1 لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

1) أحسب النهايات على أطراف D_f ثم فسّر النتائج هندسياً.

2) بيّن أن المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

3) أ) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها، استنتج عندئذ اتجاه تغير الدالة f.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) بيّن أن النقطة $\omega(1;1)$ مركز تناظر لـ (C_f).

5) أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

6) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $x^2-(1+m)x+1+m=0$.

2 I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى يمر (C_f) بالنقطة $A(0;3)$ ويقبل في هذه النقطة مماسًا معامل توجيهه 4.

II) باستعمال النتائج السابقة يمكن كتابة: $f(x)=\dfrac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$.

1) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta x}{x^2+1}$.

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) أدرس وضعية (C_f) مع المستقيم $(\Delta): y=4x+3$.

4) أثبت أنّ (C_f) يقبل ثلاث نقاط انعطاف يُطلب تعيينها.

5) بيّن أن النقطة $A(0;3)$ مركز تناظر لـ (C_f).

6) أثبت أن (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما 2.

7) أرسم المنحنى (C_f).

8) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة: $f(x)=4x+m$.

3 1) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x-4$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدًا α حيث: $\alpha\in]2.19;2.20[$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بالعبارة التالية: $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}-2$ وَ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{x\cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$

2) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

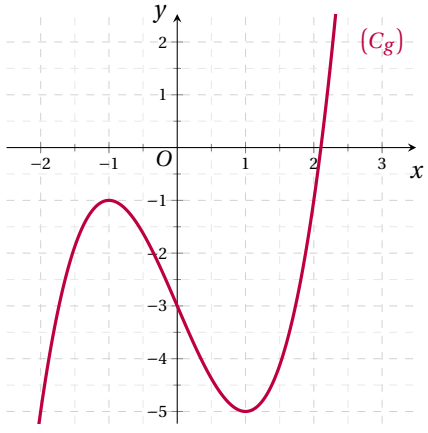
3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{3(\alpha+2)}{\alpha^2-1}$، ثم استنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب 10^{-1}.

4) أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) ثم أرسمهما.

5) استنتج في نفس المعلم السابق (C_h)، منحنى الدالة h حيث: $h(x)=f(|x|)$.

4 I) (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=ax^3+bx+c$ حيث a، b و c أعداد حقيقية.



1) باستعمال (C_g) عيّن كلا من a، b و c. ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة: $x^3-3x-3=0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث: $\alpha\in\left[2;\dfrac{5}{2}\right]$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}+1$ نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $f'(x)=\dfrac{2x\cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) عيّن دون حساب: $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right)$، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

3) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال تعريفها.

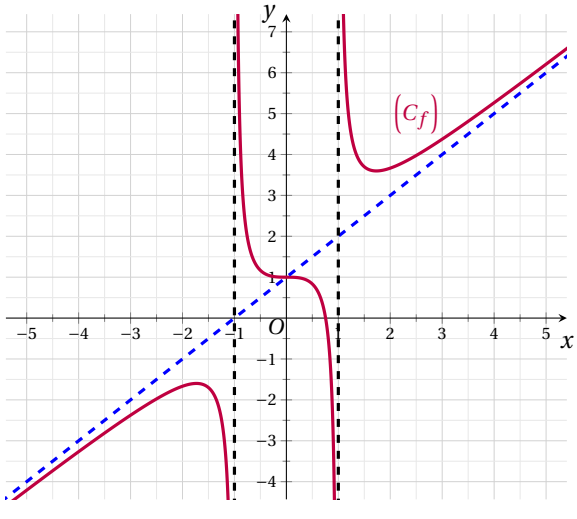
4) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

5) بيّن أنّ: $f(\alpha)=3\alpha+1$، ثم استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$.

6) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

7) أرسم كلاً من (C_f) و (Δ).

5 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما في الشكل المقابل.



1) بقراءة بيانية أُحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، وعيّن معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

2) أُحسب $f'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ،ثم أُدرس اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

3) من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ،أُحسب $f(x)+f(-x)$ ثم فسّر هذه النتيجة بيانيًا.

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$.

ا) أُدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند القيمة 0.

