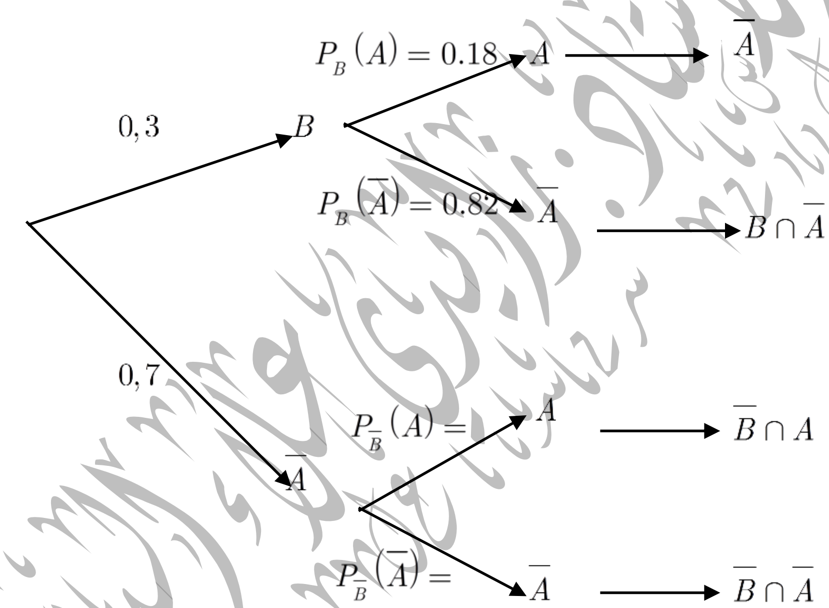
2) احسب احتمال الحوادث التالية:

أ- " الطالب يملك كمبيوتر و سيارة".
ب- " الطالب يملك كمبيوتر ولا يملك سيارة".
ج- " الطالب لا يملك كمبيوتر ولا يملك سيارة".
د- " الطالب يملك كمبيوتر علما أنه لا يملك سيارة".

3) نختار ثلاثة طلبة
أ- ما احتمال أن يكون الطلبة الثلاثة يملكون كمبيوتر.
ب- ما احتمال أن يكون طالب على الأقل يملك جهاز كمبيوتر.

حل التمرين السادس والعشرون:

1) شجرة الاحتمالات



2)
أ- احتمال الحادثة "الطالب يملك كمبيوتر و سيارة أي $A\cap B$

$$P(A\cap B)=P_B(A)\times P(B)=0,18\times 0,3=0,054$$

ب- احتمال أن يملك الطالب كمبيوتر ولا يملك سيارة أي $P(\overline{A}\cap B)$

$$P(\overline{A}\cap B)=P_B\ \overline{A}\ P\ B\ =0,3\times 0,82=0,246$$

ج- احتمال الحادثة "الطالب لا يملك كمبيوتر ولا سيارة أي $P(\overline{A}\cap\overline{B})$

$$P(\overline{A})=0,25$$
$$\overline{A}=(\overline{A}\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$$

باستعمال دستور الاحتمالات الكلية:

$$P(\overline{A}) = P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(\overline{A} \cap B) = 0,25 - 0,246 = 0,004$$

3) نختار ثلاثة طلبة: اختيار الأول مستقل عن اختيار الثاني فنحصل على ثلاثية من الطلبة.

نرمز ب C إلى الحادثة " الطلبة الثلاثة يملكون كمبيوتر"

$$P(C) = P(B) \times P(B) \times P(B) = (0,3)^3 = 0,027$$

نرمز ب K إلى الحادثة " أن يكون طالب على الأقل يملك كمبيوتر"، نستعمل الحادثة المعاكسة للحادثة K

$\overline{K}$ " الطلبة الثلاثة لا يملكون كمبيوتر"

$$P(\overline{K}) = P(\overline{B}) \times P(\overline{B}) \times P(\overline{B}) = (0,7)^3$$

$$P(K) = 1 - P(\overline{K}) = 1 - (0,7)^3 = 0,657$$

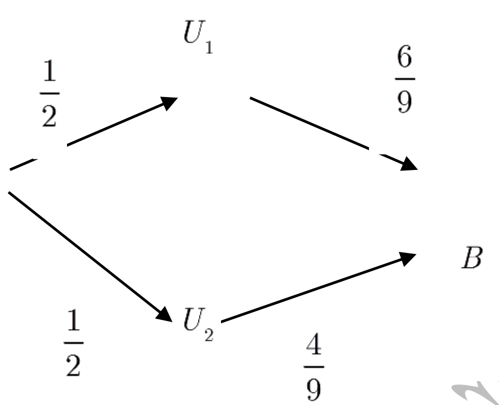
التمرين السابع و العشرون

اختبارات الكشف عن مرض ما تتم كما يلي :

- احتمال أن يكون لشخص مريض اختبار موجب هو 0,99 .
- احتمال أن يكون لشخص سليم اختبار سالب هو 0,99 .

لتكن p نسبة المرض في مجتمع ما . أحسب بدلالة p احتمال أن يكون شخص مريضا إذا كان اختباره موجبا .

التمرين السابع و العشرون



$$p(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$p(U_1 \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$p(U_1 / B) = \frac{p(U_1 \cap B)}{p(B)} = \frac{3}{5}$$

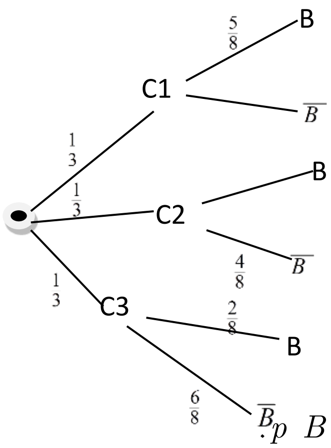
التمرين الثامن و العشرون

نعتبر ثلاثة صناديق غير متمايزة ، يحتوي الأول على 5 كريات بيضاء و 3 سوداء والثاني على 4 كريات بيضاء و 4 سوداء والثالث

على 2 بيضاوين و 6 سوداء ، الكريات لها نفس الحظ في الظهور .

