التمرين 01:

يحتوي كيس على ست كرات زرقاء تحمل الأعداد 0 ، 0 ، 0 ، 1 ، 1 ، 2 وكرتين سوداوين تحملان العددين 0 ، 1 (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

1) أحسب احتمال كل من الحدثين:

A : للكرتين المسحوبتين نفس اللون.

B : جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.

حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين 02:

يحتوي كيس على تسع كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس، كرتان بيضاوان تحملان الرقمين 1 ، 1 وثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 وأربع كرات سوداء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية:

A : الكرات المسحوبة مختلفة الألوان (كرة من كل لون).

B : الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم.

C : من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل كرة واحدة حمراء.

2) أحسب احتمال الحدث $A \cap B$.

التمرين 03:

يحتوي كيس على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس، من بينها 6 قريصات حمراء اللون والبقية بيضاء اللون.

نسحب من الكيس ثلاث قريصات واحدة تلوى الأخرى دون إرجاع.

شكل شجرة الاحتمالات، ثم احسب احتمال الحصول على:

أ- ثلاث قريصات من نفس اللون.

ب- ثلاث قريصات من لونين مختلفين.

التمرين 04:

يحتوي كيس على عشر (10) كريات، منها خمس (5) كريات بيضاء، ثلاث (3) كريات حمراء وكريتين (2) خضراوين.

1) نسحب من الكيس كريتين على التوالي وبإرجاع، ونعتبر كل السحبات لها نفس الاحتمال.

ـ ما هو احتمال الحصول على:

أ- كريتين من نفس اللون؟

ب- كريتين من لونين مختلفين علما ألا واحدة منهما حمراء؟

2) نسحب من الكيس كريتين على التوالي وبدون إرجاع، ونعتبر كل السحبات لها نفس الاحتمال.

ـ ما هو احتمال الحصول على:

أ- كريتين من نفس اللون؟

ب- كريتين من لونين مختلفين علما ألا واحدة منهما حمراء؟

التمرين 05:

يحتوي كيس على ثلاث (3) كريات بيضاء، وسبع (7) كرات سوداء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).

ـ نعتبر التجربة العشوائية التالية:

نسحب كرة واحدة من الكيس، فإذا كانت بيضاء نتوقف، وإذا كانت سوداء نضعها جانبا ونسحب كرة ثانية وأخيرة من الكيس.

لتكن C و D الحادثتين التاليتين:

C: الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى.

D: الحصول على كرة بيضاء.

أ- أحسب احتمال الحدث C.

ب- بين أن احتمال الحدث D يساوي $\frac{8}{15}$.

التمرين 06:

في لعبة رمي السهام، نقسم الهدف إلى أربع أجزاء كما يظهر في الشكل المجاور.

نفرض أن الرميات مستقلة، وأن الرامي يصيب الهدف في كل رمية.

1) يسدد الرامي سهما واحدا، ونسمي:

p_0 احتمال الحصول على 0 نقطة.

p_3 احتمال الحصول على 3 نقاط.

p_5 احتمال الحصول على 5 نقاط.

علما أن:

$$\begin{cases} p_0 + p_3 + p_5 = 1 \\ p_5 = \frac{1}{2} p_3 \\ p_5 = \frac{1}{3} p_0 \end{cases}$$

- أحسب p_0، p_3 و p_5.

2) إحدى مراحل اللعبة، تقتضي رمي 3 سهام كحد أقصى.

يعتبر الرامي فائزا بالمرحلة إذا تحصل على 8 نقاط أو أكثر من مجموع نقاط الرميات الثلاث.

إذا تحصل الرامي على 8 نقاط أو أكثر بعد رميتين فقط، لا يكمل رمي السهم الثالث المتبقي بحوزته.

نسمي:

G_2 الحدث: يفوز الرامي بالمرحلة بعد رميتين.

G_3 الحدث: يفوز الرامي بالمرحلة بعد ثلاث رميات.

P الحدث: يخسر الرامي المرحلة.

$p(A)$: احتمال حصول حدث كيفي A.

أ- باستخدام شجرة الاحتمالات، أثبت أن:

$$p(G_2) = \frac{5}{36}$$

ب- نقبل أن:

$$p(G_3) = \frac{7}{36}$$

- استنتج $p(P)$.

