# 2

ثانوية سليمان بن حمزة -عين الذهب-
السنة الثالثة
علوم تجريبية-رياضيات-تقني رياضي

التحضير للبكالوريا

## سلسلة تمارين في الـــــــدوال العددية

### التمرين 1

$I$) $g$ دالة معرفة بالعبارة : $g(x) = x^3 - 3x - 3$

❶أدرس تغيرات الدالة $g$ على $\mathbb{R}$

❷بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ من المجال $]2;3[$،ثم عين إشارة $g(x)$

$II$) $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1}$، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① بين أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على المجال $]1, +\infty[$

② أدرس تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ثم أنجز جدول تغيراتها

③ بين أن المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ثم أدرس وضعية $(C_f)$بالنسبة إلى $(d)$

④ أوجد فواصل نقط تقاطع من $(C_f)$ التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم $(d)$

⑤ أرسم في نفس المعلم المستقيمات المقاربة و $(C_f)$

### التمرين 2

$I$) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي :
$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$$
وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = ax + b + \dfrac{cx}{x^2 - 1}$ حيث $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

② أدرس تغيرات $f$ ثم عين معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى $(C)$

③بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[\frac{-4}{5}; \frac{-1}{2}]$

④ أرسم بعناية المستقيمات المقاربة والمنحنى $(C)$

⑤ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^3 - (m+1)x^2 + m + 1 = 0$

$II$) لتكن الدالة $h$ المعرفة كما يلي : $h(x) = \dfrac{|x| - x^2 + 1}{x^2 - 1}$

❶ أثبت أن الدالة $h$ زوجية.

❷ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0, 1[\cup]1, +\infty[$ فإن $h(x) = f(x)$

❸ إستنتج مما سبق إنشاء المنحنى $(C')$ الممثل للدالة $h$ في نفس المعلم

### التمرين 3

$I$) ليكن كثير الحدود : $g(x) = x^3 - 3x + 2$

① بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $g(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$

② أدرس إشارة كثير الحدود $h(x)$ حيث : $h(x) = xg(x)$.

$II$) لتكن الدالة $f$ ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}$ و$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

❶ بين أنه من أجل كل عددx من $\mathbb{R}^*$ : $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x^4}$

❷ أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

❸ بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلتهما.

❹ أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

❺ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$

❻ أرسم المنحنى $(C_f)$.

### التمرين 4

$f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بـ : $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$

و $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① أدرس تغيرات الدالة $f$.

② أوجد ثلاثة أعداد حقيقية $\alpha$ ، $\beta$ ، $\gamma$ بحيث يكون من أجل $x \in D_f$:
$$f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

③ بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مائل يطلب تعيين معادلته.

④ أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

⑤ أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل.

⑥ بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(\Delta)$ معامل توجيهه 1 ، و أكتب

معادلة له.

⑦ أنشىء المماس $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$.

⑧ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

## التمرين 5

لتكن الدالة $f$ المعرفة بـ: $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 2x + 1$، وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① برر ان الدالة $f$ معرفة من أجل كل عدد حقيقي $x$ .

② أحسب الدالة المشتقة للدالة $f$.

✍ بين أنه من أجل $x < 0$ لدينا : $f'(x) < 0$.

✍ بين أنه من أجل $x \geq 0$ لدينا : $f'(x) < 0$

③ بين أنه من أجل كل $x < 0$ لدينا : $f(x)+3x-1 = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$،

✍ أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x)+3x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

④ بين أنه من أجل كل $x > 0$ لدينا : $f(x)+x-1 = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$،

✍ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

⑤ أرسم $(C_f)$

## التمرين 6

لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة كما يلي : $f(x) = \sqrt{x^2-4x-5}$،

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① عين $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$

② أدرس قابلية الإشتقاق للدالة $f$ عند القيمتين $x_0 = -1$ و $x_0 = 5$

③ أدرس تغيرات الدالة $f$

④ برهن أن $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

⑤ أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيمين المقاربين.

⑥ برهن أن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ محور تناظر لـ $(C_f)$

⑦ أرسم $(C_f)$ و المستقيمات المقاربة.

⑧ عين مجموعة تعريف الدالة $h$ المعرفة بـ: $h(x) = \sqrt{x^2-4|x|-5}$

⑨ بين أن الدالة $h$ زوجية وأرسم منحناها البياني في المعلم الســابــق.

## التمرين 7

لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-cosx}{sinx} \; ; \; x \in ]-\pi;0[\cup]0;\pi[ \\ 0 \quad ; \quad x = 0 \end{cases}$$،

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① أثبت أن الدالة $f$ مستمرة عند $x_0 = 0$

② أثبت أن الدالة $f$ قابلة للإشتقاق من أجل القيمة $x_0 = 0$

③ بين أن الدالة $f$ فردية، ثم أدرس تغيراتها.

④ أثبت أن مبدأ المعلم هو نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$

⑤ عين إحداثيات النقطة $A$ التي يكون فيها المماس للمنحنى $(C_f)$ موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y = x$

⑥ لتكن $h$ الدالة العددية المعرفة على $]0;\pi[$: $h(x) = f(x) - x$

✍ أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $\dfrac{3\pi}{4} < \alpha < \dfrac{7\pi}{8}$

✍ ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة؟

⑦ أرسم المنحنى $(C_f)$ باستعمال النتائج الســابــقــة.

## التمرين 8

$f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x) = |x-2| + \dfrac{1}{x-1}$،

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

① أدرس استمرارية وقابلية الإشتقاق عند القيمة $x_0 = 2$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

② أدرس تغيرات الدالة $f$ وأكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى $(C_f)$

③أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;\frac{1}{2}[$.

④ أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x)-(2-x)]$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x)-(x-2)]$

⑤ أرسم المنحنى $(C_f)$ والمستقيمات المقاربة.

⑥ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة

$$|x-2| + \dfrac{1-m(x-1)}{x-1} = 0$$

⑦ $g$ دالة معرفة كما يلي : $g(x) = \left||x|-2\right| + \dfrac{1}{|x|-1}$

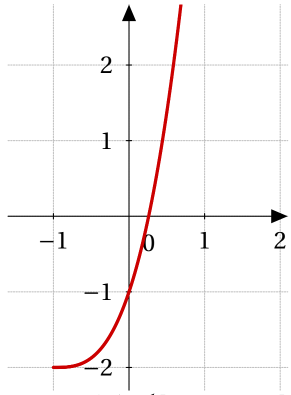
✍ بين أن الدالة $g$ زوجية

✍ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ : $f(x) = g(x)$

✍ إستنتج مما سبق التمثيل البياني للدالة $g$ و أنشئه في نفس المعلم

## التمرين 9 بكالوريا جوان 2008 - علوم تجريبية-

المنحنى التالي هو التمثيل البياني للدالة $g$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$




✍ بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة $g$ وحدد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$

✍ علل وجود عدد حقيقي $\alpha$ من المجال $]0;\frac{1}{2}[$

✍ استنتج اشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$

$f$ هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$، وليكن $(\Gamma)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ )$

① تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$ حيث $f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$

② عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

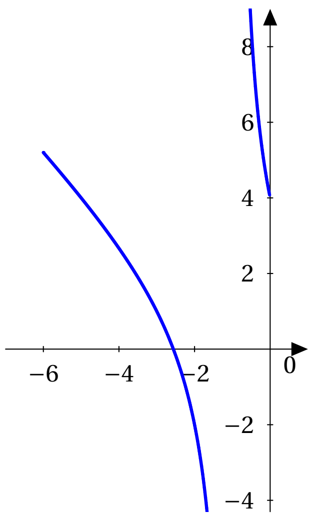
③ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسر النتيجة هندسيا.

④ شكل جدول تغيرات الدالة $f$

⑤ نأخذ $\alpha=0,26$ عين مدور $f(\alpha)$ إلى $10^{-2}$، ثم أرسم المنحنى $(\Gamma)$

## التمرين 10 بكالوريا جوان 2009 - علوم تجريبية-

I) $f$ دالة معرفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$ و$(C_f)$ منحنيها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ )$




①✍ أحسب نهايات $f$ عند حدود مجال تعريفها

✍ بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه التغير الدالة $f$ شكل جدول تغيراتها

② $g$ دالة معرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

✍ أحسب نهاية $g$ عند $+\infty$

✍ بين أن المنحنى البياني يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته.

II) $k$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$. و $(C_k)$تمثيلها البياني

❶ ✍ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

✍ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

❷ أكتب معادلتي نصفي المماسين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

❸ أرسم كلا من $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ و $(C_k)$

## التمرين 11 بكالوريا جوان 2009 - رياضي-

$f$ الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ )$

① أدرس تغيرات الدالة $f$

① -أ- بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما $(D)$ معادلته $y=x$

-ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ و $(D)$

② -أ- بين أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0$ حيث $1.3<x_0<1.4$

-ب- عين معادلة $(\Delta)$ مماسا للمنحنى $(C_f)$ في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

-ج- أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ في نفس المعلم

④ أوجد الدالة الأصلية لـ $f$ والتي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير $x$.

⑤ $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=|f(x)|$، $(C_g)$ منحنى الدالة $g$ في المعلم السابق.

✍ بين كيف يمكن إنشاء $(C_g)$ إنطلاقا من $(C_f)$، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

⑥ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة الحلول المعادلة ذات المجهول $x$ : $g(x)=m^2$

## التمرين 12 بكالوريا جوان 2010 - تقني رياضي-

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O;\vec{i};\vec{j})$

① -أ- أثبت أن الدالة $f$ فردية.

-ب- أثبت أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

-ج- أدرس تغيرات الدالة $f$.

② -أ- أكتب معادلة المماس $(T)$ لـ $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0

-ب- أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$ واستنتج أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

- ج - بين أن المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة $(d')$ المقارب الآخر

-د- أرسم $(d)$ و $(d')$ و $(C_f)$ في نفس المعلم

③ $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=|x|\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

-أ- بين أن الدالة $g$ زوجية

-ب- إنطلاقا من $(C_f)$ أرسم $(C_g)$ منحنى الدالة $g$ في نفس المعلم السابق.

**التمرين 13** بكالوريا جوان 2014 - علوم تجريبية-

$I$) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

① -أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

-ب- أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

② -أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,7<\alpha<0,8$

-ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$

$II$) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

❷ -أ- بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ :

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$$

-ب- استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلته.

-ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\Delta)$

❸ -أ- بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

-ب- استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم $x$ ثم شكل جدول تغيراتها.(نأخذ $f(\alpha)\approx-0.1$)

❹ أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

❺ أنشيء المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$

❻ لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

-أ- تحقق أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $h(x)=f(x)-2$

-ب- استنتج أن $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ $(C_h)$

بالتوفيق إن شـــاء الله بكالـوريا جوان 2019

أخي لن تنال العلم إلا بستة ... سأنبيك عن تفصيلها ببيان
ذكاء و حرص وإجتهاد وبلغة ... وصحبة أستاذ وطول زمان