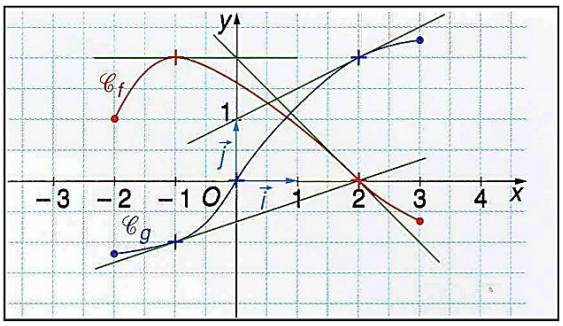
# سلسلة تمارين الدّرس -1- الاشتقاقية و الاستمرارية

## نشاط:(نشاط1ص40 من الكتاب المدرسي)

**الهدف:** استغلال التمثيل البياني في تعيين العدد المشتق.

في الشكل ادناه قمنا برسم $C_f$ و $C_g$ التمثيلين البيانيين للدّالتين $f$ و $g$ المعرّفتين و القابلتين للاشتقاق على المجال $[-2;3]$ و بعض مماساتهما.




- احسب الاعداد المشتقة التّالية:
- $f'(-1)$ $\quad g'(-1)$ $\quad f'(2)$ $\quad g'(2)$
- $(f+g)'(-1)$ $\quad (f.g)'(2)$ $\quad \left(\frac{3}{f}\right)'(-1)$ $\quad \left(\frac{f}{g}\right)'(2)$
- من أجل كلّ $x$ من المجال $[0;2]$ نضع: $h(x)=f(2x-1)$.
احسب $h'(0)$ و $h'\left(\frac{3}{2}\right)$.

## VI. مفاهيم اساسية حول الاشتقاقية:

**تطبيق01:** ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند الـ1 ثم فسّر النتيجة المحصّل عليها هندسيا في كل حالة من الحالات التّالية:

1. $f(x)=(x-1)^2$
2. $f(x)=\sqrt{x-1}$
3. $f(x)=|x-1|$

**تمرين01** نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\Re$ بـ: $f(x)=x^3+ax^2+b$.
حدد العددين $a$ و $b$ علما أن المستقيم الذي معادلته $y=x-2$ هو مماس لمنحنى الدالة $f$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

**تمرين02**(للطالب)

نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\Re^*$ بـ: $f(x)=\frac{(x-1)|x-1|+x-2}{x}$

- بين أن $f$ قابلة للإشتقاق عند 1.

## VII. استمرارية دالة على مجال:

**نشاط:** لتكن $f$ و $g$ الدّالتان المعرّفتان على المجال $[-3;3]$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x^2+1 & ;\ x\in[-3;1[ \\ f(x)=3-x & ;\ x\in[1;3] \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} g(x)=x^2-2 & ;\ x\in[-3;0[ \\ g(x)=3-x & ;\ x\in[0;3] \end{cases}$$

1. احسب صور الاعداد 3-؛ 2-و2 بالدّالتين $f$ و $g$.
2. ارسم $C_f$ و $C_g$ التمثيلين البيانيين للدّالتين $f$ و $g$ على الترتيب.
3. عيّن $f(1)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ ثمّ $g(0)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} g(x)$ ؛ ماذا تستنتج؟
4. هل يمكن رسم $C_g$ دون رفع القلم(اليد)؛ ماذا تستنتج؟

**تطبيق01:** $f$ دالة معرفة على $\Re$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\frac{x^3+1}{x+1} & ;\ x\neq -1 \\ f(-1)=3 \end{cases}$

1. ادرس استمرارية الدّالة $f$ عند1-.
2. هل الدّالة $f$ مستمرة على $\Re$.

**تطبيق02:** $f$ دالة معرفة على $\Re$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=2x+\alpha & ;\ x>1 \\ f(x)=x^2+x & ;\ x\leq 1 \end{cases}$

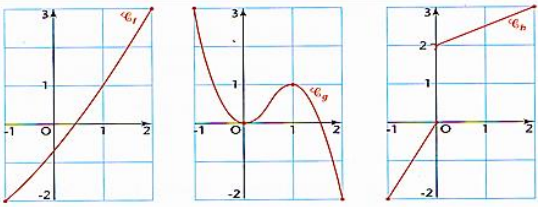
عيّن قيمة $\alpha$ حتى تكون الدّالة $f$ مستمرّة عند 1.

**تطبيق03:** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\Re$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2};x\neq 2, \\ f(2)=\frac{1}{2}. \end{cases}$

- هل الدالة $f$ مستمرة عند العدد 2؟
- هل الدالة $f$ قابلة للإشتقاق عند 2؟

## IV. مبرهنة القيم المتوسطة:

**نشاط :** إليك المنحنيات $(C_f)$، $(C_g)$ و $(C_h)$ الممثلة على التوالي للدوال $f$، $g$ و $h$ معرفة على المجال $[-1;2]$ وليكن $k$ عددا حقيقيا من المجال $[-2;3]$




1. هل الدوال $f$، $g$ و $h$ مستمرة على المجال $[-1;2]$ ؟
2. بقراءة بيانية حدد، حسب قيم العدد الحقيقي $k$، عدد حلول كل معادلة من المعادلات التالية:
$f(x)=k$ (1) $\quad g(x)=k$ (2) $\quad h(x)=k$ (3)
3. ماذا تمثل القيمتان 2- و 3 حدود المجال $[-2;3]$ ؟
4. من أجل كل عدد حقيقي $k$ من المجال $[-2;3]$،
   - هل تقبل كل معادلة من المعادلات (1)، (2) و (3) حلا على الأقل في المجال $[-1;2]$ ؟
   - هل تقبل كل معادلة من المعادلات (1)، (2) و (3) حلا وحيدا في المجال $[-1;2]$ ؟

**تطبيق01:** برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3-4x=-2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-3;-2]$.

**تطبيق02:** أثبت باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $2x^3-3x^2-1=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1.67<\alpha<1.68$.

## V. المشتقات المتتابعة:

**تمرين01:** بيّن أنّ منحني الدّالة $f$ المعرّفة على $\Re$ بـ: $f(x)=x^3-2x^2+3x$ يقبل نقطة انعطاف $\Omega$ يطلب تعيينها.

**تمرين02: (للطالب)**

بيّن أنّ المعادلة $x^4+x^3-x+1=0$ لا تقبل حلول من اجل كلّ $x$ من $\Re$

## V. عمليات على المشتقات:

**امثلة تطبيقيّة:** عيّن مجال قابلية الاشتقاق ثمّ الدوال المشتقة للدوال التالية :

1. $f(x)=5x^4-x^3+x+1$; $D_f=\Re$
2. $f(x)=\frac{2x^3-3x^2+x-6}{4}$; $D_f=\Re$
3. $f(x)=\frac{x-6}{x^2+1}$; $D_f=\Re$
4. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$; $D_f=\Re^*$

**تطبيق: (مشتق الدّالة المركبة و تطبيقاتها)** عيّن مشتقة الدّالة $f$ المعرفة على $\Re$ في كلّ حالة:

1. $f(x)=\left(x^2+1\right)^5$
2. $f(x)=2x+\sqrt{x^2+1}$
3. $f(x)=\frac{1}{\left(x^2+1\right)^3}$
4. $f(x)=\sin\left(x^2+1\right)$