3) يقرر أحد الرماة أن يلعب 6 مراحل بالقواعد المعطاة في السؤال 2).

- ما هو احتمال أن يفوز بمرحلة واحدة على الأقل؟

4) يثبّت الرّهان في اللعبة على $\notin 2$.

- إذا فاز الرامي بعد رميتين، يتحصل على $\notin 5$.

- إذا فاز الرامي بعد 3 رميات، يتحصل على $\notin 3$.

- إذا خسر الرامي، لا يتحصل على أي شيء.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل هامش الربح المكتسب من طرف الرامي في كل مرحلة.

فتكون القيم الممكنة لـ X هي: -2، 1 و 3.

أ- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

- هل اللعبة في صالح الرامي؟

التمرين 07:

مكعب متوازن (نرد) أوجهه مرقمة من 1 إلى 6، وثلاث صناديق U_1، U_2 و U_3. يحتوي كل صندوق على k كرية حيث k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 3.

في الصندوق U_1 توجد 3 كريات سوداء، وفي الصندوق U_2 كريتين سوداوين، وفي الصندوق U_3 كرية واحدة سوداء.

جميع الكريات الأخرى في الصناديق الثلاث بيضاء.

لا نميز بين الكريات باللمس.

تجرى المرحلة كما يلي:

يرمي اللاعب النرد،

- إذا ظهر الرقم 1، يسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1، يسجل لونها ثم يعيدها إلى نفس الصندوق.

- إذا ظهر رقم من مضاعفات العدد 3 (3 أو 6)، يسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_2، يسجل لونها ثم يعيدها إلى نفس الصندوق.

- إذا ظهر رقم آخر: ليس الرقم 1 وليس رقما من مضاعفات العدد 3 (2 أو 4 أو 5)، يسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_3، يسجل لونها ثم يعيدها إلى نفس الصندوق.

لتكن الأحداث التالية:

A : النرد يُظهر الرقم 1.

B : النرد يُظهر رقما من مضاعفات العدد 3.

C : النرد يُظهر رقما آخر.

N : الكرية المسحوبة سوداء.

الجزء I:

يقوم اللاعب بإجراء مرحلة واحدة.

1) برهن أن احتمال سحب كرية سوداء هو $\frac{5}{3k}$.

2) أحسب احتمال ظهور الرقم 1 على النرد علما أن الكرية المسحوبة سوداء.

3) أوجد k حتى يكون احتمال سحب كرية سوداء أكبر من $\frac{1}{2}$.

4) أوجد k حتى يكون احتمال سحب كرية سوداء هو $\frac{1}{30}$.

الجزء II:

في هذا السؤال، نعتبر k القيمة التي من أجلها يكون احتمال سحب كرية سوداء هو $\frac{1}{30}$ (لعب مرحلة واحدة).

يجري اللاعب 20 مرحلة، وكل مرحلة مستقلة عن بعضها البعض.

- أحسب القيمة التقريبية لاحتمال سحب كرية سوداء مرة واحدة على الأقل.

التمرين 08: (بكالوريا 2018 – علوم تجريبية)

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين:

A : «الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني».

B : «الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم».

1) أ- أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب.

بـ- بين أن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا.

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 09: (بكالوريا 2018 – رياضي)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : -3 ، 2 ، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ : -1.

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : «الحصول على أربع كريات من نفس اللون».

B : «الحصول على كرية بيضاء على الأكثر».

C : «الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم».

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ- عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

بـ- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

جـ- أحسب احتمال الحادثة: «$X^2 - X > 0$».

التمرين 10: (بكالوريا 2018 – تقني رياضي)

كيس به 7 كريات متماثلة، لا نفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس.

I- 1) أحسب احتمال الحادثة : «سحب كريتين مختلفتين في اللون».

I- 2) أحسب احتمال الحادثة : «سحب كريتين من نفس اللون».

II- نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري).

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100\ DA$، وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50\ DA$، وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه.

وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

1) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha\ ,\ 50-\alpha\ ,\ 100-\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.

2) بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو: $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.

ثم أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

ـ جميع الحقوق محفوظة ـ