التمرين الاول :

اختزل المقادير الآتية دون استعمال الآلة الحاسبة

$$\frac{21!}{20!} \;,\; \frac{17!}{15!} \;,\; \frac{6!}{(3!)^2} \;,\; \frac{9!}{6!\times 3!} \;,\; \frac{6\times 4!}{5!} \;,\; \frac{7!\times 5!}{10!} \;,\; \frac{1}{5!}-\frac{42}{7!} \;,\; \frac{6!+7!}{2!\times 3!\times 4!}$$

التمرين الثاني :

بسط ما يلي :

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} \;,\; \frac{(n-1)!}{n!}-\frac{n!}{(n+1)!} \;,\; \frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

التمرين الثالث : Ω مجموعة حيث $\Omega=\{1,2,3,4\}$

1- ما هو عدد الاعداد المكونة من ثلاثة ارقام والتي يمكن تشكيلها باستعمال ارقام المجموعة Ω

2- ما هو عدد الاعداد المكونة من ثلاثة ارقام متمايزة مثنى مثنى والتي يمكن تشكيلها باستعمال ارقام المجموعة Ω

3- ما هو عدد اجزاء المجموعة Ω والمكونة من 3 عناصر .

التمرين الرابع :

1) يتكون قسم دراسي من 16 تلميذ ارادوا اختيار رئيس و نائب وامني لهم بكم طريقة يتم اختيارهم

2) نفس القسم اراد اختيار ثلاثة ممثلين لهم بكم طريقة يتم اختيارهم

ا لتمرين الخامس :

يحتوي كيس على 9 كريات مرقمة من 1 الى 9 لا نفرق بينها عند اللمس

1) نسحب من هذا الكيس عشوائيا 3 كريات على التوالي ونسجل الرقم بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي وهكذا نشكل عددا ذا 3 ارقام ، ما هو عدد الاعداد التي يمكن تشكيلها ؟

2) نسحب من هذا الكيس عشوائيا 3 كريات على التوالي ونسجل الرقم وهكذا نسجل عددا ذا 3 ارقام ، ما هو عدد الاعداد التي يمكن تشكيلها ؟

3) نسحب من هذا الكيس عشوائيا 3 كريات في آن واحد ، ما هو عدد الاعداد ذات 3 ارقام التي يمكن تشكيلها بهذه الكيفية ؟

التمرين السادس :

بفرض A و B حادثتان من فضاء العينة Ω بحيث : $P(A)=\frac{1}{2}$ ، $P(B)=\frac{5}{8}$ ، $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

احسب كل من $P(A\cup B)$,$P(\overline{A})$,$P(\overline{B})$, $P(\overline{A}\cup\overline{B})$, $P(\overline{A}\cap\overline{B})$, $P(A\cap\overline{B})$,$P(B\cap\overline{A})$

التمرين السابع :

نفرض ان A و B حادثتان من فضاء العينة Ω

بحيث : $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ ، $P(\overline{A})=\frac{1}{3}$ ، $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$

احسب $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap\overline{B})$, $P(\overline{A}\cup\overline{B})$.

التمرين الثامن :

1) برهن بالتراجع من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $(a+b)^n=\sum_{p=0}^{n}C_n^p a^{n-p}b^p$

2) ليكن x و y عددان حقيقيان ، انشر كلا من : $\left(e^x-\frac{1}{e^x}\right)^5$; $(2x+1)^6$; $(2-x)^5$; $(1+x)^4$

التمرين التاسع :

ليكن المنشور التالي $\left(x^3-\frac{2}{x^2}\right)^{15}$. 1) اكتب الحد الذي درجته 10 . 2) اوجد معامل الحد التاسع

3) اوجد الحد الثابت .

التمرين العاشر :

يحوي كيس على 10 كرات متماثلة ، خمسة منها بيضاء تحمل الارقام (1 ،1، 2 ، 2 ، 3) و ثلاث كرات خضراء تحمل الارقام (1 ، 2 ، 3) وكرتان حمروان تحملان الرقمين (3 ، 3) . نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد .

1- ما احتمل الحصول على :

أ) كرة بيضاء وكرتين حمراوتين ؟

ب) كرة حمراء على الاقل ؟

جـ) ثلاث كرات مجموع ارقامها يفوق العدد7 ؟

التمرين الحادي عشر :

يحتوي كيس على 20 كرة مرقمة من 1 الى 20 لا نفرق بينها عند اللمس.

