التمكن من حساب النهايات و التفسير الهندسي

التمرين (01):

في كل حالة من الحالات التالية عين أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f ثم أحسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها و عين معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f .

1) $f(x)=\dfrac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$ 2) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+4}{x-1}$ 3) $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$ 4) $f(x)=\dfrac{-4x+8}{x^2-4x+5}$ 5) $f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

6) $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$ 7) $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ 8) $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ 9) $f(x)=x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

10) $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$ 11) $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x-2}{2(x^2-1)}$

التمرين (02):

احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-3x+2}$ 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x+2}{x^3-3x^2-x+3}$ 3) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{x-2}{4x+3}}$ 4) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x-2\sqrt{x}\right)$ 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ 6) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x+1}$

7) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ 8) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$ 9) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$

التمرين (03):

احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة:

1) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-2x\right)$ 2) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}+x\right)$ 3) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}-x\right)$ 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x+2}}$

5) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3}$ 6) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}\right)$ 7) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+5}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$ 8) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ 9) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x(x-3)}{x-\sqrt{x+1}-1}$

10) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x+1\right)$ 11) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$ 12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$ 13) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^2+(x-1)\sqrt{1-x}}{x+\sqrt{x^2+1}}$

التمرين (04):

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4+x^3-7x^2+8x-12}{x-2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2007}-1}{x-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\dfrac{\pi}{2}}$ 4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{x+1}$ 5) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin x-1}{6x-\pi}$ 6) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$

التمرين (05):

f دالة عددية لمتغير الحقيقي x معرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{|x+1|}{x-1} ; x<1 \\ f(x)=x^2-1; x\geq 1 \end{cases}$

- أدرس السلوك التقاربي للدالة f.

التمرين (06):

f دالة عددية لمتغير الحقيقي x معرفة كما يلي : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{mx^2-2}{x^2+1} ; x<0, \\ \dfrac{2x^4}{x^4+6} ; x\geq 1. \end{cases}$

- عين قيمة العدد الحقيقي m حتى يقبل منحنى الدالة f نفس المستقيم المقارب بجوار $+\infty$ وبجوار $-\infty$.

التمرين (07):

f دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x^2+3x}{2x-1}$

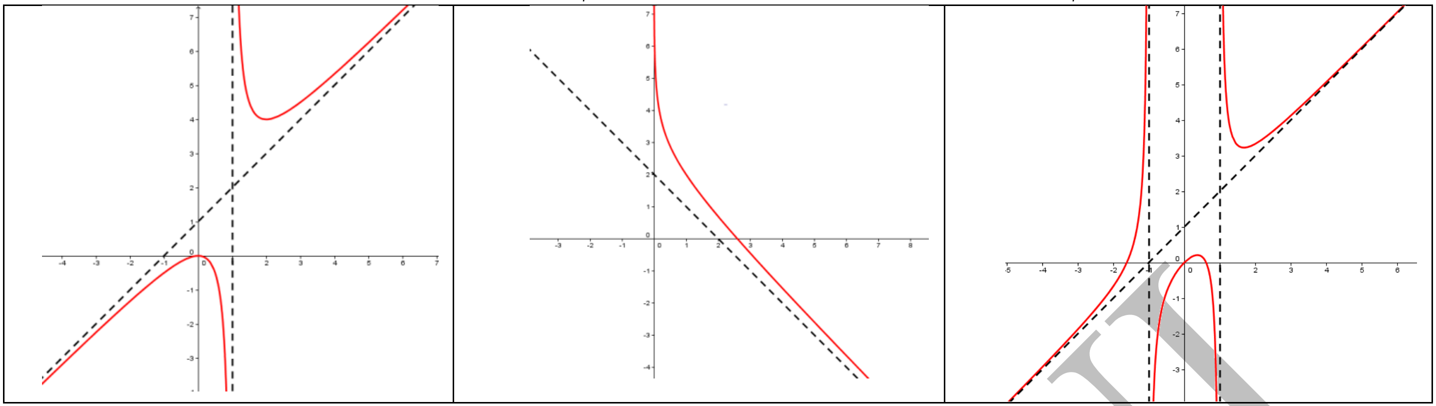
1) عين مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أوجد الأعداد الحقيقية a، b، c حيث $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2x-1}$

3) بين أن منحنى الدالة f يقبل مستقيمين مقاربين. ثم بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر لمنحنى الدالة f.

