المناقشة البيانية لعدد و إشارة حلول معادلة

يصادف العديد من تلاميذ أقسام نهائيّة مشكلة في الإجابة عن السؤال المتعلق بالمناقشة البيانيّة لحلول معادلة ، هذا السؤال الذي نصادفه بكثرة في التمارين المعلقة بالدّوال التي تطرح في البكالوريا أو في التقويمات التي تجرى خلال السنة الدراسيّة (فروض و إختبارات) ، سنحاول من خلال هذه الصفحات شرح مختلف أشكال المناقشة البيانيّة وكيفيّة الإجابة عنها .

السؤال يطرح على أحد الشكلين التاليين :

- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّاليّة : (و تعطى المعادلة)
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّاليّة : (و تعطى المعادلة)

ملاحظة هامة :

المناقشة البيانيّة تعتمد عموما على منحنى دالّة تعطى عبارتها في نص التّمرين ، بحيث لابد من رسم منحناها بشكل صحيح

حالات المناقشة البيانية

الحالة الأولى : (و تسمى المناقشة الأفقية)

تعطى المعادلة في سؤال المناقشة على الشّكل : $f(x) = m$ فقط عبارة فيها الوسيط m ، العبارة التي فيها الوسيط فقط نرمز لها بالرّمز $g(m)$ أي المعادلة تعطى على الشّكل : $f(x) = g(m)$ و عندما نقول عبارة فيها الوسيط هذا يعني أنها تتضمّن فقط العدد الحقيقي m دون المتغيّر x و قد تكون هذه العبارة فيها كسر أو جذر أو قيمة مطلقة .... إلخ .

سنعطي أمثلة على سبيل الذكر لا الحصر

$f(x) = m$ ، $f(x) = m^2$ ، $f(x) = |m|$ ، $f(x) = f(m)$ ، $f(x) = f(m+1)$ ، $f(x) = 2m+1$ إلخ .

ملاحظة هامة جدا حول هذه الحالة :

في العديد من التّمارين و في السؤال حول المناقشة البيانيّة لا تعطى العبارات السّابقة واضحة بل لابد من إستخراجها باستعمال إجراء العمليات الجبريّة مثل الجمع ، الضرب و القسمة و أيضا النّشر و التحليل .

طريقة حل الحالة الأولى :

الشعب : علوم تجريبية ، ت ر ، رياضيات

حلول المعادلة $f(x) = g(m)$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : $y = g(m)$ هذا المستقيم هو مستقيم أفقي أي يوازي حامل محور الفواصل مهما تغيّرت قيمة العدد الحقيقي m .

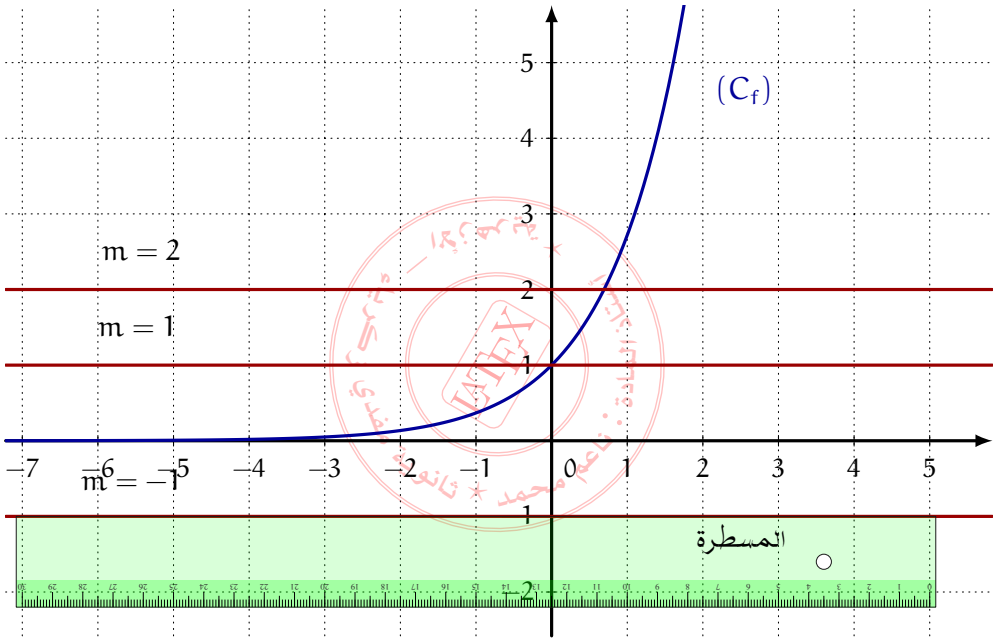
و أيضا هذا المستقيم الأفقي يقطع حامل محور التّراتيب في النّقطة ذات الإحداثيات $(0, g(m))$ بمعنى أوضح العدد $g(m)$ يتغيّر على حامل محور التّراتيب و دائما لابد من تحديد قيمة m الموافقة له في كل حالة لأنّ المناقشة حسب قيم m و ليس حسب قيم العدد $g(m)$.