ب) تحقق أنّ g دالة زوجية ،ثم اِشرح كيف يمكن رسم (C_g) إنطلاقًا من (C_f) وارسمهما في نفس المعلم.

ج) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $g(x)=|m|$.

6 ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2+2x-1}{1-2x}\;;\;x\le 0\\ 2x-\dfrac{1}{(x+1)^2}\;;\;x>0\end{cases}$$

1) ا) عيّن مجموعة تعريف الدالة f.

ب) أُدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=0$ ،فسّر النتيجة هندسيًا.

2) أُدرس تغيرات الدالة f.

3) بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $x_1=-1$ و x_2 حيث $0<x_2<1$ ،ثم أُرسم المنحنى (C_f).

II) لتكن g الدالة العددية المعرّفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{3x^2-2|x|-1}{2|x|+1}$

1) بيّن أن g دالة زوجية.

2) باستعمال الدراسة السابقة ،أنشئ (C_g) بيان الدالة g في معلم آخر.

3) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $3x^2-m|x|-m=0$.

7 نعتبر f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x\sqrt{|x^2-4|}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أُحسب: $f(-x)+f(x)$ ،واستنتج خاصة مميزة للمنحنى (C_f).

2) أُحسب: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ ، ماذا تستنتج؟

3) أُدرس تغيرات الدالة f.

4) أُكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $(x_0;\sqrt{3})$.

5) أثبت أنّ (C_f) يقبل ثلاث نقط انعطاف يُطلب تعيينها.

6) أُرسم (C_f) والمماس (T).

7) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة: $y=-2x-m$.

8) لتكن g دالة عددية حيث: $g(x)=|f(x)|$ وَ (C_g) تمثيلها البياني.

- بيّن أن g دالة زوجية ،ماذا تستنتج؟
- استنتج ممّا سبق مع الشرح طريقة رسم المنحنى (C_g) ،ثم أُرسمه في نفس المعلم.

8 f دالة عددية معرفة في المجال $]-\pi;\pi[$ حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sin x}\;;\;x\neq 0\\ f(0)=0\end{cases}$$

، (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أنّ الدالة f مستمرة عند $x_0=0$.

2) هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$.

3) بيّن أن f دالة فردية ،ثم أثبت أنّ : $f(x+2\pi)=f(x)$ ماذا تستنتج؟

4) أُدرس تغيرات الدالة f.

5) أثبت أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

6) عيّن إحداثيي النقطة A التي يكون فيها المماس لـ (C_f) موازيًا للمُنصّف الأول.

7) نعرّف في المجال $]0;\pi[$ الدالة g حيث : $g(x)=f(x)-x$.

- أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α في المجال $\left]\frac{3\pi}{4};\frac{7\pi}{8}\right[$ ثم فسّر النتيجة هندسيًا.

8) أُرسم بدقة البيان (C_f).

9 لتكن f دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بـ : $f(x)=|x+1|+\dfrac{x}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم أُحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

2) ا) أُكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب) أُحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ وأُدرس إشارتها.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

ا) بيّن أن المستقيمين: $(\Delta):y=x+1$ و $(\Delta'):y=-x-1$ مقاربين للمنحنى (C_f).

ب) أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيمين (Δ) و (Δ').

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدًا α على المجال $]-1;1[$ وأعط حصرًا لـ α سعته 10^{-1}.

5) أنشئ كلًا من (Δ) ، (Δ') و (C_f).

6) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $(x^2-1)(|x+1|-m)+x=0$.

10 I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3-x^2+3x+1$.

1) أُدرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α في المجال $[-1;0]$.

3) أعط حصرًا لـ α سعته 10^{-2} .

4) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

5) بيّن أن : $\alpha^2=-3-\dfrac{4}{\alpha-1}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x^2+1}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{(x+1)g(x)}{(x^2+1)^2}$.

◃ أُدرس تغيرات الدالة f .

2) بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha-\dfrac{2}{\alpha^2+1}$.

◃ استنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$ باستعمال العدد α .

3) عيّن الأعداد a ، b ، c و d بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:
$f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2+1}$.

أ) بيّن أنّ للمنحنى (C_f) مستقيمًا مقاربًا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب) أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f''(x)=\dfrac{4(-3x^2+1)}{(x^2+1)^3}$

◃ بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يُطلب تعيين إحداثياتيهما.

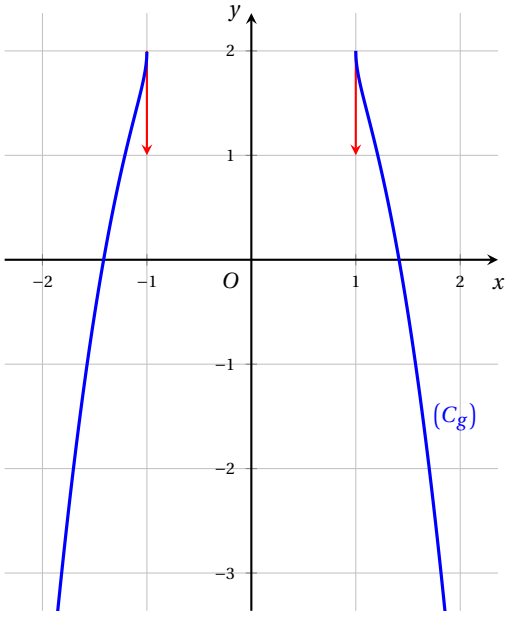
5) أُكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0 .

◃ ماذا تستنتج بالنسبة للمماس (T) والمستقيم (Δ) ؟

6) أنشئ (C_f) ، (T) ، (Δ) و المستقيمات المقاربة.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة:
$m(x^2+1)+2=0$.

11 I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D=]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2-x^2\sqrt{x^2-1}$.
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المقابل.



1) أُحسب : $g(\sqrt{2})$ و $g(-\sqrt{2})$.

2) بقراءة بيانية :

أ) عيّن : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) هل الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟

ج) هل الدالة g قابلة للإشتقاق عند 1 من اليمين ؟ برّر .

د) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}}{x}-x+1$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1 من اليمين وعند القيمة -1 من اليسار . فسّر النتائج بيانيًا.

ب) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ج) بيّن أن المستقيم $(\Delta):y=-x+3$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$، والمستقيم $(\Delta'):y=-x-1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

2) بيّن أنه من أجل كل $x\in]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}$.

3) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

4) بيّن أن النقطة $I(0,1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f) .

12 I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x-4$.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$.

2) أُدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $2<\alpha<2.5$.

4) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+3x+2}{x^2}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) تحقق بأنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$: $f(x)=x+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}$.

ب) أُحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيًا.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن: $f(\alpha)=\dfrac{6}{\alpha}+\dfrac{6}{\alpha^2}$ واستنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$

3) عيّن النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) فيها موازيًا للمستقيم ذو المعادلة $y=x$ ثم أُكتب معادلة لهذا المماس.

4) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيينه.

ب) أُدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ج) أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f).

5) ناقش بيانيًا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة:
$\dfrac{-mx^2+3x+2}{x^2}=0$.

13 I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x-4$.

1) أُدرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $2\le\alpha\le2.25$.

3) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2+1}{x^2-1}$.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أُحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.
2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{(x^2-1)^2}$.
3) أُدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
4) برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
5) أُدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ).
6) بيّن أن: $f(\alpha)=1+\dfrac{3\alpha+6}{\alpha^2-1}$ ثم استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$.
7) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α' حيث $-1.5\le\alpha'\le-1.25$.
8) أُرسم (C_f) و (Δ).
9) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{\alpha'\}$ بـ: $k(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.
• أُدرس تغيرات الدالة k ثم أُرسم منحناها البياني.
10) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة: $f(x)=|m-1|$.
11) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة: $f(\cos\theta)=\dfrac{1}{m}$ حيث $0\le\theta\le2\pi$.
12) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط θ حلول المعادلة: $f(x)=\sin\theta$.

14

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x^2+2$.