التمرين (07):

في كل حالة من الحالات التالية عين D_f مجموعة تعريف و النهايات في حدود المجموعة D_f وشكل جدول تغيرات لكل دالة.



التمرين (08):

لتكن الدالة f المعرفة بجدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$ $\quad$ -2	0	2 $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$ ‖	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$ ‖	$-$
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$ ‖	$-\infty \nearrow -\frac{1}{4} \searrow -\infty$ ‖	$+\infty \searrow 1$

بالستعمال جدول التغيرات :

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم حدد النهايات عند حدود D_f .

2) حدد معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f

3) في معلم متعامد ومتجانس . أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالة f .

التمرين (09):

النهايات و المقارنة (الترتيب)

لتكن f دالة معرفة على $D=[0;+\infty[$ حيث: $f(x)=\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x+1}}$

1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا: $x^2<x^2+x+1<(x+1)^2$ و $x\le\sqrt{x^2+x+1}<x+1$

2) استنتج انه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا: $1-\frac{1}{x+1}\le f(x)\le 1+\frac{1}{\sqrt{x}}$

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{x+1}\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ ثم إستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

التمرين (10):

باستعمال مبرهنات المقارنة احسب النهايات التالية:

(1 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{2-\sin x}$ (2 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sin x}{x^2+1}$ (3 $\lim\limits_{x\to0}x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ (4 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x+E(x)\right)$ (5 $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x+E(x)\right)$ حيث E هي دالة الجزء الصحيح

(6 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin 3x-\cos 2x}{x}$ (7 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x(1+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$ (8 $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+3}-\sqrt{x}$

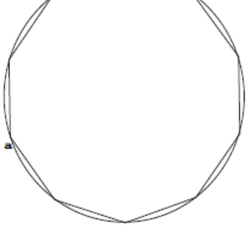
التمرين (11):

أحسب النهايات التالية باستعمال النهاية $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$ أو تعريف العدد المشتق أو تبديل المتغير.

(1 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{\sin 5x}$ (2 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 4x}{x}$ (3 $\lim\limits_{x\to0}\frac{x\sin x}{1-\cos x}$ (4 $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}$ (5 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan ax}{bx}$ (6 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$ (7 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x-1}{2\cos x-\sqrt{2}}$

(8 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{x-\frac{\pi}{6}}$ (9 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1-\cos x}}{2x}$ (10 $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sin(x-2)}{\sin 3(2-x)}$ (11 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan\frac{x}{5}}{\sin 5x}$ (12 $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos 3x}{\tan x^2}$.

التمرين (12):



هل تساءلت يوما لماذا مساحة قرص نصف قطره r هي πr^2 ؟ إليك برهان من بين البراهين: خذ قرص نصف قطره r مركزه O و ارسم داخله مضلع منتظم مركزه O ذي n رأس بحيث رؤوسه تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها r . 1) بين أن مساحة المضلع تساوي: $\frac{1}{2}r^2 n\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$

2) استنتج عندئذ مساحة القرص.

الاستمرارية

التمرين (13):

f دالة عددية حيث : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x|x-2|}{(x-2)(|x|+1)}; x\neq 2, \\ f(2)=\dfrac{2}{3}. \end{cases}$.

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f، ثم أحسب النهايات عند أطراف D_f

2) عين مجموعة تعريف استمرار الدالة f.

التمرين (14):

لتكن f دالة عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-4}{|x-2|}; x\in\mathbb{R}-\{2\}, \\ f(2)=4. \end{cases}$

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f، ثم أحسب النهايات عند أطراف D_f

2) أدرس استمرار الدالة f عند العدد $x_0=2$.

التمرين (15):

لتكن f دالة عددية معرفة كما يلي $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2|x|\sqrt{x^2}}{x}+4;\ x\in\mathbb{R}^*, \\ f(0)=4. \end{cases}$

1) عين مجموعة تعريف الدالة f.

2) عين مجموعة تعريف استمرار الدالة f.

التمرين (16):

لتكن f دالة عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x)=2x+b\ ;\ x>1, \\ f(x)=x^2+x\ ; x\leq 1. \end{cases}$

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f.