نحتار صندوق عشوائيا ثم نسحب منه كرية واحدة .

1. ماهو احتمال الحصول على كرية بيضاء من الصندوق الأول ؟
2. ماهو احتمال الحصول على كرية بيضاء؟
3. ماهو احتمال سحب كرية من الصندوق الأول علما أن الكرية المسحوبة بيضاء؟



حل التمرين الثامن و العشرون:

نرمز بـ: C_1 ، C_2 ، C_3 إلى الصناديق الثلاثة و بـ B إلى الكرية البيضاء المسحوبة.

1. احتمال الحصول على كرية بيضاء من الصندوق الأول هو :

$$p\left(C_1 \cap B\right) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{24}.$$

2. احتمال الحصول على كرية بيضاء هو :

$$p\left(B\right) = p\left(C_1 \cap B\right) + p\left(C_2 \cap B\right) + p\left(C_3 \cap B\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8}\right) = \frac{11}{24}.$$

3. احتمال سحب كرية من الصندوق الأول علما أن الكرية المسحوبة بيضاء هو :

$$p_B\left(C_1\right) = \frac{p\left(C_1 \cap B\right)}{p\left(B\right)} = \frac{\frac{5}{24}}{\frac{11}{24}} = \frac{5}{11}.$$

التمرين التاسع و العشرون

في دراسة خاصة لحالة السيارات لمدينة معينة ، تبين أن 12% من السيارات ذات مكابح ضعيفة ، ومن بين السيارات ذات المكابح الضعيفة هناك 20% منها لها إضاءة ضعيفة . ومن بين السيارات ذات المكابح القوية هناك 8% منها لها إضاءة ضعيفة . لسلامة الطرقات ،طلب من شرطة المرور تكثيف مراقبة السيارات نعرف الحوادث التالية :

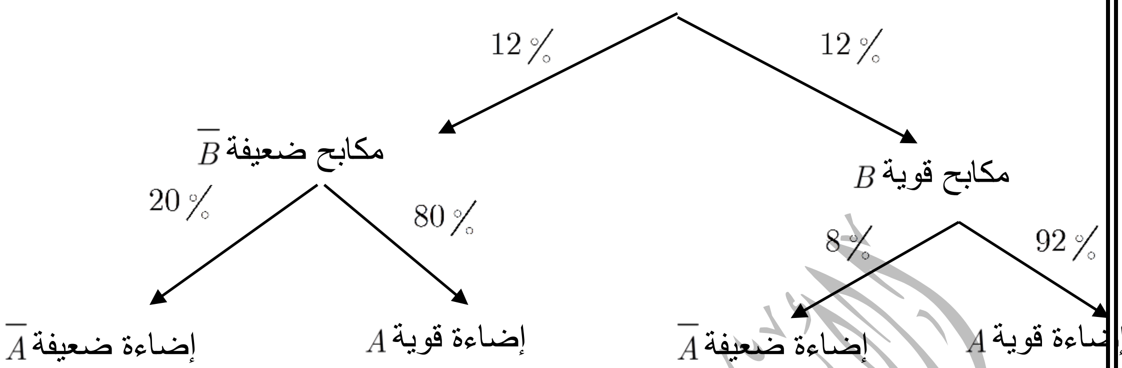
A : السيارة الموقوفة من طرف الشرطة لها إضاءة قوية

B : السيارة الموقوفة من طرف الشرطة لها مكابح قوية

1) احسب : $p_B(\overline{A})$, $p_{\overline{B}}(\overline{A})$, $p(B)$
2) احسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة ذات مكابح ضعيفة و إضاءة ضعيفة أيضا .
3) احسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة ذات مكابح قوية و إضاءة ضعيفة أيضا .
4) استنتج احتمال أن تكون السيارة الموقوفة ذات إضاءة ضعيفة .
5) علما أن السيارة المراقبة لها إضاءة ضعيفة ما هو احتمال أن تكون ذات مكابح ضعيفة .
6) برهن أن احتمال توقيف سيارة في حالة جيدة (مكابح قوية و إضاءة قوية) هو $0,8096$.

حل التمرين التاسع و العشرون

لنمثل النسب المئوية على شكل شجرة:



1) $p(B)=0,88$

2) $p_{\overline{B}}(\overline{A})=\dfrac{p(\overline{A}\cap\overline{B})}{p(\overline{B})}=\dfrac{p(\overline{A}).p(\overline{B})}{p(\overline{B})}=\dfrac{1}{5}$

3) $p_{B}(\overline{A})=\dfrac{p(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{88}{100}.\frac{8}{100}}{\frac{88}{100}}=\dfrac{2}{25}$

4) $p(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{12}{100}.\dfrac{20}{100}=\dfrac{3}{125}$

5) $P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{88}{100}.\dfrac{8}{100}=\dfrac{44}{625}$

6) $P(\overline{A})=P(\overline{A}\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{3}{125}+\dfrac{44}{625}=\dfrac{59}{625}$

7) $P_{\overline{A}}(\overline{B})=\dfrac{P(\overline{B}\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\dfrac{\frac{3}{125}}{\frac{59}{625}}=\dfrac{15}{59}$

8) $p(A\cap B)=\dfrac{88}{100}.\dfrac{92}{100}=0,8096$

التمرين الثلاثون:

يتكون قسم من $25\,\%$ بنات و $75\,\%$ ذكور . نفرض أن $60\,\%$ من البنات و $30\,\%$ من الأولاد هم تلاميذ جيدون .

نأخذ عشوائيا تلميذا من القسم ، ما هو احتمال الحوادث التالية :

A : أن يكون التلميذ بنتا .

B : أن يكون التلميذ ولدا .

C : أن يكون التلميذ جيدا.

D : أن يكون التلميذ بنتا علما أنها عنصر جيد.