1) أ) أُدرس تغيرات الدالة g.
ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا α في المجال $[-4;-3]$.
ج) عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون $-\dfrac{n+1}{10}<\alpha<-\dfrac{n}{10}$.
د) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x.
2) بيّن أنّ: $\alpha^3=-3\alpha-2$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2+2x+1}$.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) عيّن نهاية الدالة f عند -1، ثم فسّر بيانيًا النتيجة.
ب) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
2) أ) أُحسب $f'(x)$، ثم بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$.
ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f.
3) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{-3}{\alpha+1}$ ثم استنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$.
4) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-x]=-2$ ثم إستنتج معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحنى (C_f).
ب) أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
5) بيّن أنّ للمنحنى (C_f) مماسًا (T) موازيًا للمستقيم (Δ) عند نقطة يُطلب تعيين إحداثياها.
6) أُكتب معادلة المماس (T).
7) أنشئ (C_f)، (T) والمستقيمات المقاربة.
8) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $(m+2)(x+1)^2-3x-1=0$ حلّين مختلفين في الإشارة.

15

I) f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f_m(x)=\dfrac{mx^2-8}{x-m}$ حيث $m\in\mathbb{R}$ وَ (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m.

1) عيّن D_m مجموعة تعريف f_m، ثم أُحسب $f'_m(x)$.
2) عيّن مجموعة قيم m بحيث لا تقبل الدالة f_m أيّة قيمة حدية.
3) عيّن مجموعة قيم m بحيث (C_m) يقبل مماسًا في النقطة ذات الفاصلة 2 معامل توجيهه 3.
4) بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يُطلب تعيينها.

II) نضع في هذه الحالة $m=1$.

1) أُدرس تغيرات الدالة f_1.
2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث: $f_1(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.
ب) استنتج أن المنحنى (C_1) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيينه ثم أُدرس وضعيته بالنسبة إلى (C_1).
ج) أثبت أنّ النقطة ω تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_1).
3) أنشئ (Δ) و (C_1).
4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي α عدد وإشارة حلول المعادلة: $y=x+\alpha$.

III) لتكن الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x)=\dfrac{x^2-8}{|x|-1}$.

1) أُدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=0$، ثم فسّر النتيجة هندسيًا.
2) بيّن أن g دالة زوجية، ماذا تستنتج؟
3) اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) للدالة g باستعمال المنحنى (C_1) ثم أنشئ (C_g).

16

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$f(x)=\frac{x+\sqrt{2x-1}}{x}$$

1) أوجد مجموعة تعريف الدالة f.
2) أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=\dfrac{1}{2}$، فسّر النتيجة هندسيًا.
3) أُدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية لـ (C_f) منحنى الدالة f.
4) أثبت أنه من أجل كلّ $x\in]1;2[$ فإنّ: $|f'(x)|<1$.
5) أ) برهن أنّ: $f''(x)=\dfrac{3x^2-6x+2}{x^3\sqrt{(2x-1)^3}}$ وذلك من أجل كل $x\in]1;2[$.
ب) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.
6) أُرسم بدقة البيان (C_f).
7) أ) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $x+\sqrt{2x-1}-mx=0$.
ب) نضع: $\theta\in[0;\pi]$:

- استنتج عدد حلول المعادلة ذات المجهول θ المعرفة بـ: $\sin\theta+\sqrt{2\sin\theta-1}-m\sin\theta=0$.

8) لتكن الدالة العددية g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x)=\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x}$.

أ) استنتج كيف نرسم البيان (C_g) انطلاقًا من (C_f) ثم أرسم (C_g).

ب) لتكن (S) مجموعة النقط ذات المعادلة: $x^2y^2-2x^2y+x^2-2x+1=0$.

- أثبت أنّ: $(S)=(C_f)\cup(C_g)$ ثم أرسم المجموعة (S).

تمارين البكالوريا الجزائرية
شعبة 3ع ت، 3ت ر،3ر

17 باك ع ت جوان 2008 م2

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$

1) أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$

ج) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي: $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x)^3}$.