(2) عين قيمة b حتى تكون الدالة f مستمرة عند العدد $x_0=1$

التمرين (17):

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=x^2-2x+1; x\leq 2 \\ f(x)=x^2+x-5; x>2 \end{cases}$

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 2 . هل الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟ لماذا؟

التمرين (18):

f دالة عددية معرفة كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}; x\neq 1 \\ f(1)=3 \end{cases}$

ادرس استمرارية f عند 1 . هل الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟

التمرين (19):

f دالة معرفة على $[-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x}; x>0 \\ \dfrac{1-x^2}{x-2}\quad ; x\leq 0 \end{cases}$

1) أدرس استمرارية f عند 0 ثم استنتج أن f مستمرة على $[-1;+\infty[$

التمرين (20):

حدد العدد الحقيقي α حتى تكون الدالة f المعرفة بـــ :

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{x^2+1}}{x}; x\neq 0 \\ \alpha\qquad ; x=0 \end{cases}$ مستمرة على $\mathbb{R}$

التمرين (21):

برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3-4x=-2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-3;-2]$

التمرين (22):

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;2]$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=2x+1\ \ ; 0<x\leq 1 \\ f(x)=-2x+3\ ; 1\leq x<2 \end{cases}$

1) هل يمكن تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لإثبات أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلولا في المجال $[0;2]$ ؟

2) تحقق أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا في $[0;2]$.

التمرين (23):

لتكن f دالة مستمرة على المجال $]-3;+\infty[$ و جدول تغيراتها هو الآتي:

x	-3		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	2

بين أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب إعطاء حصرا لفاصلتيهما. ثم عين اشارة $f(x)$

التمرين (24):

بين أن المعادلات التالية تقبل حلا، على الأقل في المجال I

1) $x^4+x^2+4x-1=0$ ، $I=[0;1]$

2) $\cos x=x$ ، $I=[0;\pi]$ 3) $2\sin x-x=0$ ، $I=\left[\dfrac{\pi}{3};\pi\right]$

التمرين (25):

f دالة معرفة على $I=[-1;1]$ بالعبارة: $f(x)=4x^3-3x-\dfrac{1}{2}$

1) أحسب $f(1)$، $f(0)$، $f\left(\dfrac{-1}{2}\right)$ و $f(-1)$

2) استنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ في المجال $I=[-1;1]$

التمرين (26):

1) f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ بحيث $f(a)>a$ و $f(b)<b$

بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[a;b]$

2) f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ بحيث $f(a)<ab$ و $f(b)>b^2$

- بين أنه يوجد عدد حقيقي c من المجال $[a;b]$ بحيث يكون $f(c)=bc$

التمرين (27):

n عدد طبيعي غير معدوم .

1) بين أن المعادلة $x^{n+1}-2x^n+1=0$ تقبل حلا محصورا بين $\dfrac{2n}{n+1}$ و 2

2) هل المعادلة $x^8-2x^7+1=0$ تقبل حلا في $\mathbb{R}$، إذا كان الجواب نعم عين حصرا لهذا الحـــــل.

التمرين (28):

نعتبر الدالتين $f:x\mapsto\sqrt{x+1}$ و $g:x\mapsto -x^3$

بين أن المنحنيين (C_f) و (C_g) الممثلين للدالتين f و g على الترتيب يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $-\dfrac{7}{8}<x_0<-\dfrac{3}{4}$.

الاشتقاقية

التمرين (29):

ادرس قابلية اشتقاق الدوال التالية عند القيمة x_0 مفسرا بيانيا في كل مرة النتيجة:

1) $f(x)=\left(x^2-2x+3\right)^2\ ,\ x_0=1$ 2) $f(x)=\sqrt{x-2}\ ,\ x_0=2$

3) $f(x)=\frac{1}{x}+\sqrt{x}\ ,\ x_0=1$ 4) $f(x)=2x\left|x-1\right|,\ x_0=1$

5) $f(x)=3x+\left|x^2-4\right|,\ x_0=-2$ 6) $f(x)=x\sin x\ ,\ x_0\in\mathbb{R}$

التمرين (30):

احسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالية مبينا المجموعة التي تجري الحسابات عليها.