مثال أول :

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$ حيث $f(x) = e^x$.

حل المثال الاول

أوّلا نقوم برسم (C_f) منحنى الدالّة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



كيف نناقش

نضع المسطرة بشكل أفقي و نقوم بسحبها أفقيا و في كلّ مرة نلاحظ تقاطع المسقيم الأفقي الذي ترسمه المسطرة و المنحنى (C_f) .

المستقيم الذي ترسمه المسطرة معادلة له $y = m$ ، بمعنى مثلا عند وضع المسطرة عند الترتيب -1 نلاحظ أن المستقيم الذي ترسمه لا يقطع المنحنى و هنا نحن في حالة $m = -1$ و هكذا (و أيضا عند وضع المسطرة عند الترتيب 0 نلاحظ أن المستقيم الذي ترسمه لا يقطع المنحنى و هنا نحن في حالة $m = 0$ ، لاحظ الشّكل السابق) ، بهذه الطريقة يمكن أن نستنتج ما يلي :

من أجل $m \leq 0$ المستقيم الأفقي الذي ترسمه المسطرة لا يقطع المنحنى و منه المعادلة: $f(x) = m$ لا تقبل حلولا .

من أجل $m > 0$ المستقيم الأفقي الذي ترسمه المسطرة يقطع المنحنى في نقطة واحدة و منه المعادلة: $f(x) = m$ تقبل حلا واحدا .

و هذه هي المناقشة البيانيّة لحلول المعادلة : $f(x)=m$ السابقة .

مثال ثاني :

f دالّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

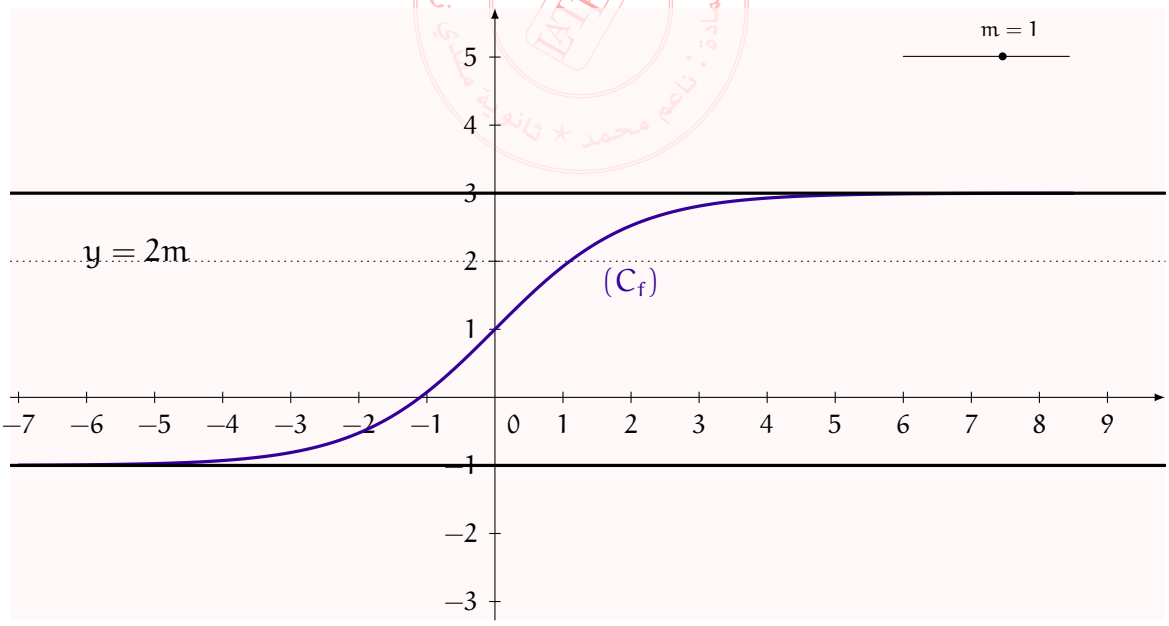
ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(3-2m)e^x=2m+1$.

حل المثال الثاني :

- في البداية نلاحظ أنّ المعادلة لم تعطى على الشّكل $f(x)=g(m)$ و بالتّالي أوّلا لابد من إجراء بعض العمليات الجبريّة لتتغيّر المعادلة و تصبح على الشّكل $f(x)=g(m)$.