حل التمرين الثلاثون

1) $p(A)=25\%=\dfrac{1}{4}$

2) $p(B)=75\%=\dfrac{3}{4}$

3) $p(C)=p(A\cap C)+p(B\cap C)=\dfrac{25}{100}.\dfrac{60}{100}+\dfrac{75}{100}.\dfrac{30}{100}=\dfrac{3}{8}$

4) $p_C(A)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(C)}=\dfrac{\dfrac{25}{100}.\dfrac{60}{100}}{\dfrac{3}{8}}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{3}{5}.\dfrac{8}{3}=\dfrac{24}{60}$

إذن: $p(D)=p_C(A)=\dfrac{2}{5}$

التمرين الواحد و الثلاثون:

يضم كيس ثلاث كرات بيضاء و كرتين حمراوين. نسحب عشوائيا عددا من الكرات على التوالي دون إرجاع.

نعتبر الحوادث التالية:

M : الكرتان مختلفتا اللون .

N : كرة على الأكثر حمراء.

1) إذا كان عدد الكرات المسحوبة اثنتين، هل الحادثتان M و N مستقلتان.

إذا كان عدد الكرات المسحوبة ثلاثة، هل الحادثتان M و N مستقلتان.

حل التمرين الواحد و الثلاثون:

نرمز للكرة البيضاء بالرمز B و للحمراء بـ R

$E=\{(B,B),(B,R),(R,B),(R,R)\}$

$p(M)=\frac{2}{4},\ p(N)=\frac{3}{4}$ لدينا $p(M).p(N)=\frac{2}{4}.\frac{3}{4}=\frac{1}{6}$ ،

$M\cap N=\{(B,R),(R,B)\}$

إذن: $p(M\cap N)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ نلاحظ $p(A\cap B)\neq p(M).p(N)$ إذن N,M غير مستقلتين

2) نفرض أن عدد الكرات المسحوبة ثلاثة ،اذن مجموعة النتائج هي:

$$E=\{(B,B,B),(B,B,R),(B,R,B),(R,B,B),(B,R,R),(R,B,R)(R,R,B),(R,R,R)\}$$

$$p(M)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}\ ,\ p(N)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\ ,\ p(M).p(N)=\frac{3}{8}$$

$M\cap N=\{(B,B,R),(B,R,B),(R,B,B)\}$ ، $p(M\cap N)=\frac{3}{8}$

نلاحظ أن $p(M\cap N)=p(M).p(N)$ إذن M و N حادثتان مستقلتان

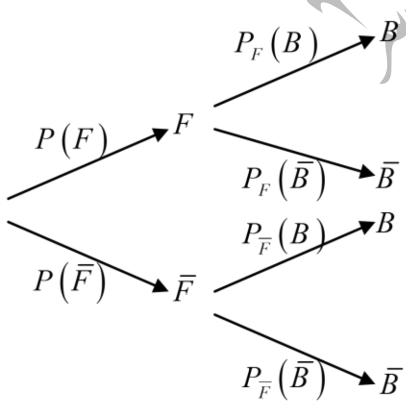
التمرين الثاني و الثلاثون:

نعتبر صندوقين U_1 و U_2 ، يضم الأول 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء و يضم الثاني كرتين بيضاوين و 5 كرات سوداء . الكرات كلها متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .

نرمي قطعة نقدية مرة واحدة ، فإذا ظهر الوجه نسحب عشوائيا كرة من الصندوق الأول ، أما إذا ظهر الظهر على قطعة النقود نسحب كرة من الصندوق الثاني .

لتكن F الحادثة " ظهور الوجه " و B الحادثة " الكرة المسحوبة بيضاء "

1) أحسب $P\ F$ و $P\ \bar{F}$
2) أحسب $P_F\ B$ و استنتج $P_F\ \bar{B}$
3) أحسب $P_{\bar{F}}\ B$ و استنتج $P_{\bar{F}}\ \bar{B}$
4) أكمل الشجرة بالنتائج المحصل عليها



حل التمرين الثاني والثلاثون:

1) حساب $P(F)$ و $P(\bar{F})$

القطعة النقدية ليست مزيفة إذن ظهور وجه أوظهر لهما نفس الإحتمال

أي : $P(F)=\frac{1}{2}$ و $P(\bar{F})=\frac{1}{2}$

2) حساب $P_F(B)$

$P_F(B)$ يعني السحب يتم من الصندوق U_1 علما أن نتيجة رمي القطعة النقدية هي F

ومنه $P_F(B)=\frac{4}{7}$

- استنتاج $P_F(\bar{B})$

لدينا $P_F(\bar{B})=1-P_F(B)=\frac{3}{7}$

3) حساب $P_{\bar{F}}(B)$

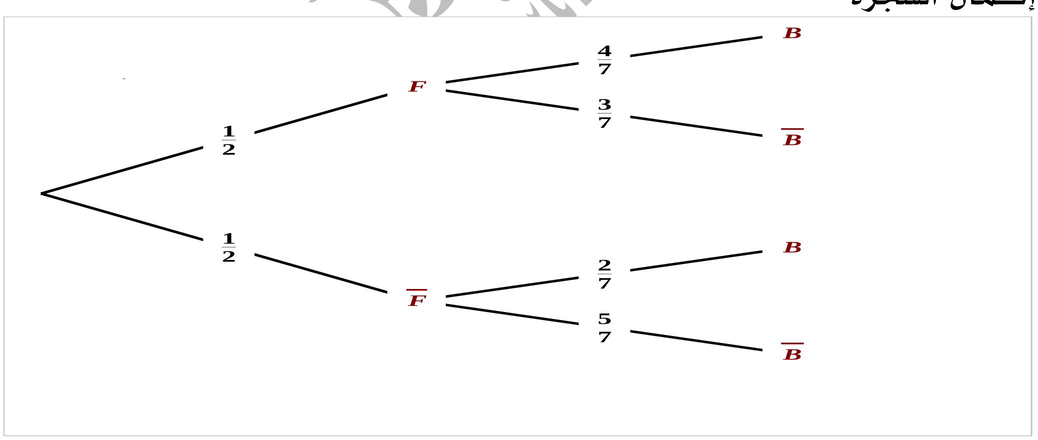
$P_{\bar{F}}(B)$ يعني السحب يتم من الصندوق U_2 علما أن نتيجة رمي القطعة النقدية هي $\bar{F}$

ومنه $P_{\bar{F}}(B)=\frac{2}{7}$

- استنتاج $P_{\bar{F}}(\bar{B})$

لدينا $P_{\bar{F}}(\bar{B})=1-P_{\bar{F}}(B)=\frac{5}{7}$

4) إكمال الشجرة



التمرين الثالث والثلاثون:

في ثانوية رسب 30% من التلاميذ في إمتحان مادة الرياضيات ورسب 20% من التلاميذ في إمتحان مادة الفيزياء ورسب 15% في لإمتحان مادة الرياضيات والفيزياء.