1) $f(x)=x^3\left(x^2+1\right)^4$ 2) $f(x)=\frac{x^4(x-1)^2}{\left(x^2+1\right)^3}$

3) $f(x)=\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)^n$ 4) $f(t)=\frac{2t+1}{\sqrt{t^2+t+2}}$

5) $f(x)=\cos^3\left(x^2+1\right)+\sin\left(x^2+1\right)$ 6) $f(t)=\tan^3 t$

التمرين (31):

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ 2) $\lim_{x\to 3}\frac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ 3) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}$

4) $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\sin 3x}{2\cos x-1}$ 5) $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x-1}{2\cos x-\sqrt{2}}$ 6) $\lim_{x\xrightarrow{>}0}\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$

التمرين (32):

n عدد طبيعي غير معدوم، و x عدد حقيقي يختلف عن 1

1) بسط المجموع: $1+x+x^2+...+x^n$

2) استنتج تبسيطا للعبارة: $1+2x+3x^2+...+nx^{n-1}$

التمرين (33):

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f(x)=\frac{2x+5}{x-1}$

1) عين f' ، f'' ، f''' و $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f

2) أعط تخمينا، حسب قيم العدد n لعبارة $f^{(n)}(x)$.

التمرين (34):

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\cos x$

1) من أجل كل عدد حقيقي x ، أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$ و $f^{(3)}(x)$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، ومن أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f^{(n)}(x)=x\cos\left(x+\frac{n\pi}{2}\right)+n\cos\left(x+(n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

التمرين (35):

نعتبر الدالة f المعرفة بـ :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{1-\cos x}{\sin x};x\in\left]-\frac{\pi}{2},0\right[\cup\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\\ f(0)=0\end{cases}$$

1)أدرس استمرار الدالة f عند 0، هل الدالة f تقبل الإشتقاق عند 0 ؟

التمرين (36):

1) نعتبر الدالة المعرفة بـ : $f(x)=\frac{(x-1)\left|x-1\right|+x-2}{x}$

بين أن f قابلة للإشتقاق عند 1.

2) نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $\begin{cases} f(x)=\frac{\sin^3\pi\left|x\right|}{x^2};x\neq 0 \\ f(0)=0\end{cases}$

أدرس استمرار وإشتقاق الدالة f عند 0.

التمرين (37):

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^3+ax^2+b$.

حدد العددين a و b علما أن المستقيم الذي معادلته $y=x-2$ هو مماس لمنحنى الدالة f في النقطة ذات الفاصلة 1 .

التمرين (38):

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي $f(x)=ax+b+\frac{8}{x}$

حدد العددين a و b علما أن منحنى الدالة f يمر من النقطة $A(-2,6)$ ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

التمرين (39):

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_n(x)=\left(x^2-2x\right)^n$

1) أدرس تغيرات الدالة f_n (ميز الحالتين n زوجي ثم فردي)

2) نسمي C_n الممثل للدالة f_n في معلم متعامد ومتجانس

أ) تحقق من أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحنى C_n

ب) برر أن C_n يمر من أربع نقط إحداثياتها مستقلة عن العدد الطبيعي n

جـ) أحسب إحداثيات هذه النقط. أرسم في نفس المعلم المنحنيين C_1 و C_7

التمرين (40):

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ

$f(x)=1+2\cos x+\cos 2x$

1) أثبت أن الدالة f دورية و دورها 2π

2) بين أن الدالة f زوجية و استنتج مجال كافي لدراسة تغيرات الدالة f

3) ادرس تغيرات الدالة f

4) أوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

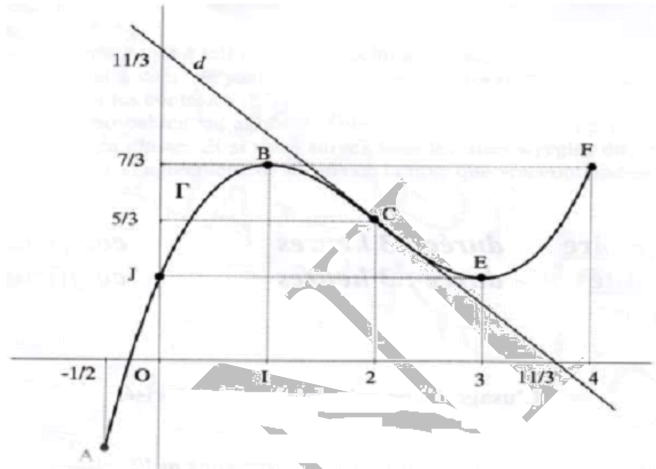
5) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-\pi;\pi]$ و كيف يمكن إستنتاج (C_f)

6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد حلول الجملة:

$$\left\{\cos^2 x+\cos x=\frac{m}{2}\ ;-\pi\le x\le\pi\right\}$$

التمرين (41):

f دالة معرفة على $D_f=\left[-\frac{1}{2};4\right]$ ، منحنيها البياني معطى كما يلي:



باستعمال التمثيل البياني :

1) عين جدول تغيرات الدالة f .