لدينا $(3-2m)e^x=2m+1$ و منه $3e^x-2me^x=2m+1$ و منه $3e^x-1=2me^x+2m$ و منه $3e^x-1=2m(e^x+1)$ و منه $\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=2m$ و منه المعادلة تصبح على الشّكل $f(x)=2m$.

- حلول المعادلة $f(x)=2m$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم الأفقي (الموازي لحامل محور الفواصل) الذي معادلة له : $y=2m$ ، هذا المستقيم يقطع حامل محور التّراتيب في النّقطة ذات الإحداثيات $(0,2m)$ مهما تغيّر العدد الحقيقي m .
- نرسم (C_f) .



كيفية المناقشة :

لو نضع المسطرة بشكل أفقي (تكون توازي حامل محور الفواصل) ، ثمّ نقوم بسحبها بشكل أفقي و نلاحظ في كل مرّة نقاط تقاطع المستقيم الذي ترسمه المسطرة مع حامل محور التراتيب مع مراعات هنا أنّ المسطرة تقطع حامل التّراتيب في النقط ذات الإحداثيات $(0,2m)$ أي التغيّر هنا يتعلق بـ $2m$ (نعيّن قيمة m المرفقة له في كلّ حالة) .

- لو نعود إلى الشّكل و نقوم بما ذكرته سابقا نجد أنّ :

الشعب : علوم تجريبية ، ت ر ، رياضيات

◁ من أجل $2m \leq -1$ أي $m \leq \frac{-1}{2}$ المسطرة لا تقطع المنحنى (C_f) و منه من أجل $m \leq \frac{-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ لا تقبل حلولا.

◁ من أجل $2m \geq 3$ أي $m \geq \frac{3}{2}$ المسطرة لا تقطع المنحنى (C_f) و منه من أجل $m \geq \frac{3}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ لا تقبل حلولا.

◁ من أجل $-1 < 2m < 1$ أي $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ المسطرة تقطع المنحنى (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها سالبة من أجل $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا سالبا .

◁ من أجل $1 < 2m < 3$ أي $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ المسطرة تقطع المنحنى (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها موجبة من أجل $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا موجبا .

الخلاصة :

من أجل $m \geq \frac{3}{2}$ أو $m \leq \frac{-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ لا تقبل حلولا .

من أجل $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ المعادلة $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا سالبا .

من أجل $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ المعادلة $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا موجبا.

الحالة الثانية : (و تسمى المناقشة المائلة)

تعطى المعادلة في سؤال المناقشة على الشّكل : عبارة فيها الوسيط m $+ x \times$ عدد حقيقي ثابت غير معدوم $= f(x)$ ، العبارة التي فيها الوسيط فقط نرمز لها بالرّمز $g(m)$ و العدد الثابت غير المعدوم نرمز له بـ a أي المعادلة تعطى على الشّكل : $f(x) = ax + g(m)$ (قد تكون العبارة $g(m)$ تتضمّن كسرا أو جذرا أو جمعا أو جداء) ، و أمثلتي عن ذلك كما يلي : $f(x) = x + m$ ، $f(x) = 2x - m$ ، $f(x) = \frac{1}{2}x + 2m$ ، $f(x) = -x + m^2$ ، $f(x) = 3x + f(m)$ ، $f(x) = x + f(2m+1)$ ... إلخ .

ملاحظة هامة جدا حول هذه الحالة :

كما قلنا في الحالّة الأولى ، في العديد من التّمارين و في السؤال حول المناقشة البيانيّة لا تعطى العبارات السّابقة واضحة بل لابد من إستخراجها باستعمال إجراء العمليات الجبريّة مثل الجمع ، الضرب و القسمة و أيضا النّشر و التحليل .

طريقة حل الحالة الثانية :

حلول المعادلة $f(x) = ax + g(m)$ حيث a عدد حقيقي ثابت غير معدوم و $g(m)$ عبارة تتعلق بـ m بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : $y = ax + g(m)$ هذا المستقيم هو مستقيم مائل ، معامل توجيهه a ، مهما تغيّرت قيمة العدد الحقيقي m ، و يقطع حامل محور التّراتيب في النّقطة ذات الإحداثيات $(0, g(m))$ بمعنى أوضح العدد $g(m)$ يتغيّر على حامل محور التّراتيب و دائما لابد من تحديد قيمة m الموافقة له في كل حالة

المستقيم الذي معادلة له $y = ax + g(m)$ يوازي المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y = ax$ مهما تغيّرت قيمة العدد الحقيقي m ، هذه المعلومة تفيدنا في تحديد كيفية تغيّر وضعيّة المستقيم الذي معادلة له : $y = ax + g(m)$ بحيث يكون دائما يوازي المستقيم (Δ) ، و في أغلب التّمارين يكون (Δ) يوازي إما المستقيم المقارب المائل للمنحنى

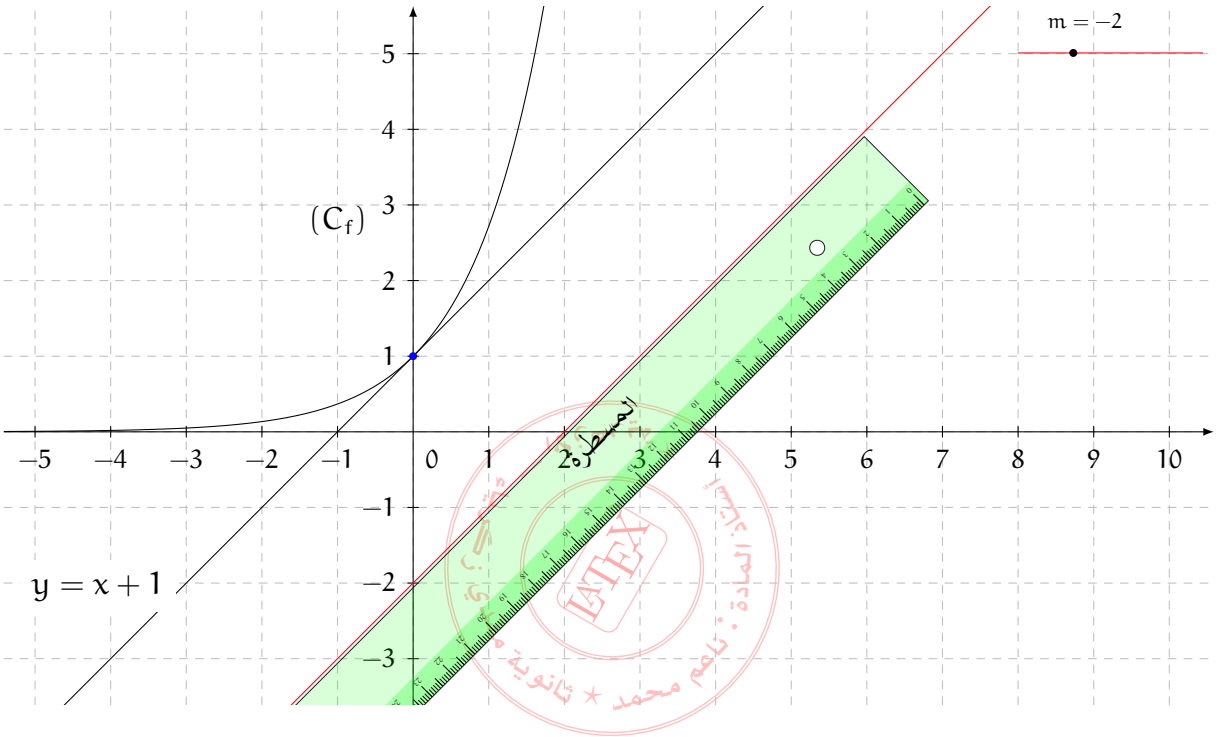
الممثّل لـ f أو يوازي أحد مماساته .

مثال أول :

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$ حيث $f(x) = e^x$.

حل المثال الاول

أوّلا نقوم برسم (C_f) منحنى الدالّة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. و نرسم مماسه عند النّقطة ذات الفاصلة 0



كيف نناقش

نضع المسطرة بشكل مائل بحيث تكون بالتّوازي مع المستقيم الذي معادلة له $y = x$ (المنصف الأوّل) ، و نقوم بسحبها بالشّكل المائل مع الحفاظ على التّوازي مع المنصّف الأوّل و نلاحظ نقط تقاطع المستقيم الذي ترسمه المسطرة مع المنحنى (C_f) (أنظر الشّكل السابق).

- في البداية معادلة المماس لـ (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 من الشّكل : $y = x + 1$ هذا المماس كما نلاحظ معامل توجيهه 1 أي يوازي المنصف الأوّل .
- المستقيم الذي ترسمه المسطرة معادلة له من الشّكل $y = x + m$ و يقطع محور التّراتيب في النّقطة ذات الإحداثيات $(0, m)$ أي أنّ m يتغيّر على حامل محور التّراتيب و هو دائما ترتيب نقطة تقاطع المستقيم الذي ترسمه المسطرة مع حامل محور التّراتيب ، فمثلا من أجل $m = 2$ نلاحظ أنّ المسطرة ترسم مستقيما لا يقطع المنحنى .
- إذا وضعنا المسطرة على المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 نلاحظ أنّها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها 0 (هنا $m = 1$ لأنّ المماس يقطع محور التراتيب في النقطة ذات التّرتيب 1).