نختار بطريقة عشوائية أحد التلاميذ

1) ماإحتمال أن يكون التلميذ المختار راسبا في الفيزياء إذا كان را سبا في الرياضيات ؟
2) ماإحتمال أن يكون التلميذ المختار راسبا في الرياضيات إذا كان را سبا في الفيزياء ؟
3) ماإحتمال أن يكون التلميذ المختار ناجحا في الرياضيات ؟
4) ماإحتمال أن يكون التلميذ المختار ناجحا في الفيزياء ؟
5) ماإحتمال أن يكون التلميذ المختار راسبا في الرياضيات أو الفيزياء ؟
6) ماإحتمال أن يكون التلميذ المختار ناجحا في الرياضيات وناجحا في الفيزياء ؟

حل التمرين الثالث والثلاثون:

نرمز بـ A إلى الحادثة : "التلميذ المختار راسب في الرياضيات"

وبـ B إلى الحادثة : "التلميذ المختار راسب في الفيزياء"

فيكون $P(A)=\frac{30}{100}=0,3$ ، $P(B)=\frac{20}{100}=0,2$ و $P(A\cap B)=\frac{15}{100}=0,15$

1) إحتمال أن يكون التلميذ المختار راسبا في الفيزياء إذا كان را سبا في الرياضيات ؟

هو الإحتمال الشرطي للحادث B شرط أن يتحقق A أي $P_A(B)$

ومنه $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0,15}{0,3}=0,5$

2) إحتمال أن يكون التلميذ المختار راسبا في الرياضيات إذا كان را سبا في الفيزياء ؟

هو الإحتمال الشرطي للحادث A شرط أن يتحقق B أي $P_B(A)$

ومنه $P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,15}{0,2}=0,75$

3) إحتمال أن يكون التلميذ المختار ناجحا في الرياضيات ؟

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,3=0,7$$

4) إحتمال أن يكون التلميذ المختار ناجحا في الفيزياء ؟

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$$

5) إحتمال أن يكون التلميذ المختار راسبا في الرياضيات أو الفيزياء ؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,35$$

6) إحتمال أن يكون التلميذ المختار ناجحا في الرياضيات وناجحا في الفيزياء ؟

نلاحظ أن الحادثة $\overline{A} \cap \overline{B}$ هي نفي الحادثة $A \cup B$ أي $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

ومنه $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0,65$

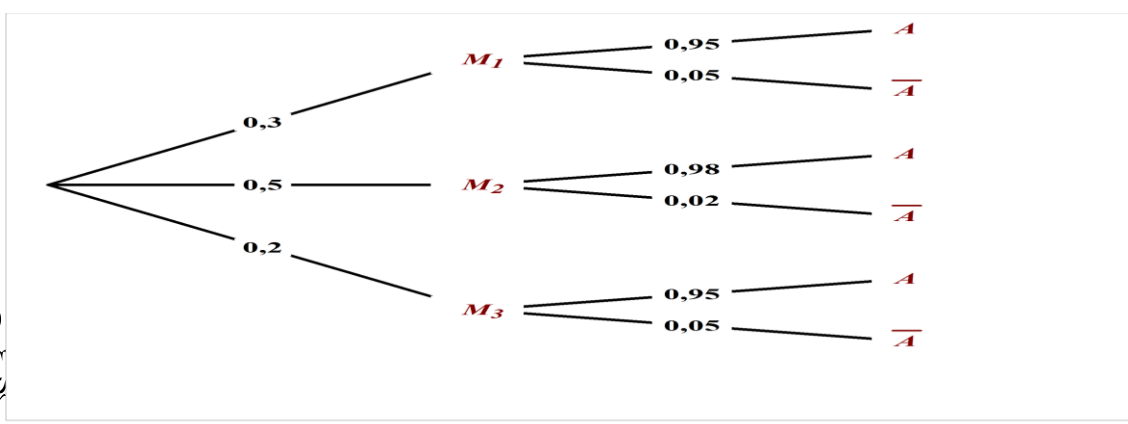
التمرين الرابع و الثلاثون:

في مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية توجد ثلاث آلات M_1 ، M_2 و M_3 ، الآلة M_1 تنتج في اليوم الواحد **3000** مصباح و 5% من المصابيح التي تنتجها معيبة ، الآلة M_2 تنتج **5000** مصباح و 2% من المصابيح التي تنتجها معيبة ، الآلة M_3 تنتج في اليوم الواحد **2000** مصباح و 5% من المصابيح التي تنتجها معيبة ، نختار عشوائيا مصباح من الإنتاج اليومي للمصنع

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية
2) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_1
3) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_2
4) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_3
5) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_1 أو الآلة M_2 وهو معيب ؟
6) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح معيبا ؟
7) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح صالحا ؟

حل التمرين الرابع و الثلاثون:

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية



2) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_1

$$P(M_1) = \frac{3000}{10000} = 0,3$$

3) إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_2

$$P(M_2) = \frac{5000}{10000} = 0,5$$

4) هو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_3

$$P(M_3) = \frac{2000}{10000} = 0,2$$

5) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح من إنتاج الآلة M_1 أو الآلة M_2 وهو معيب

لتكن L الحادثة " المصباح المختار من إنتاج الآلة M_1 أو الآلة M_2 وهو معيب "

ومنه

$$P(L) = P(M_1 \cap \overline{A}) + P(M_2 \cap \overline{A}) = P(A_1).P_{A_1}(B) + P(M_1).P(\overline{A}/M_1) + P(M_2).P(\overline{A}/M_2)$$

$$= 0,3 \times 0,005 + 0,5 \times 0,02 = 0,025 = \frac{25}{1000}$$

6) مإحتمال أن يكون هذا المصباح معيبا

$$P(\overline{A}) = P(M_1 \cap \overline{A}) + P(M_2 \cap \overline{A}) + P(M_3 \cap \overline{A}) = 0.035 = \frac{35}{1000}$$

7) ماهو إحتمال أن يكون هذا المصباح صالحا ؟

$$P(A) = P(M_1 \cap A) + P(M_2 \cap A) + P(M_3 \cap A) = 0.965 = \frac{965}{1000}$$

طريقة ثانية :

لدينا $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.035 = 0.956$

التمرين الخامس و الثلاثون

يتكون قسم من 12طالبا و 8طالبات ، نريد اختيار لجنة مكونة من خمسة أشخاص .
بكم طريقة يتم اختيار اللجنة في الحالات التالية :

1) اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب و طالبتين .

