ثانوية سليمان بن حمزة -عين الذهب-

السنة الثالثة

علوم تجريبية-رياضيات -تقني رياضي

3

سلسلة تمارين في الـــــــدوال الأسيـــة

التمرين 1

I) g دالة معرفة بالعبارة : $g(x) = 2x - 1 - e^{-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

❶أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$

❷ برهن أن المستقيم ذو المعادلة $y = 2x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) عند $+\infty$

❸ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,73 < \alpha < 0,74$

❹ إستنتج إشارة $f(x)$

❺ أنشئ المنحنى (C_g)

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$كما يلي : $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6(x+1)e^{-x}$

① بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $g'(x) = 6xf(x)$

② إستنتج إشارة $g'(x)$ على $\mathbb{R}$

③ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

④ بين أن $g(\alpha) = 4\alpha^3 + 9\alpha^2 + 6\alpha - 6$

التمرين 2

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

❶ -أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي : $\frac{1}{e^{-x}+1} = 1 - \frac{1}{e^x+1}$

-ب- برهن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $f(-x) + f(x) = 0$ ما ذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

❷ أحسب نهايات الدالة f عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$

❸ أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

❹ بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها

❺ استنتج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $1 - \frac{2}{e^x+1} \leq \frac{1}{2}x$

❻ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - 1 + \frac{1}{2}x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

❼ أنشيء المنحنى (C_f)

التمرين 3

I) g دالة معرفة بالعبارة : $g(x) = 1 - xe^x$

① أدرس تغيرات الدالة g

② أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق :

$\alpha \in]0,5; 0,6[$

③ استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1+x}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

❶ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 1 - \frac{(1+x)e^x}{e^x+1}$

❷ أدرس تغيرات الدالة f بالإستعانة بالدالة g

❸ عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)، ثم أنشئه.

التمرين 4

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

❶ أدرس تغيرات الدالة f

❷ بين أن النقطة $A(0; \frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

❸ عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A

❹ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$

-أ- بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$

-ب- إستنتج جدول تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

-ج- إستنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $\mathbb{R}$ -د- إستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) والمماس (T) . ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)

❺ أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

التمرين 5

I) g دالة معرفة على $]-\infty,4]$ بالعبارة : $g(x)=x-e^{-x}$

①شكل جدول تغيرات الدالة g ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$\alpha\in\left]\frac{1}{2};1\right[$

② استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty,4]$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;4]$ كما يلي : $f(x)=\frac{1+x}{1+e^{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

❶ تحقق أن $f'(x)=-\frac{e^{x}g(x)}{(1+e^{x})^{2}}$

❷ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

❸ أثبت أن $f(\alpha)=\alpha$

❹ -أ- نقبل أن المستقيم $(\Delta):y=x+1$ مقارب لـ (C_f)

-ب- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)، ثم أنشيء المنحنى (C_f)

التمرين 6

f دالة عددية معرفة على $[-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x-\frac{1-5e^{x}}{e^{x}}$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

❷ عين العدد الحقيقي a حيث : $f(x)=5-x-ae^{-x}$

❸ بين أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)

❹ أدرس الوضع النسبي بين (C) و (Δ)

❺ شكل جدول تغيرات الدالة f

❻ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $\alpha\in\left]-2;-\frac{3}{2}\right[$ و $\beta\in\left]\frac{9}{2};5\right[$، فسر النتيجة بيانيا

❼ أنشيء المنحنى (C).

❽ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=3-m$

❾ اعتمادا على (C) أنشيء (C') المنحنى الممثل للدالة $g(x)=|f(x)|$

التمرين 7

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=\frac{2e^{x}}{e^{x}-1}$

❶ أدرس تغيرات الدالة f

❷ بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة

❸ بين أن $A(0;1)$ مركز تناظر، ثم أنشئ (C_f)

❹ g دالة عددية حيث $g(x)=\frac{2e^{x}}{|e^{x}-1|}$

-أ- أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ ثم استنتج رسم (C_g) انطلاقا من (C_f)

❺ ناقش بيانيا حسب قيم الوسي الحقيقي m عدد وإشارة الحلول المعادلة : $(m-3)|e^{x}-1|=2e^{x}$

التمرين 8 بكالوريا جوان 2008 - علوم تجريبية-

I. نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[-2,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث a و b عددان حقيقيان ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$وحدة الطول $1cm$

❶ عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ من (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$

II. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[-2,+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$، (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

① بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$ وفسر النتيجة بيانيا (نذكر أن : $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^{u}=0$)

② أدرس تغيرات الدالة g، ثم أنشيء جدول تغيراتها

③ بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.

④ أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I

⑤ أرسـم (C_g)

⑥ H الدالة العددية المعرفة على $[-2,+\infty[$ بـ:

$H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان

- عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة $x\mapsto g(x)-1$

- استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0

III. لتكن الدالة k المعرفة على $[-2,+\infty[$ كما يلي : $k(x)=g(x^2)$، باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين 8 بكالوريا جوان 2008 - علوم تجريبية-

I. نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-1+\frac{4}{e^{x}+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أدرس تغيرات الدالة f

❷ بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f)

عند النقطة ω

- بين أن ω مركز تناظر للمنحنى (C_f)

❸ أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$

- استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

❹ بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77;-2,76[$

- أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}، ثم أرسم (C_f) ومستقيميه المقاربين

II. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$. (C_g) منحنى الدالة g

① بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=f(-x)$

- استنتج أن يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g)

② أنشيء في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة الدالة g)

التمرين 8 بكالوريا جوان 2009 - تقني رياضي-

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أحسب $f(x)+f(-x)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$ ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

❷ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

❸ بين أن المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

❹ بين أن للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7<\alpha<-1,6$

❺ أرسم (C_f) من أجل $x\in\mathbb{R}$

❻ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^x}{e^{-x}+1}$

❼ أحسب $\mathscr{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=x+2$ و $x=0$ و $x=\alpha$

بين أن $\mathscr{A}(\alpha)=2ln(-\alpha)$، ثم استنتج حصرا للعدد $\mathscr{A}(\alpha)$

التمرين 9 بكالوريا جوان 2010 - رياضيات-

I- نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(3-x)e^x-3$

❶ أدرس تغيرات الدالة g

❷ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $2,82<\alpha<2,83$

❸ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

① بين أن الدالة f تقبل الإشتقاق عند $x_0=0$، أكتب معادلة المماس (T) عند المبدأ

② -أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3e^{-x}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

-ب- بين أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2}{(e^x+1)^2}g(x)$

-ج- تحقق أن $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له.

-د- أنشيء جدول تغيرات الدالة f

③ أحسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$

- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وفسر النتيجة هندسيا

④ أنشيء في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f)

التمرين 11 بكالوريا جوان 2018 - علوم تجريبية-

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$

① أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

② أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

③ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0,38<\alpha<-0,37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ -أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

-ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

-ج- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) حيث : $(\Delta):y=2x+1$

❷ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج

اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

❸ أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

❹ أرسم (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=0.8$)

❺ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^x$

التمرين 12 بكالوريا جوان 2018 - رياضيات-

I. g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$

① بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$:

$g'(x)=\dfrac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$

② بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$0.9<\alpha<1$ واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II. f الدالة المعرفة على $]0:+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$ ليكن (C_f) تمثيلها البياني إلى المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

❶ -أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$

-ب- استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$:

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❷ بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)=-1$ (يمكن وضع $t=-\dfrac{1}{t}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

❸ h الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$

-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

-ب- تحقق أن $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعي النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx 1.73$)

التمرين 13 بكالوريا جوان 2018 - تقني رياضي-

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty,1[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}e^{-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني إلى المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا وأحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

❷بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\dfrac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$

و أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

❸ -أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

-ب- h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ $h(x)=e^{-x}+x-1$

أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه

من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$

❹ بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\dfrac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) فسر النتيجة بيانيا.

❺ أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2;\dfrac{2}{3}e^2\right)$ ثم أرسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $[-2,1[$

❻ m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسي الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$ حيث $x\in[-2;1[$

أخي لن تنال العلم إلا بستة ... سأنبيك عن تفصيلها ببيان

ذكاء و حرص وإجتهاد وبلغة ... وصحبة أستاذ وطول زمان