1- نسحب كرة من الكيس ، ما هو احتمال الحصول على :

أ) كرة تحمل عددا مضاعفا للعدد 4 ؟

ب) كرة تحمل عددا ليس من مضاعفات 5 ؟

2- نسحب في هذه المرة كرتين في آن واحد ، ما هو احتمال الحصول على :

أ) كرتين تحملان عددين مضاعفين للعدد 4 ؟

ب) كرتين احدلهما تحمل عددا مضاعفا للعدد 3 و الثانية تحمل عددا مضاعفا للعدد 4 ؟

3- نسحب الآن 3 كرات في آن واحد ، ما هو احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات تحمل اعددا مضاعفة للعدد 4 ؟

ب) ثلاث كرات مجموع ارقامها زوجي ؟

التمرين الثاني عشر :

يحوي كيس اربع قريصات تحمل الارقام 1 ، 2 ، 3 ، a $(a \in \mathbb{N})$. نسحب قريصة واحدة ونعتبر P_k هو احتمال سحب القريصة ذات الرقم k .

1. احسب الاعداد الحقيقية P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_a ، اذا علمت انها بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية حسابية اساسها $\frac{1}{18}$ (تعطى كسورا غير قابلة للاختزال)

2. ليكن F المتغير العشوائي الذي يرفق كل قريصة مسحوبة بالرقم الذي تحمله . اوجد قيمة العدد a اذا علمت ان الامل الرياضياتي هو $\frac{43}{9}$

التمرين الثالث عشر :

زهرة نرد غير متوازنة اوجهها تحمل الارقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 احتمالات ظهورها في رمية واحدة هي P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 على الترتيب و هي تشكل متتالية حسابية أساسها r .

1. علما ان الاعداد P_3 ، P_5 ، P_6 بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية ،

اوجد الاعداد P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 .

2 . نرمي زهرة النرد هذه مرة واحدة .

أ – ما احتمال ظهور رقم زوجي ؟

ب- ما احتمال ظهور رقم مضاعف لـ 3 ؟

3 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .

- **عرف قانون الاحتمل وأحسب** أمله الرياضياتي ثم التباين والانحراف المعياري .

التمرين الرابع عشر :

يضم كيس 5 **كرات متماثلة** ، 3 منها بيضاء (B) **و الباقي سوداء** (N) نسحب كرتين عشوائيا .

نعتبر المتغير العشوائي X عدد الكرات البيضاء المحصل عليها .

عين قانون احتمال X في كل حالة من الحالات التالية :

1- **السحب على التوالي مع ارجاع** .

2- **السحب على التوالي** .

3- **السحب في آن واحد أو دفعة واحدة** .

التمرين الخامس عشر :

I. X متغير عشوائي قانون احتماله معرف كما يلي :

x_i	-5	-2	3	4	7
$P(X=x_i)$	0,2	0,35	0,1	0,15	0,2

1- احسب الامل الرياضياتي لـ X

2- **احسب** $P\left(X \geq \frac{5}{2}\right)$ و $P(X<-5)$

3- عين تباين X

II. Y متغير عشوائي قانون احتماله **موزع** كما يلي :

y_i	-1	0	1	2	3	4
$P(Y=y_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	~	~	$\frac{1}{3}$

1- عين قيمة ~

2- **احسب** $P\left(Y^2=1\right)$ و $P\left(Y^2-3Y<0\right)$

- **احسب** $E(Y)$ الامل الرياضياتي لـ Y

3 - **احسب** $V(Y)$ تباين Y و $\sigma(Y)$ **انحراف** Y

التمرين السادس عشر :

نرمي ثلاث مرات قطعة نقدية متجانسة

نربح $20DA$ كلما كانت النتيجة " ظهر P " **ونخسر** $10DA$ كلما كانت النتيجة " وجه F "

ليكن X المتغير العشوائي المحصل عليه بعد ثلاث رميات (**ربح او خسارة**)

1- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

2- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

3- احسب الامل الرياضياتي لـ X

التمرين السابع عشر :

نرمي حجر نرد عادية (غير مزيفة) مرتين متتابعتين

1- احسب احتمال الحوادث التالية

A : " الحصول على رقمين فرديين "

B : " الحصول على عددين مجموعهما فردي "

C : " الحصول على عددين جداؤهما زوجي "

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع الرقمين المحصل عليها

أ) حدد قيم المتغير العشوائي الممكنة

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير X واحسب امله الرياضياتي $E(X)$

جـ) **احسب** $P(X>6)$ **و** $P(X=12)$

التمرين الثامن عشر :

يحتوي صندوق على اربع كرات مرقمة كما يلي : 1 ، 3 ، 6 ،8 نسحب عشوائيا وعلى التوالي وبدون اعادة كرتين من هذا الصندوق

ليكن X المتغير **العشوائي** الذي يرفق بنتيجة كل سحب اكبر العددين المحصل عليهما

1- عين قانون الاحتمال لـلمتغير العشوائي X

2- احسب الامل الرياضياتي لـ X

3- **احسب احتمل الحادثة** $P(X>3)$

التمرين التاسع عشر :

نرمي ثلاث قطع نقدية منتظمة في آن واحد .

ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بنتيجة كل رمية عدد الوجوه المحصل عليها

1- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

2- احسب الامل الرياضياتي لـ X

3- **احسب احتمال الحادثة** $P(X \geq 2)$

التمرين العشرون :

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، كرتين صفراوتين وكرتين حمراوتين ، نسحب كرتين على التوالي **وبدون ارجاع**

X **المتغير العشوائي** الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

1- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

2- عين قانون الاحتمال لـ X

3- احسب الامل الرياضياتي لـ X

التمرين الحادي و العشرون :

نعتبر اللعبتين التاليتين :

اللعبة الاولى :

يرمي اللاعب زهرة نرد مكعبة غير مزورة مرقمة من 1 **إلى** 6 ، إذا كان الرقم الظاهر هو 5 **أو** 6 يربح $400\ DA$ و يخسر $200\ DA$ في بقية الحالات ، ثم يرمي قطعة نقدية متوازنة إذا ظهر الوجه فإنه يربح $200\ DA$ و لا يربح أي دينار في الحالة الأخرى.

اللعبة الثانية :

يرمي اللاعب زهرة نرد متوازنة على شكل رباعي وجوه مرقمة من 1 **إلى** 4 ، **إذا كان الرقم** الظاهر هو 4 يربح $600\ DA$ و يخسر $200\ DA$ في بقية الحالات ، ثم يرمي قطعة نقدية متوازنة إذا ظهر الوجه فإنه يربح $400\ DA$ و يخسر $200\ DA$ **في الحالة الأخرى.**

نرمز بـ X **و** Y للمتغيرين العشوائيين الذين **يعطيانا الربح المالي الصافي** بالدينار للاعب في اللعبتين الأولى و الثانية على الترتيب .

1 / عين قانون الاحتمال للمتغيرين العشوائيين X **و** Y **ثم أحسب الأمل** الرياضياتي لكل منهما .

2 / أي اللعبتين أفضل بالنسبة للاعب ؟

التمرين الثاني و العشرون :

ليكن $P(A)=\frac{1}{2}$ ، $P(B)=\frac{3}{4}$ و $P(A\cap B)=\frac{2}{5}$

1) احسب $P_A(B)$ و $P_B(A)$

2) احسب $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ و لستنتج $P_{\overline{A}}(\overline{B})$

التمرين الثالث و العشرون :

صندوق يحتوي على 7 كريات ، 4 **خضراء** و 3 **حمراء** .

نسحب كرتين على التوالي دون ارجاع

ما احتمال سحب كرة حمراء علما انه تم سحب كرة خضراء في السحب الاول .

التمرين الرابع و العشرون :

في ثانوية توزيع تلاميذ السنة النهائية حسب الجنس معطي في الجدول التالي :

السن / الجنس	اقل من 18سنة	18سنة	اكثر من 18سنة	المجموع
بنات	5	30	25	60
ذكور	0	20	20	40
المجموع	5	50	45	100

لنستجوب تلميذا عشوائيا :

1) احسب احتمال أن يكون بنتا وعمرها 18سنة $P(A\cap B)$

2) احسب احتمال ان يكون تلميذا عمره 18سنة $P(A)$

3) احسب احتمال ان تكون بنتا $P(B)$

4) احسب الاحتمالات : $P_B(A)$ ، $P(B)\times P(A)$ ، $P_A(B)$ ماذا تلاحظ ؟

التمرين الخامس و العشرون :

(A) ، (B) و (C) ثلاث صناديق حيث :

الصندوق (A) يضم ثلاث كريات حمراء و 5 كريات سوداء

الصندوق (B) يضم كرتين حمراوين و كرية سوداء .

الصندوق (C) يضم كرتين حمراوين و 3 كريات **سوداء** .

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه عشوائيا كرية واحدة .

اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق (A) ؟

التمرين السادس و العشرون :

في احدى الدراسات الخاصة بالطلبة الجامعيين و بلد معين وجدنا 30% يملكون كمبيوتر خاص من بينهم 18 % يملكون سيارة و 25% من الطلبة لا يملكون سيارات . نختار عشوائيا طالب و نسمي الحوادث :

A : **الحادثة** " الطالب يملك سيارة ".

B : **الحادثة** " الطالب يملك كمبيوتر".

1) **لستعمل شجرة الاحتمالات واحسب** : $P(\overline{A})$ ، $P_B(A)$.
2) احسب احتمال الحوادث التالية :
   أ- " الطالب يملك كمبيوتر و سيارة "
   ب- " الطالب يملك كمبيوتر و لا يملك سيارة "
   ج-" الطالب لا يملك كمبيوتر و لا يملك سيارة"
   د-" الطالب يملك كمبيوتر علما انه لا يملك سيارة"

التمرين السابع و العشرون :

نعتبر ثلاثة صناديق غير متمايزة ، يحتوي الأول على 5 كريات بيضاء و 3**سوداء و الثاني على** 4 كريات بيضاء و 4**سوداء و الثالث على** 2 بيضاوين و 6 سوداء ، الكريات لها نفس الحظ في الظهور.

نختار صندوق عشوائيا ثم نسحب منه كرية واحدة .

1. ما هو احتمال الحصول على كرية بيضاء **من الصندوق الأول ؟**
2. ما هو احتمال الحصول على كرية بيضاء ؟
3. ما هو احتمال سحب كرية من الصندوق الأول علما ان الكرية المسحوبة بيضاء ؟

التمرين الثامن و العشرون :

في دراسة خاصة لحالة السيارات لمدينة معينة ، تبين ان 12% من السيارات ذات مكابح ضعيفة ، **ومن** بين السيارات ذات المكابح الضعيفة هناك 20% منها لها اضاءة ضعيفة . ومن بين السيارات ذات المكابح القوية هناك 8% منها لها اضاءة ضعيفة . لسلامة الطرقات ، طلب من شرطة المرور تكثيف مراقبة السيارات نعرف الحوادث التالية :

A : السيارة الموقوفة من طرف الشرطة لها اضاءة قوية .

B : السيارة الموقوفة من طرف الشرطة لها مكابح قوية .

1) احسب : $p(B)$ ، $p_{\overline{B}}(\overline{A})$ و $p_B(\overline{A})$

2) احسب احتمال ان تكون السيارة الموقوفة ذات مكابح ضعيفة و اضاءة ضعيفة أيضا .

3) احسب احتمل ان تكون السيارة الموقوفة ذات مكابح قوية و اضاءة ضعيفة ايضا.

4) استنتج احتمال ان تكون السيارة الموقوفة ذات اضاءة ضعيفة .

5) علما ان السيارة المراقبة لها اضاءة ضعيفة ، ما هو احتمال ان تكون ذات مكابح ضعيفة .

6) برهن ان احتمال توقيف سيارة في حالة جيدة (مكابح قوية و اضاءة قوية) هو 0, 8096.

التمرين التاسع و العشرون :

يتكون قسم من 25% بنات و 75% ذكور . نفرض ان 60% من البنات و 30% من الأولاد هم تلاميذ جيدون .

نأخذ عشوائيا تلميذا من القسم ، ما هو احتمال الحوادث التالية :

A : ان يكون التلميذ بنتا .

B : ان يكون التلميذ ولدا .

C : ان يكون التلميذ جيدا .

D : ان يكون التلميذ بنتا علما انها عنصر جيد .

التمرين الثلاثون:

نعتبر صندوقين U_1 و U_2 يضم الاول 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء و يضم الثاني كرتين بيضاوين و 5 كريات سوداء . الكريات كلها متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نرمي قطعة نقدية مرة واحدة ، فإذا ظهر الوجه نسحب عشوائيا كرة من الصندوق الأول ، اما اذا ظهر الظهر على قطعة النقود نسحب كرة من الصندوق الثاني .

لتكن F الحادثة " ظهور الوجه " و B الحادثة " الكرة المسحوبة بيضاء "

1) احسب $P(F)$ و $P(\overline{F})$

2) احسب $P_F(B)$ و لستنتج $P_F(\overline{B})$

3) احسب $P_{\overline{F}}(B)$ و لستنتج $P_{\overline{F}}(\overline{B})$

4) لنشئ شجرة الاحتمالات اعتمادا على النتائج المحصل عليها .