2) أن يكون في اللجنة طالبتين على الأكثر .

3) أن يكون في اللجنة طالبتين على الأقل .

4) أن يكون الطالب عبد الرحمان في اللجنة .

حل التمرين الخامس و الثلاثون

1)عدد طرق اختيار لجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب و طالبتين هو : $C_{12}^{3}\times C_{8}^{2}=220\times 28=6160$

2)عدد طرق اختيار لجنة بها طالبتين على الأكثر هو:

$$C_{12}^{3}\times C_{8}^{2}+C_{12}^{4}\times C_{8}^{1}+C_{12}^{3}\times C_{8}^{0}=6160+3960+792=10912$$

3) عدد طرق اختيار لجنة بها طالبتين على الأقل هو :

$$C_{12}^{3}\times C_{8}^{2}+C_{12}^{2}\times C_{8}^{3}+C_{12}^{1}\times C_{8}^{4}+C_{12}^{0}\times C_{8}^{5}=6160+3696+840+56=10752$$

طريقة 2:

عدد طرق اختيار لجنة بها طالبة واحدة على الأكثر هو:

$$C_{12}^{4}\times C_{8}^{1}+C_{12}^{5}\times C_{8}^{0}=3960+792=4752$$

ومنه عدد طرق اختيار لجنة بها طالبتين على الأقل هو: $C_{20}^{5}-4752=15504-4752=10752$

4) عدد طرق اختيار لجنة بحيث يكون الطالب عبد الرحمان أحد أعضائها هو : $C_{19}^{4}\times C_{1}^{1}=3876$

التمرين السادس و الثلاثون

يحتوي كيس على 2كرات بيضاء إحداهما تحمل الرقم1 و الأخرى تحمل الرقم2 و 3 كرات حمراء تحمل الأرقام 2

و 4 كرات خضراء مرقمة من 1 الى 4 .

نسحب 3 كرات في آن واحد من هذا الكيس . أحسب عدد الطرق المكنة لسحب :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون . ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم . ج) كرة بيضاء على الأقل .

د) كرة خضراء على الأكثر . هـ) مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 6

حل التمرين السادس و الثلاثون

أ) ثلاث كرات حمراء أو ثلاث كرات خضراء: $\boxed{C_{3}^{3}+C_{4}^{3}=5}$ طريقة .

ب) ثلاث كرات تحمل الرقم 2 من مجموع 5 كرات تحمل الرقم2 : $\boxed{C_{5}^{3}=10}$ طريقة .

ج) (كرة بيضاء و 2 كرات من غير البيضاء) أو (2 كرات بيضاء و كرة من غير البيضاء) .

معناه توجد: $\boxed{C_2^1 \times C_7^2 + C_2^2 \times C_7^1 = 49}$ طريقة.

د) (كرة خضراء و 2 كرات من غير الخضراء) أو (3 كرات من غير الخضراء) .

معناه توجد: $\boxed{C_4^1 \times C_5^2 + C_5^3 = 50}$ طريقة.

هـ) (3كرات تحمل رقم2) أو (كرة تحمل رقم1 و كرة تحمل رقم2 و كرة تحمل رقم3)

أو (2كرات تحمل رقم1 و كرة تحمل رقم4).

معناه توجد: $\boxed{C_5^3 + C_2^1 \times C_5^1 \times C_1^1 + C_2^2 \times C_1^1 = 21}$ طريقة.

التمرين السابع و الثلاثون

يحتوي كيس على 12 كرية منها 5 بيضاء.

نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد (كل السحبات لها نفس الاحتمال) ونعتبر أن سحب كرية بيضاء

يعطي ربحا قدره m دينارا وأن سحب كرية غير بيضاء يعطي خسارة قدرها 100 دينار و ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب الربح الجبري المحصل عليه.

1)عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي.

2)عين قيمة العدد m حتى تكون اللعبة عادلة.

3)نفرض أن $m = 140$ ، احسب احتمال الحادثة $X \succ 100$.

حل التمرين السابع و الثلاثون

1) تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X : لدينا $X\ \Omega\ =\ -300; m-200; 2m-100, 3m$.

$p\ X=-300\ = \dfrac{C_7^3}{C_{12}^3} = \dfrac{7}{44}$ ، $p\ X=m-200\ = \dfrac{C_5^1 \times C_7^2}{C_{12}^3} = \dfrac{21}{44}$ ،

$p\ X=2m-100\ = \dfrac{C_5^2 \times C_7^1}{C_{12}^3} = \dfrac{7}{22}$ ،

$p\ X=3m\ = \dfrac{C_5^3}{C_{12}^3} = \dfrac{1}{22}$

x	-300	$m-200$	$2m-100$	$3m$
$p\ X=x$	$\dfrac{7}{44}$	$\dfrac{21}{44}$	$\dfrac{7}{22}$	$\dfrac{1}{22}$

حساب الأمل الرياضياتي :

$$E(X)=\left(-300\times\frac{7}{44}\right)+\frac{21}{44}\times(m-200)+\frac{7}{22}\times(2m-100)+3m\times\frac{1}{22}=\frac{55m-7700}{44}=\frac{5m-700}{4}$$

2) **تعيين قيمة العدد m حتى تكون اللعبة عادلة:** تكون اللعبة عادلة من أجل $E(X)=0$ أي

$$m=\frac{700}{5}=140$$

3) **احتمال الحادثة $X\succ 100$** هو :

$$p(X\succ 100)=p(X=180)+p(X=420)=\frac{8}{22}=\frac{4}{11}$$

التمرين الثامن و الثلاثون

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه أحمد و امرأة واحدة اسمها
سارة، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A" تكوين لجنة تضم 3 رجال ". B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