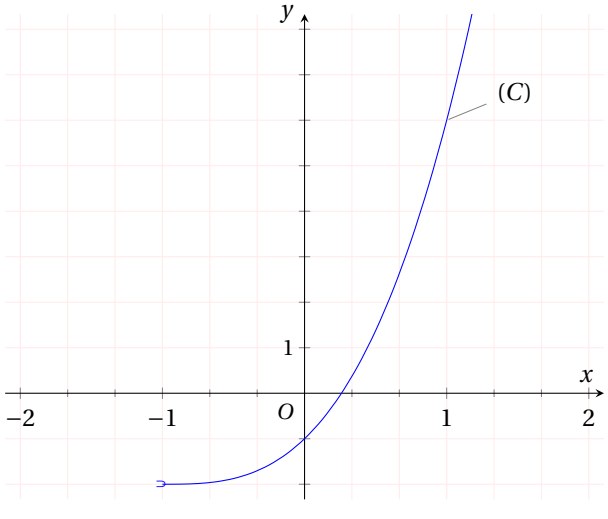
ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا .

ج) أحسب: $\lim\limits_{x\to-1^{>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسّر النتيجتين بيانيا.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f.

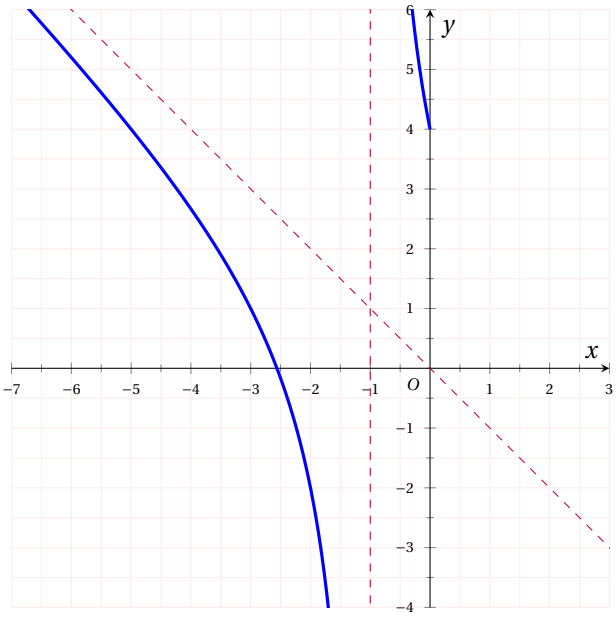
3) نأخذ $\alpha\approx0.26$ ، عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}.

4) أرسم المنحنى (Γ)



18 باك ع ت جوان 2009 م1

I) f دالة معرفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$.
(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل.



1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I.

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة إتجاه تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$.
(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $(+\infty)$.

ب) تحقق أنّ (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $(+\infty)$ يطلب تعيين معادلة له.

ج) أدرس تغيرات g.

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{h\to0^{>}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{h\to0^{<}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و(C_k)

19 باك ر جوان 2009 م2

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1,;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$.
(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أدرس تغيرات الدالة f

2) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y=x$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D).

3) ا) بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $1,3 < x_0 < 1,4$

ب) عيّن معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

ج) أُرسم (D) و (C_f) في نفس المعلم .

4) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة $g(x)=|f(x)|$.

(C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق .

- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) إنطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x)=m^2$.

20 باك ت ر جوان 2010 م2

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس.

1) ا) أثبت أن الدالة f فردية.

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

ج) أُدرس تغيرات الدالة f.

2) ا) أُكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب) أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يُطلب تعيينها.

ج) بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د) أُرسم (d) ، (d') و (C_f) في المعلم السّابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

ا) بيّن أن الدالة g زوجية.

ب) إنطلاقًا من (C_f) أُرسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السّابق.

21 باك ع ت جوان 2014 م2

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) ا) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

ب) أُدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) ا) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدًا α حيث $0,7<\alpha<0,8$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ا) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) أُدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

حيث f' مشتقة الدالة f'

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0.1$)

4) أُحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

ا) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$

ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h)

22 باك ت ر جوان 2017 م2 الدورة العادية

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x+12$.

1) أُدرس اتجاه تغير الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1.48;-1.47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$

ثم أُدرس اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

2) ا) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

4) أُرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

بالتوفيق إن شاء الله

بكالوريا جوان 2020