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\left]-\frac{1}{2};0\right[$

3) عين إشـــــارة $f(x)$ على D_f .

4) عين $f(2)$ ، $f'(2)$ ، $f''(2)$

5) أكتب معادلة المماس d و المماسين في النقطتين B و E .

6) حل على D_f المعادلات و المتراجحات التالية: $f(x)<0$ ، $f(x)>0$ ، $f(x)-\frac{5}{3}=0$ ، $1-f(x)<0$

7) g الدالة العددية المعرفة على $\left[-\frac{1}{2};4\right]$ بـ: $g(x)=|f(x)|$

- عين جدول تغيرات الدالة g .

- أنشئ (C_g) في معلم متعامد و متجانس.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$.

التمرين (42):

1) إقرأ : $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f'(1)$ و $f'(5)$

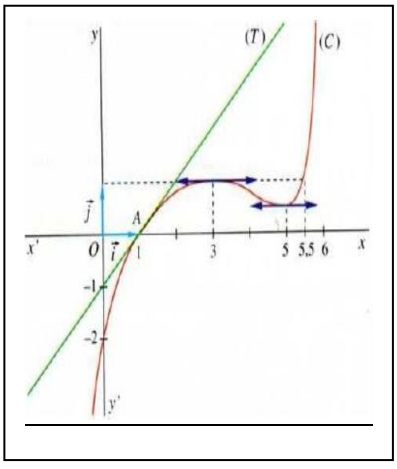
2) حل بيانيا على $[0;6]$:

أ) المعادلة $f(x)=0$

ب) المتراجحة $f(x)\geq 1$.

ج) المتراجحة $f'(x)\leq 0$

3) عين معادلة للمماس (T) في $A(1;0)$ للمنحنى (C)



التمرين (43):

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$

1) عين الأعداد a ، b ، c بحيث يكون لـ: (C_f) مستقيم مقارب معادلته $y=x-3$ و يقبل ذروة عند النقطة التي فاصلتها 3 .

2) أدرس تغيرات الدالة f شكل جدول تغيراتها.

3) أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (D_1) ، (D_2) معامل توجيه كل منهما -3 ، يطلب إعطاء إحداثيات نقطتي التماس M_1 ، M_2 و معادلتي المماسين.

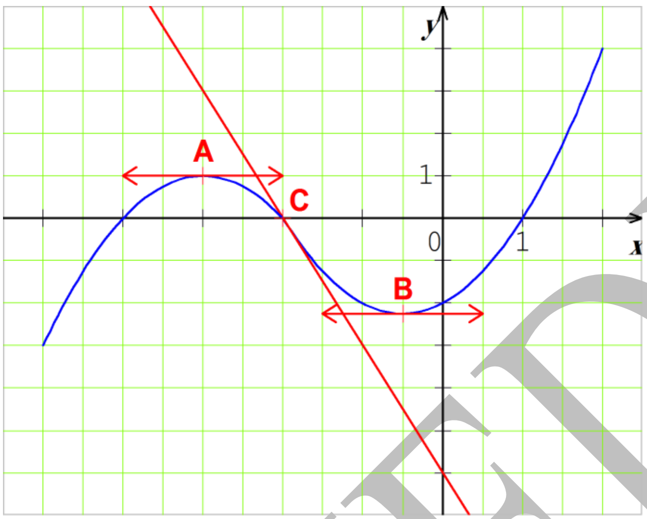
4) أرسم بدقة المماسين (D_1) ، (D_2) ثم المقاربات ثم (C_f) .

5) (Δ) مستقيم معرف بـ: $y=-3x+m$

أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع (C_f) و (Δ) .

التمرين (44):

المنحنى البياني (C_f) التالي هو للدالة f قابلة للاشتقاق على مجموعة



تعريفها

1) عين مجموعة تعريف الدالة f .