إذا سحبنا المسطرة قليلا فوق المماس بالتوازي معه نلاحظ أنّها تقطع المنحنى في نقطتين (هنا $m > 1$) ، و إذا قمنا بسحبها

الشعب : علوم تجريبية ، ت ر ، رياضيات

أسفل المماس بالتّوازي معه نلاحظ أنّها لا تقطع المنحنى (هنا $m < 1$)

● الخلاصة :

◁ إذا كان : $m = 1$ المعادلة $f(x) = x + m$ تقبل حلا واحدا .

◁ إذا كان : $m > 1$ المعادلة : $f(x) = x + m$ تقبل حلين .

◁ إذا كان : $m < 1$ المعادلة : $f(x) = x + m$ لا تقبل حلولا .

مثال ثاني :

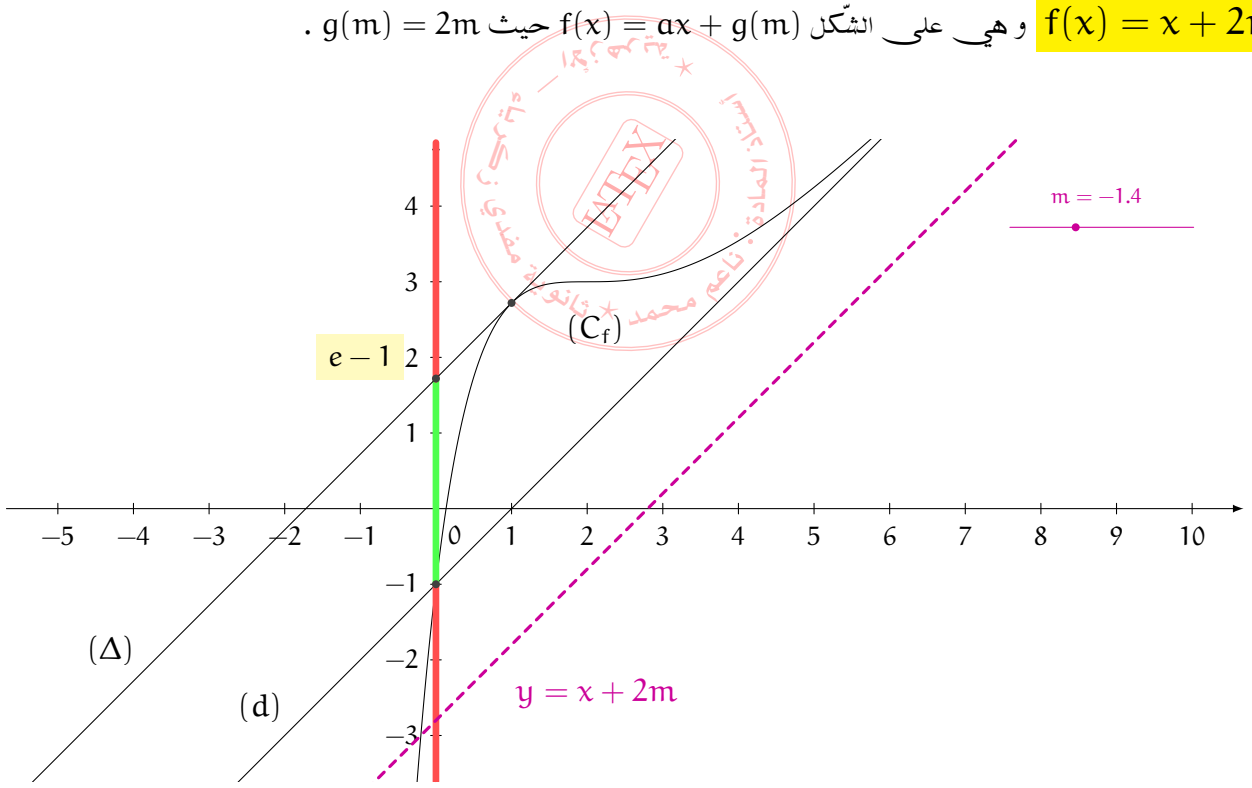
f دالّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارةحلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-1}} = 2m + 1$.

حل المثال الثاني

● أولا لابد من تغيير المعادلة لتصبح على الشّكل $f(x) = ax + g(m)$.

لدينا $\frac{x}{e^{x-1}} = 2m + 1$ ، بإضافة $x - 1$ إلى الطرفين نجد : $x - 1 + \frac{x}{e^{x-1}} = x - 1 + 2m + 1$ و منه المعادلة تصبح : $f(x) = x + 2m$ و هي على الشّكل $f(x) = ax + g(m)$ حيث $g(m) = 2m$.



المناقشة

حلول المعادلة $f(x) = x + 2m$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : $y = x + 2m$ ، هذا المستقيم معامل توجيهه 1 فهو يوازي المستقيم الذي معادلة له : $y = x$ (لكن في الرّسم المنحنى (C_f) له مستقيم مقارب مائل (d) معادلته : $y = x - 1$ الذي معامل توجيهه 1 أيضا و (C_f) له مماس واحد معامل توجيهه 1 هو المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y = x + e - 1$ ، معادلة المماس مطلوبة في سؤال سابق قبل المناقشة)، و منه المستقيم الذي معادلة

له : $y = x + 2m$ يوازي دائما المماس (Δ) و المستقيم المقارب المائل (d) ، و هذا مهما تغيّرت قيمة العدد الحقيقي m، أيضا هذا المستقيم يقطع حامل محور التّراتيب في النّقطة ذات الإحداثيات $(0, 2m)$

◁ للمناقشة إذن نضع المسطرة بشكل مائل بالتّوازي مع المقارب المائل .

عندما تكون المسطرة منطبقة على المقارب المائل (d) نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها معدومة ، المقارب المائل يقطع محور التّراتيب في النقطة التي ترتيبها -1 و منه هنا قيمة $2m$ هي -1 أي $m = -\frac{1}{2}$.

لو نسحب المسطرة أسفل المقارب المائل و بالتّوازي معه قليلا نلاحظ أنّها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها سالبة (أي هنا $2m < -1$ أي $m < -\frac{1}{2}$) .

لو نحرّك المسطرة بين المقارب المائل و المماس (Δ) بالتّوازي معهما نلاحظ أنّها تقطع المنحنى في نقطتين فاصلتيهما موجبتين (أي هنا $-1 < 2m < e-1$ أي $-\frac{1}{2} < m < \frac{e-1}{2}$) لأنّ المماس (Δ) يقطع محور التّراتيب في النّقطة التي ترتيبها $e-1$.

لو نضع المسطرةعلى المماس (Δ) نلاحظ أنّها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها 1 (هنا $2m = e-1$ أي $m = \frac{e-1}{2}$) .

لو نسحب المسطرة فوق المماس و بالتّوازي معه نلاحظ أنّها لا تقطع المنحنى (هنا $2m > e-1$ أي $m > \frac{e-1}{2}$).

الخلاصة

- إذا كان $2m = -1$ أي $m = -\frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلا معدوما .
- إذا كان $2m < -1$ أي $m < -\frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلا واحدا سالبا .
- إذا كان $-1 < 2m < e-1$ أي $-\frac{1}{2} < m < \frac{e-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلين موجبين .
- إذا كان $2m = e-1$ أي $m = \frac{e-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلا واحدا موجبا .
- إذا كان $2m > e-1$ أي $m > \frac{e-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ لا تقبل تقبل حلولا .

الحالة الثالثة : (و تسمى المناقشة الدورانية او الدائرية)

تعطى المعادلة في سؤال المناقشة على الشّكل : عبارة أخرى فيها الوسيط m $\times x +$ عبارة فيها الوسيط $= f(x)$ أو عدد حقيقي ثابت $\times x +$ عبارة فيها الوسيط $= f(x)$ ، العبارة التي فيها الوسيط نرمز لها بالرّمز $g(m)$ و الأخرى بـ $g'(m)$ و العدد الثابت نرمز له بـ b أي المعادلة تعطى على الشّكل : $f(x) = g(m)x + g'(m)$ أو $f(x) = g(m)x + b$

(قد تكون العبارة $g(m)$ تتضمّن كسرا أو جذرا أو جمعا أو جداء و أيضا العبارة $g'(m)$) ، و أمثلتي عن ذلك كما يلي :

$f(x) = mx+1$ ، $f(x) = |m|x-2$ ، $f(x) = \frac{1}{2}mx+2m$ ، $f(x) = m^2x+1$ ، $f(x) = -mx$ ، $f(x) = f(m)x+2$ ، ... إلخ .

ملاحظة هامة جدا حول هذه الحالة :

كما قيل في الحالتين الأولى و الثانيّة، في العديد من التّمارين و في السؤال حول المناقشة البيانيّة لا تعطى العبارات

الشعب : علوم تجريبية ، ت ر ، رياضيات

السّابقة واضحة بل لابد من إستخراجها باستعمال إجراء العمليات الجبريّة مثل الجمع ، الضرب و القسمة و أيضا النّشر و التحليل .