C" تكوين لجنة تضم أحمد ". D" تكوين لجنة تضم إما أحمد أو سارة ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم المكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

حل التمرين الثامن و الثلاثون

1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : $C_{12}^{3}=\boxed{220}$

$$P(A)=\frac{C_8^3}{220}=\boxed{\frac{14}{55}}\quad,\quad P(B)=\frac{C_8^1\times C_4^2}{220}=\boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(C)=\frac{C_1^1\times C_{11}^2}{220}=\boxed{\frac{1}{4}}\quad,\quad P(D)=\frac{C_1^1\times C_{10}^2+C_1^1\times C_{10}^2}{220}=\boxed{\frac{9}{22}}$$

2) أ) القيم التي يأخذها X هي : 0، 1، 2، 3

قانون احتمال X : لدينا :

$$P(X=0)=\frac{C_4^3}{220}=\boxed{\frac{1}{55}}\quad,\quad P(X=1)=P(B)=\boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(X=3)=P(A)=\boxed{\frac{14}{55}} \quad , \quad P(X=2)=\frac{C_8^2\times C_4^1}{220}=\boxed{\frac{28}{55}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

J	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

ب) الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{1}{55}+1\times\frac{12}{55}+2\times\frac{28}{55}+3\times\frac{14}{55}=\boxed{2}$

الانحراف المعياري :

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}\left(x_i-E(X)\right)^2 p_i=(0-2)^2\frac{1}{55}+(1-2)^2\frac{12}{55}+(2-2)^2\frac{28}{55}+(3-2)^2\frac{14}{55}=\boxed{\frac{6}{11}}$$

التمرين التاسع و الثلاثون رقم 15 ص218

يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء .

1) نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد. ما عدد الحالات الممكنة للحصول على :

أ) كرة بيضاء ؟ ب) كرة بيضاء على الأقل ؟ جـ) 3 كرات ليست من نفس اللون ؟

2) نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء ونسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ) أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم: $X_n=n^2+9n+21$

ب) كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n=10713$

التمرين التاسع و الثلاثون

1) أ) كرة بيضاء تعني (كرة بيضاء وكرتان سوداوتان): $C_5^1\times C_4^2=5.6=30$

ب) كرة بيضاء على الأقل : $C_5^1\times C_4^2+C_5^2\times C_4^1+C_5^3=5.6+10.4+10=80$

جـ) هو الحادث العكسي لـ " ثلاث كرات من نفس اللون " :

$$C_9^3-\left(C_4^3+C_5^3\right)=84-\left(4+10\right)=70$$

2) عدد الكرات البيضاء $n+5$ **و عدد الكرات السوداء** $n+4$

أ) $X_n = C_{n+5}^2 + C_{n+4}^2 = \dfrac{n+5 \quad n+4}{2!} + \dfrac{n+4 \quad n+3}{2!} = n^2 + 9n + 21$

ب) $X_n = 10713,\ n^2 + 9n - 10692 = 0$ لدينا $\Delta = 42849 = 207^2$ ومنه $n = -108$ (مرفوض) أو $n = 99$ (مقبول)

بكالوريا الاحتمالات

ت1:بكالوريا 1969 ....

وحدة إنتاجية تسير بـ 10 عمال:4 نساء و 6 رجال. نريد انتخاب لجنة تسيير تتكون من 3 عمال. ما هو احتمال ان تشمل اللجنة:

1. 3 نساء
2. امرأتان على الأقل.
3. امرأتان على الأكثر.
4. على الأقل امرأة.

ت2: بكالوريا 1969 ....

يحتوي صندوق على ثلاث كريات حمراء و كريتين بيضاوين و خمس كريات سوداء، نخرج دفعة واحدة ثلاث كريات بدون اختيار.

1. ما هو الاحتمال لتكون الكريات المخرجة سوداء ؟
2. ما هو الاحتمال لإخراج كرية حمراء و كريتين سوداوين ؟
3. ما هو الاحتمال لإخراج كرية من نفس اللون ؟

ت3: بكالوريا1973..

وحدة إنتاجية يسيّرها 10 عمال منهم 4 نساء. يريد العمال تشكيل لجنة مؤلّفة من ثلاثة أعضاء.ما هو إحتمال أن تشمل اللجنة:

أ. ثلاث نساء ؟ ب. على الأقل امرأتين ؟

جـ. عللا الأكثر امرأتين ؟ د. على الأقل امرأة واحدة ؟

ت4: بكالوريا 1997 جنوب..

يحتوي كيس على 10 قريصات مرقمة من 1 إلى 10 (لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان).

نسحب في آن واحد 3 قريصات و نعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال.

1. أحسب عدد السحبات الممكنة.
2. أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية.
3. احسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها أعداد أولية.
4. احسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحدة منها عدد غير أولي.

احسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على الأقل عدد أولي. تعطى كل النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال ثم تعطى كل واحدة منها مقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان.

ت5: بكالوريا 2002 ....

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، منها 3 حمراء ، 3خضراء و 4 بيضاء.

1. **نسحب من هذا الكيس، ثلاث كرات ، في آن واحد، ما احتمال الحصول على :**
   - **أ) نفس اللون ؟**
   - **ب) الألوان الثلاثة ؟**
   - **ج) كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟**
2. **نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة.**
   - **أ) ما هو قانون الاحتمال للمتغير العشوائيX ؟**
   - **ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.**

ت6: بكالوريا تسيير1996 ....

يحتوي كيس على 5 كريات حمراء و 6 كريات صفراء و 4 كريات بيضاء، لا نفرق بينهما عند اللمس.
نسحب من هذا الكيس كريتين في آن واحد.

- **ما هو عدد إمكانيات السحب ؟**
- **ما هو احتمال الحصول على :**
  1. **كريتين من اللون الأحمر**
  2. **كرية حمراء و كرية صفراء**

كريتين ليستا من اللون الأبيض

ت7: بكالوريا تسيير1999..

لتكن $E = \ 0;2;3;5;8;9$.

1. **كم عدد أجزاء المجموعة E المؤلفة من أربعة عناصر ؟**
2. **كم عددا مؤلفا من أربعة أرقام مختلفة يمكن تشكيلها من بين أرقام المجموعة E ؟**
3. **كم عددا زوجيا مؤلفا من أربعة أرقام مختلفة مأخوذة من المجموعة E ؟**

ت8: بكالوريا تسيير2000...

يحتوي صندوق على 5 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء.نسحب 3 كريات في أن واحد و بدون اختيار.
احسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:
أ : "الكريات الثلاثة المسحوبة بيضاء".
ب : "واحدة فقط من الكريات الثلاث المسحوبة بيضاء " .
جـ : "كرية واحدة على الأقل من الكريات المسحوبة بيضاء " .

ت9: بكالوريا تسيير2001 سبتمبر...

يحتوي كيس على 5 كريات حمراء و 6 كريات صفراء و 4 كريات بيضاء.
نسحب من هذا الكيس كريتين في آن واحد و دون اختيار. أحسب احتمال كل من الأحداث التالية:

أ. الحصول على كريتين حمراوين.

ب. الحصول على كرية حمراء و كرية صفراء.

ج. الحصول على كريتين تكون إحداهما على الأقل غير بيضاء.

ت10: بكالوريا تسيير 2003..

يحتوي كيس على 12 قريصة لا نفرق بينها عند اللمس.ثلاث منها تحمل الرقم 4، أربع تحمل الرقم 5 و البقية تحمل الرقم 6.

1. نسحب من هذا الكيس بصفة عشوائية قريصتين دفعة واحدة.

أ. احسب احتمال الحصول على قريصتين مجموع رقميهما اكبر من أو يساوي 10

ب. احسب احتمال الحصول على قريصتين تحمل كل منهما رقما زوجيا.

2. نسحب من الكيس بصفة عشوائية قريصتين على التوالي دون إرجاع القريصة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.

أ. احسب احتمال الحصول على قريصتين تحملان الرقم 5.

ب. احسب احتمال الحصول على قريصتين لا تحمل أي منهما رقما فرديا.

ت11: بكالوريا تسيير 2004..

تحتوي علبة على 4 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء.كل الكرات متشابهة و لا نفرق بينها باللمس.نسحب من العلبة 3 كرات في آن واحد.

1. أحسب الاحتمال في كل حالة مما يلي:

أ. سحب كرتين بيضاوين فقط.

ب. سحب كرتين حمراوين فقط.

ج. سحب كرة بيضاء على الأكثر.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

ب. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ج. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

ت12: بكالوريا تسيير 2006..

n عدد طبيعي أكبر من 1

يحتوي صندوق على 3 كرات سوداء و n كرة بيضاء؛ كلها متمايزة عند اللمس. نسحب من هذا الصندوق عشوائيا و في آن واحد كرتين.

1. احسب بدلالة n احتمال الحصول على:

أ. كرتين من لونين مختلفين

ب. كرتين بيضاوين

جـ. كرة سوداء على الأقل

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة

أ. عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

ب. أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $\mathrm{E}(n)$ للمتغير العشوائي X

جـ. عين العدد n حتى يكون $\mathrm{E}(n)=1$

ت13 : بكالوريا تسيير 2008 – م1 ....

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام -2 , 1 , 2 و أربع حمراء الأرقام , 2 , 1 , 1 , 2

1) نسحب كرة واحدة من الكيس .

أ) ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1

ب)إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال أن يكون لونها احمرا .

2) نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون إرجاع .

أ) ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا .

ب) ما احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 .

ت14 :بكالوريا تسيير 2008 – م2 ....

يحتوي كيس على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1، 2، 2 ، 4 ، 6 ، 8 و البقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5.

1) نسحب ثلاثة قريصات من هذا الكيس واحدة تلو الأخرى دون إرجاع .

المطلوب حساب:

ا- احتمال الحصول على ثلاثة قريصات من نفس اللون .

ب- احتمال الحصول على ثلاثة قريصات بلونين مختلفين .

ج – احتمال الحصول على ثلاثة قريصات تحمل ثلاثة أرقام مجموعها 15

د- احتمال الحصول على ثلاثة قريصات مجموعها 15 علما أنها من نفس اللون .

ت15 : بكالوريا تسيير 2009– م1 ....

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها 4 كرا بيضاء تحمل الأرقام 3 ، 3، 2 ، 1 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 3 ، 3 ، 2 ، 2 ، 1 . نحسب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة .

1. شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين:

– باعتماد ألوان الكرات.

– باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات .

2. احسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) A : الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

ب) B : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

ج) C : لا يظهر الرقم 1 .

ت16 : بكالوريا تسيير 2011– م2 ....

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ن يتوزعون حسب المستوى و الصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي :

المجموع	السنة الثالثة	السنة الثانية	السنة الأولى	المستوى / الصنف

خارجيون	250	200	150	600
داخليون	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية ، احسب الاحتمالات التالية :

1) احتمال أن يكون التلميذ خارجيا.

2) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى

3) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى خارجيا

4) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي .

5) هل الحادثتان " التلميذ من السنة الأولى"و" التلميذ خارجي" مستقلتان ؟

ت17 : بكالوريا تسيير2013- م1...

في رف من رفوف مكتبة " ثانوية النجاح " ، يوجد 150 كتاب رياضيات و 50 كتاب فلسفة ، حيث 40% من كتب الرياضيات و 70% من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير و الاقتصاد .

نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا .

عيّن مع التبرير ، الجواب الوحيد الصحيح من بين الأجوبة المقترحة ، في كل حالة من الحالات التالية :

1) احتمال ان يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو:

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (جـ) $\frac{1}{150}$

2) احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير و الاقتصاد هو :

(أ) $0,24$ (ب) $0,475$ (جـ) $0,21$

3) احتمال ان يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير و الاقتصاد هو:

(أ) $0,15$ (ب) $0,4$ (جـ) $0,3$

4) إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير والاقتصاد ، فإن احتمال ان يكون كتاب رياضيات هو :

(أ) $\frac{2}{75}$ (ب) $\frac{12}{19}$ (جـ) $\frac{3}{10}$

ت18 : بكالوريا تسيير2013 – م2...