2) بقراءة بيانية عين العدد المشتق f عند كل من $-\frac{1}{2}$ ، -3 و -2

علما أن ترتيبة النقطة B هو $-\frac{9}{4}$

3) استنتج معادلات المماسات للمنحنى (C_f) عند A ، B و C .

التمرين (45):

1) $f(x)=ax^3+bx^2+1$ ، عين العددين a ، b علما أن (C_f) يقبل عند النقطة $A(1;2)$ مماسا أفقيا.

2) $f(x)=\frac{3x^3+ax+b}{x^2+1}$

- ، عين العددين a ، b علما أن المماس في النقطة ذات الفاصلة 0 معرفة بالمعادلة $y=4x+3$.

التمرين (46):

نعتبر الدالة المعرفة f على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=x-x^2$ ، (C) المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد و متجانس

1) ادرس استمرارية f عند القيمة $x_0=0$

2) أ)ادرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند $x_0=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة $O(0;0)$

3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $h(x)=|x|-x^2$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) ادرس استمرارية و قابلية الاشتقاق للدالة h عند $x_0=0$

ب) اكتب معادلتي نصفي المماسين (D) و (T) للمنحنى (C_h) عند النقطة $O(0;0)$

التمرين (47):

نعتبر الدالة f المعرفة على بالعلاقة

$$\begin{cases} f(x)=x^2+1 & ; x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- ادرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانيا

2- اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0;1)$

3- هل الدالة قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها ؟

التمرين (48):

لتكن الدالة f المعرفة بالعلاقة: $f(x)=|x^2-1|$ على $\mathbb{R}$ و (C_f) تمثيلها البياني في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)اثبت ان من اجل كل عدد حقيقي h غير معدوم،لدينا:

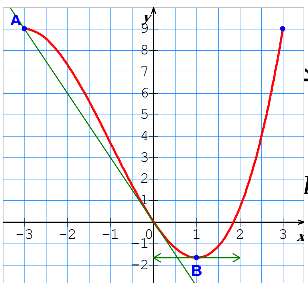
$$\frac{f(h-1)}{h}=\frac{|h^2-2h|}{h}$$

2)هل الدالة قابلة للاشتقاق عند -1 ؟ماذا تستنتج بالنسبة للمنحن (C_f)

3) اكتب معادلتي نصفي المماسين للمنحنى (C_f) عند النقطة $B(-1;0)$

التمرين (49):

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$ في م م



(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A و (T) هو المماس للمنحنى (C) عند النقطة $B\left(1;-\frac{5}{3}\right)$

1)احسب العدد المشتق $f'(0)$ و $f'(1)$ ثم استنتج $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}$

2) اكتب معادلة ديكارتية لكل من المماسين (Δ) و (T) .

3) بين ان للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<2$

4) استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $[-3;3]$.

5) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-3;3]$

6) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0;3]$ بالعلاقة

$g(x)=[f(x)]^2$

أ)عين مجال اشتقاق الدالة g ثم احسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$

ب) استنتج جدول تغيرات الدالة g على المجال $[0;3]$

7)نفرض ان f معرفة على المجال $[-3;3]$ بالعلاقة $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ عين الأعداد a ، b ، c و d .

التمرين (50):

نعتبر الدالة f المعرفة بجدول تغيراتها الموالي:

x	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

نقبل ان من اجل كل عدد حقيقي $x>1$ لدينا $f(x)=ax+\frac{b}{x+c}$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة

1) بين ان المنحنى (C) للدالة f يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب ثم استنتج قيمة للعدد c

2) من جدول تغيرات الدالة استنتج قيمة كل من العددين a و b .

3) بين ان للمنحنى (C) مستقيم مقارب مائل (D) بجوار $+\infty$

4) ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (D) ثم انشئ المنحنى (C) في معلم متعامد ومتجانس .

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعلاقة $g(x)=f(-x)$

أ) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

6) لتكن الدالة h المعرفة على $]-\infty;-1[$ بالعلاقة $h(x)=f(-x)$

أ) بين ان h قابلة للاشتقاق على $]-\infty;-1[$.

ب)ادرس اتجاه تغيراتها وشكل جدول تغيراتها . ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y=2x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

5. أوجد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ثم أرسم المستقيمات المقاربة و (C_f).

بالتوفيق بكالوريــــــــا جوان 2015