طريقة حل الحالة الثالثة :

حلول المعادلة $f(x)=g(m)x+g'(m)$ أو $f(x)=g(m)x+b$ حيث $b\in\mathbb{R}$ ، $g(m)$ ، $g'(m)$ عبارتان تتعلقان بـ m بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : $y=g(m)x+g'(m)$ (أو $y=g(m)x+b$) هذا المستقيم هو مستقيم يدور(يشمل نقطة ثابتة مهما تغيّر العدد الحقيقي m و معامل توجيهه $g(m)$) ، بمعنى معامل توجيهه يتغيّر بتغيّر العدد الحقيقي m لكن في كل الحالات يكون المستقيم يشمل نقطة ثابتة ، وهي النقطة التي يدور حولها .

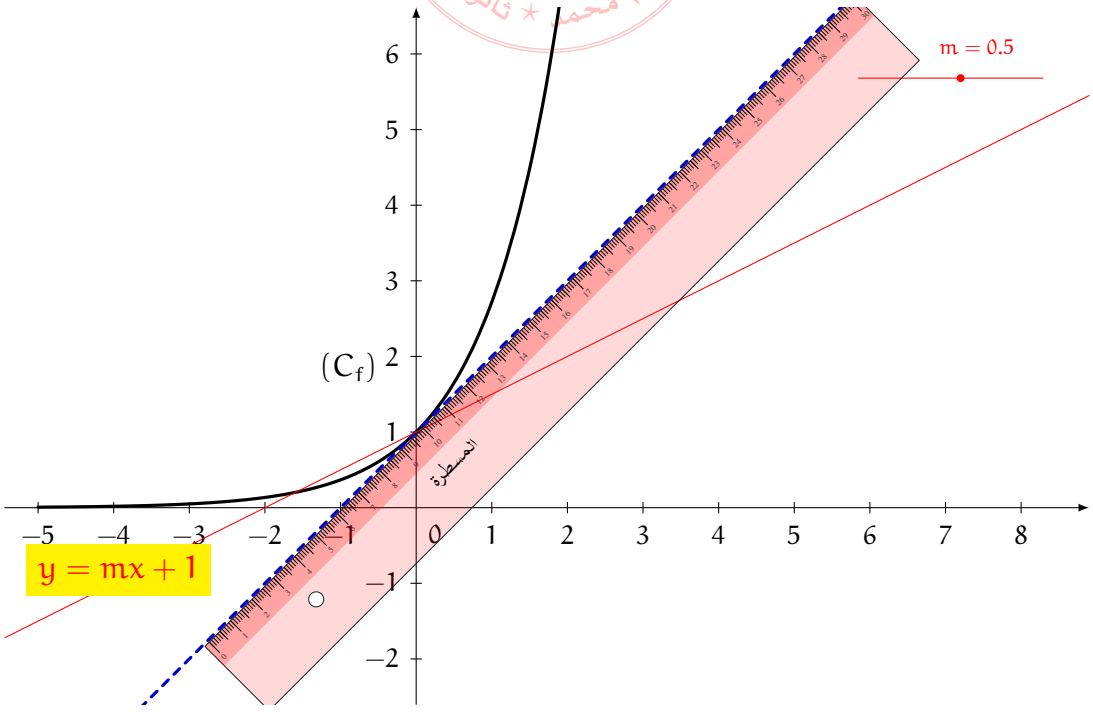
لتعيين إحداثيات النقطة التي يدور حولها المستقيم نقوم بحل المعادلة : $y_0=g(m)x_0+g'(m)$ أو $y_0=g(m)x_0+b$ (على حسب المعادلة التي تعطى) حيث النقطة التي يدور حولها المستقيم إحداثياتها (x_0,y_0) .

$y_0=g(m)x_0+g'(m)$ تكافئ $y_0-g(m)x_0-g'(m)=0$ و $y_0=g(m)x_0+b$ تكافئ $y_0-g(m)x_0-b=0$ ، من أجل كلّ عدد حقيقي m ، بحل إحدى المعادلتين السابقتين نجد إحداثيات النقطة التي يدور حولها المستقيم .

- في أغلب التّمارين يكون المستقيم الذي معادلة له : $y=g(m)x+g'm$ (أو $y=g(m)x+b$) ينطبق على المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) أو ينطبق على أحد مماساته من أجل قيمة معيّنة لمعامل توجيهه .مما يساعدنا على تحديد كيفيّة تغيّر معامل توجيه ذلك المستقيم بتغيّر قيم العدد الحقيقي m .

مثال أول :

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx+1$ حيث $f(x)=e^x$.



المناقشة :

حلول المعادلة $f(x)=mx+1$ بيانا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : $y=mx+1$

.

- هذا المستقيم معامل توجيهه m و يشمل نقطة ثابتة مهما تغيّر m ، لتعيين إحداثيات النّقطة الثابتة نحل المعادلة :

$y_0 = mx_0 + 1$ حيث (x_0, y_0) هي إحداثيات النقطة الثابتة التي يشملها المستقيم .

$y_0 = mx_0 + 1$ أي $y_0 - 1 - mx_0 = 0$ مهما كان m و منه : $y_0 = 1$ و $x_0 = 0$ أي المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ يشمل النقطة ذات الإحداثيات $(0;1)$ من أجل كلّ قيمة للوسيط m .

لو نضع المسطرة عند النّقطة ذات الإحداثيات $(0,1)$ و نقوم بتدوير المسطرة في الإتجاهات المختلفة نلاحظ أنّه توجد وضعيّة للمسطرة بحيث تنطبق على المماس لـ (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 هذا المماس معامل توجيهه 1 (أنظر الشّكل السّابق) .

- لو نقوم بتدوير السطرة بعد وضعها على المماس السّابق مثل إتجاه عقارب السّاعة ، نلاحظ أنّها أنّها تقطع المنحنى في نقطتين عندما تكون في الوضع المائل تحت المماس و عندما تكون في الوضع الأفقي فإنّها تقطع المنحنى في نقطة واحدة و أيضا عندما تكون تحت الوضع الأفقي .
- الأن نقوم بتدوير المسطرة بعد وضعها على المماس نحو الأعلى (عكس إتجاه عقارب السّاعة) نلاحظ أنّها دائما تقطع المنحنى في نقطين .

ملاحظات :

- عندما تكون المسطرة على المماس لـ (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 ، يكون m الذي يمثّل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ يساوي 1.
- عندما تكون المسطرة تحت المماس لـ (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 ، يكون m الذي يمثّل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ أقل من 1.
- عندما تكون المسطرة فوق المماس لـ (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 ، يكون m الذي يمثّل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ أكبر من 1.
- عندما تكون المسطرة في الوضع الأفقي بعد تدويرها انطلاقا من المماس لـ (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 في إتجاه عقارب السّاعة ، يكون m الذي يمثّل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ يساوي 0.

الخلاصة :

◁ إذا كان : $m = 1$ أو $m \leqslant 0$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلا معدوما .

◁ إذا كان : $m > 1$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلّين .

◁ إذا كان : $0 < m < 1$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلّين . (هذه الخلاصة هي ما يكتبه التّلميذ في الورقة للإجابة عن سؤال المناقشة)

مثال ثاني :

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = mx + 1$ حيث $f(x) = 1 - \dfrac{\ln x^2}{x}$ ، .

$D_f = \mathbb{R}^*$

الشعب : علوم تجريبية ، ت ر ، رياضيات

• أولا يمكن أن نثبت أنّ (C_f) يقبل مماسا يشمل النّقطة $A(0,1)$ في النقطتين ذات الفاصلتين $\sqrt{e}$ ، $-\sqrt{e}$ ، معامل توجيه هذا المماس هو $-\frac{1}{e}$ (هذا المماس مطلوب في أحد الأسئلة المتعلّقة بهذا التّبرين) .

◁ حلول المعادلة $f(x)=mx+1$ بيانا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم الذي معادلته : $y=mx+1$ الذي معامل توجيهه m و يشمل النّقطة ذات الإحداثيات $(0,1)$ مهما تغيّر m .

• في حالة هذا المستقيم ينطبق على المماس أي $m=-\frac{1}{e}$ (لأنّ معامل توجيه المماس هو $-\frac{1}{e}$) نجد أنّ المستقيم ذو المعادلة : $y=mx+1$ يقطع المنحنى في نقطتين فاصلتيهما مختلفتين في الإشارة و منه المعادلة السّابقة تقبل حلّين مختلفتين في الإشارة .

برسم مستقيم ينطبق على المماس السّابق و تدويره حول النّقطة ذات الإحداثيات $(0;1)$ نجد الخلاصة التّاليّة :

الخلاصة :

• إذا كان : $m=-\frac{1}{e}$ المعادلة $f(x)=mx+1$ تقبل حلّين مخلفتين في الإشارة .

• إذا كان : $m<-\frac{1}{e}$ المعادلة $f(x)=mx+1$ لا تقبل حلولا .

• إذا كان : $-\frac{1}{e}<m<0$ المعادلة $f(x)=mx+1$ تقبل أربعة حلول إثنان موجبان و إثنان سالبان .

• إذا كان : $m\geq 0$ المعادلة $f(x)=mx+1$ تقبل حلّين مخلفتين في الإشارة .