وضعت أسئلة امتحان شفوي في علبتين متماثلتين A و B . العلبة A تحتوي على 4 أسئلة في الثقافة العامة ، و 6 أسئلة في مادة الاختصاص ؛ و العلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة ، و 7 أسئلة في مادة الاختصاص .(عمليات سحب الأسئلة و اختيار إحدى العلبتين متساوية الاحتمال)

1) يختار مرشح إحدى العلبتين ليسحب منها عشوائيا ، سؤالا واحدا .

أ- شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة .

ب- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة A

ج- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة B

د- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص ؟

هـ- علما ان المترشح سحب سؤالا في الثقافة العامة ، ما احتمال ان يكون من العلبة B ؟

2) مترشح آخر يسحب عشوائيا سؤالا واحدا من العلبة A و سؤالا واحدا من العلبة B .

بيّن أن احتمال سحب سؤالين في مادة الاختصاص هو $0,42$.

ت19: بكالوريا 2015 تسيير م2..

مصنع سيارات يشتغل بوحدتين A و B و ينتج نوعين: سيارات تسير بالبنزين يرمز إليها بالرمز E و أخرى بغير البنزين $\overline{E}$

ربع إنتاج هذا المصنع تصنعه الوحدة A.

اشترى شخص سيارة من إنتاج هذا المصنع ، احتمال أن تكون هذا السيارة من صنع الوحدة A و تسير بالبنزين يساوي $\frac{1}{6}$ ، و احتمال أن تكون من صنع الوحدة B و تسير بالبنزين يساوي $\frac{3}{8}$ (تعطى كل النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال)

1) بين أن احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علما أنها من صنع الوحدة A يساوي $\frac{2}{3}$

2) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علما أنها من صنع الوحدة B

3) أ) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين .

ب) علما ان السيارة تسير بالبنزين ما احتمال أن تكون من صنع الوحدة A؟

4) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

ت20: بكالوريا 2017 تسيير م1..

استقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزعين على ثلاث شعب هي: شعبة الآداب و الفلسفة L ، شعبة العلوم التجريبية S ، شعبة التسيير والاقتصاد G .

47% من المترشحين ذكور M و الباقي اناث F .

من بين الذكور يوجد 35% في شعبة العلوم التجريبية و 49% في شعبة الآداب و الفلسفة.

من بين الاناث يوجد 10% في شعبة التسيير والاقتصاد و 37% في العلوم التجريبية.

نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز.

1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:

A " المترشح المختار انثى و من شعبة التسيير و الاقتصاد" .

B " المترشح المختار من شعبة التسيير و الاقتصاد".

C " المترشح المختار انثى علما أنه من شعبة التسيير و الاقتصاد" .

ت21: بكالوريا 2017 تسيير م2..

أجريت دراسة إحصائية حول العلاقة بين استعمال الإنترنت و امتلاك جهاز حاسوب في مدينة ما ، فكانت النتائج كما يلي :

80% من سكان هذه المدينة يملكون جهاز حاسوب.

90% من سكان هذه المدينة الذين يملكون جهاز حاسوب يستعملون الإنترنت.

60% من سكان هذه المدينة الذين لا يملكون جهاز حاسوب يستعملون الإنترنت.

نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة .

يرمز A إلى الحادثة: الشخص المختار يملك جهاز حاسوب .

يرمز B إلى الحادثة: الشخص المختار يستعمل الإنترنت .

1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2)أ) بين أن احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي 0,20 .

ب)ما احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب و يستعمل الإنترنت .

ج) ما احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب و يستعمل الإنترنت .

3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الإنترنت .

4) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما أنه يستعمل الإنترنت .

تمرين مقترح 01

يتألف قسم من 35 تلميذا من بينهم 15 بنت . 15 ولدا و 7 بنات اختاروا دراسة الانجليزية و البقية اختارت الأسبانية (كل تلميذ يختار لغة واحدة)

نرمز بـ A للحادثة: التلميذ يختار الانجليزية و بـ B للحادثة : التلميذ ولد و بـ : $A \cap B$ للحادثة: التلميذ ولد و اختار الانجليزية.

1) أكمل الجدول التالي:

	A	$\overline{A}$	المجموع
			20
$\overline{B}$			15
المجموع			35

2) ليكن الحادث A / B الذي يقرأ " A علما أن B " أي أن : اختار الانجليزية علما أنه ولد. $P\ \ A / B$

نرمز إليه بالرمز: $P_B\ \ A$.

و هو احتمال شرطي .

أ) أستنتج أن $P_B\ \ A\ = \dfrac{3}{4}$.

ب) تحقق أن : $P_B\ \ A\ = \dfrac{P\ \ A \cap B}{P\ \ B}$.

تمرين مقترح 2

يحتوي صندوق A على كرة بيضاء و 3 كرات خضراء و يحتوي صندوق B على كرتين حمراوين و كرتين سوداوين. كل الكرات غير متشابهة باللمس .

1- لدينا نرد غير مزيف أوجهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 . نرمي النرد مرة واحدة ، إذا كان الرقم مضاعف للعدد 3 نسحب عشوائيا كرة من الصندوق A و إلا نسحب كرة من الصندوق B .

أ) أحسب احتمال الحصول على كرة سوداء.

ب) ما هو اللون الذي احتمال ظهوره يكون الأكبر ؟

ج) ما هو احتمال الحصول على كرة من الصندوق B علما أنها حمراء ؟

2- نجمع كل الكرات في صندوق واحد و نسحب 3 كرات على التوالي .

أ) بين أن احتمال الحادثة " الكرة الثالثة المسحوبة هي سوداء" يساوي $\frac{1}{4}$.

ب) هل القول أن احتمال الحادثة "الكرة الأولى المسحوبة هي سوداء" اكبر من احتمال الحادثة "الكرة الثالثة المسحوبة هي سوداء" صحيح ؟

برر