التمرين الواحد و الثلاثون:

يتألف قسم من 35 تلميذا من بينهم 15 بنت. 20 ولدا و 7 بنات اختاروا دراسة الانجليزية 5 اولاد اختاروا الاسبانية (كل تلميذ يختار لغة واحدة)

نرمز بـ A للحادثة : التلميذ يختار الانجليزية و بـ B للحادثة : التلميذ ولد و بـ $A \cap B$ للحادثة : التلميذ ولد واختار الانجليزية.

1) اكمل الجدول التالي :

	A	$\overline{A}$	المجموع
B			20
$\overline{B}$			15
المجموع			35

2) ليكن A/B الذي يقرأ " A علما ان B "اي ان : اختار الانجليزية علما انه ولد . $P(A/B)$ نرمز اليه بالرمز : $P_B(A)$. وهو احتمال شرطي .

أ- استنتج ان $P_B(A)=\frac{3}{4}$

ب- تحقق ان : $P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

التمرين الثاني و الثلاثون:

في ثانوية رسب 30% من التلاميذ في امتحان مادة الرياضيات و رسب 20% من التلاميذ في امتحان مادة الفيزياء و رسب 15% في امتحان الرياضيات و الفيزياء .

نختار بطريقة عشوائية احد التلاميذ

1) ما احتمال ان يكون التلميذ المختار راسبا في الفيزياء اذا كان راسبا في الرياضيات ؟
2) ما احتمال ان يكون التلميذ المختار راسبا في الرياضيات اذا كان راسبا في الفيزياء ؟
3) ما احتمال ان يكون التلميذ المختار ناجحا في الرياضيات ؟
4) ما احتمال ان يكون التلميذ المختار ناجحا في الفيزياء ؟
5) ما احتمال ان يكون التلميذ المختار راسبا في الرياضيات او الفيزياء ؟
6) ما احتمال ان يكون التلميذ المختار ناجحا في الرياضيات و ناجحا في الفيزياء ؟

التمرين الثالث و الثلاثون: - بكالوريا تسيير 2011-

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ن يتوزعون حسب المستوى و الصنف (داخلي او خارجي) كما يلي :

المستوى / الصف	السنة الاولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	المجموع
خارجيون	250	200	150	600
داخليون	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية ، احسب الاحتمالات التالية :

1) احتمال ان يكون التلميذ خارجيا .

2) احتمال ان يكون التلميذ من السنة الاولى .
3) احتمال ان يكون التلميذ من السنة الاولى خارجيا .
4) احتمال ان يكون التلميذ من السنة الاولى علما انه خارجي .
5) هل الحادثتان " التلميذ من السنة الاولى " و " التلميذ الخارجي " **مستقلتان ؟**

التمرين الرابع و الثلاثون:

يحتوي صندوق A على كرة بيضاء و 3 كرات خضراء و يحتوي صندوق B على كرتين حمراوين و كرتين سوداوين . كل الكرات غير متشابهة باللمس .

1- لدينا نرد غير مزيف اوجهه الستة مرقمة من 1 الى 6 . **نرمي النرد مرة واحدة ، اذا كان الرقم مضاعف للعدد** 3 نسحب عشوائيا كرة من الصندوق A **و إلا نسحب كرة من الصندوق** B.

أ- **احسب احتمال الحصول على كرةسوداء.**

ب- ما هو اللون الذي احتمال ظهوره يكون الأكبر ؟

ج- ما هو احتمال الحصول على كرة من الصندوق B علما انها حمراء ؟

2- **نجمع كل الكرات في صندوق واحد و نسحب** 3 **كرات على التوالي .**

أ- بين ان احتمال الحادثة " الكرة الثالثة المسحوبة هي سوداء " يساوي $\frac{1}{4}$.

ب- هل القول ان احتمال الحادثة " الكرة الأولى المسحوبة هي سوداء " **اكبر من احتمال الحادثة** " الكرة الثالثة المسحوبة هي سوداء " صحيح ؟ برر .

التمرين الخامس و الثلاثون:

يحتوي صندوق U_1 **على** 3 **كرات خضراء و** 2 حمراء و يحتوي صندوق U_2 **على** 3 **كرات حمراء و** 2 كرات خضراء ونعتبر ان جميع الكرات متماثلة ولا يمكن تمييزها باللمس.

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 ونسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

1) **احسب احتمال الحصول على** 3 **كرات خضراء.**
2) **احسب احتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما ان الكرة المسحوبة من الصندوق** U_1 **حمراء .**
3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

أ- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب امله الرياضياتي .

ب- احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .