الطرح الجيد مرآة الفكر النيّر

"إلى جمهور طلبتنا الأوفياء مصدر تعلمنا المستمر"

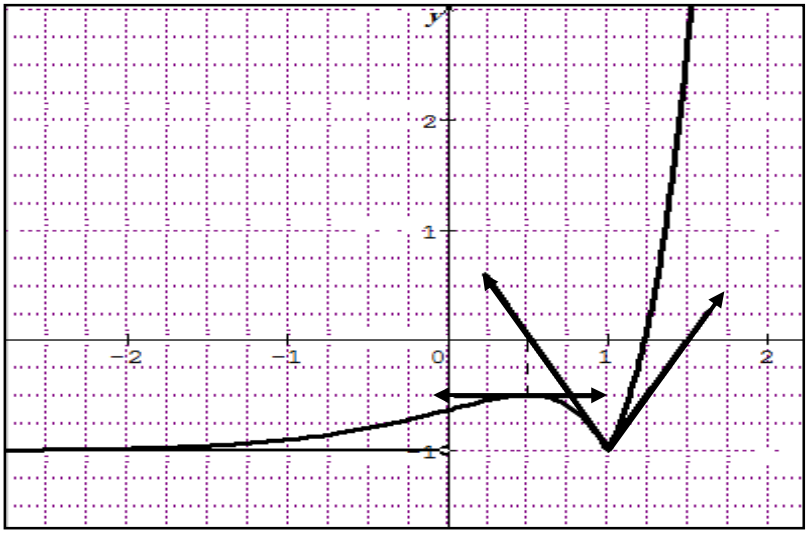
سلسلة حاقة للرياضيات

في رحـــاب الـدوال العددية

مجموعة من التمارين المنتقاة والمتنوعة

(جميع الشعب العلمية)

" ازرع جميـلا ولو فـي غيـر موضعـه * * * فلا يضيـع جميـل أينمـا زرع "



إعداد الأستاذ : محمـــد حاقـــة

ثانوية عبد العزيز الشريف ـ الوادي

بسم الله الرحمان الرحيم

الحمد لله الذي جعل لنا من العلم نورا نهدي به و بعد...

أتقدم بهذه السلسلة – سلسلة حـــاقة للرياضيات - إلى طلبتي الأعزاء و إلى كل من يجمعنا بهم رباط العلم من قراء و مدرسين فهذه السلسلة تحتوي على مجموعة لا بأس بها من التمارين المقترحة منها بكالوريات سابقة ومنها تمارين مقترحة وتعمدت عدم وضع الحل لكي تأخذ الوقت الكافي في التفكير فالمهم أن تأتي بالفكرة وحدك الآن أو غدا فالوقت المخصص للتمرين هو اكتساب مهارة التفكير

نرجو من الأساتذة الكرام و كذلك إخواننا الطلبة أن لا تبخلوا علينا بملاحظاتكم و اقتراحاتكم البناءة لنصوب أخطاءنا و نتفادى زلاتنا و نتلافى العيوب التي يمكن أننا ولا شك وقعنا فيها

و أسال الله عز و جل أن يوفقكم و يجعل النجاح حليفنا....

الأستاذ : محمد حاقة

خريج المدرسة العليا للأساتذة

القبة القديمة- الجزائر

✓ **التمرين الأول:**

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x^2+3x-9$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أحسب $g(3)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+7x+1}{(x-1)^2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(\vec{O},\vec{i},j\right)$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ وفسر النتائج هندسيا

2) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^3}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

4) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان : $f(x)=x-3+\dfrac{4}{(x-1)^2}$

ب/ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائل (Δ)، يُطلب تعيين معادلة له

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

5) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $-0,2<x_0<-0.1$

6) عيّن معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

7) أحسب $f(0)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ)

8) أ/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلتين؛ $f(x)=m+1$

ب/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلتين؛ $f(x)=x+m$

9) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي: $h(x)=f\left(|x|\right)$

أرسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) منحنى الدالة f

10) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $k(x)=|f(x)|$

أرسم (C_k) منحنى الدالة k انطلاقا من (C_f) منحنى الدالة f

✓ **التمرين الثاني:**

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $0,7<\alpha<0,8$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب/ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha)\approx -0,1$)

4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

6) لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$

أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $k(x)=f(x)-2$

ب/ استنتج أن (C_k) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_k)

✓ التمرين الثالث:

f دالة معرفة بجدول تغيراتها التالي، f' دالتها المشتقة

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	‖	↘	-1	↗	$+\infty$

I) نقبل أن الدالة f معرفة على $D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x}$ ،حيث a ، b و c أعداد حقيقية

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c

2) بالاستعانة بجدول التغيرات، عيّن الأعداد a ، b و c

3) عيّن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

4) استنتج معادلة للمماس عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$

5) اذكر عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

6) أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

أ/ $f\left(\dfrac{1}{3}\right)<f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ب/ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left[\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right]$ ج/ $f'(3)>0$

II) نأخذ فيما يلي: $a=1$ ، $b=-3$ و $c=1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) بيّن أن (C_f) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$

2) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

3) بيّن أن $f(-x) + f(x) = -6$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

4) نأخذ الحل الثاني للمعادلة $f(x) = 0$ ، $\beta \approx 2,6$ أنشئ (C_f)

5) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يكون للمعادلة: $|f(x)| = m^2$ ثلاث حلول

III) h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^2$

1) باستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $h'(x)$

2) شكل جدول تغيرات الدالة h **(دون دراسة تغيراتها)**

✓ **التمرين الرابع:**

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $]2;2,5[$ ،ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

ب/ أحسب نهاية الدالة f عند 1 و -1 وفسر النتيجتين هندسيا

2) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1,1\}$: $f'(x) = \dfrac{2x.g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

4) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة هندسيا

5) أ/ بيّن أن المستقيم $(\Delta): y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

6) نأخذ $f(\alpha) \approx 7,20$ أنشئ (C_f) ، (Δ)

7) عين فواصل النقط من المنحنى (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم ذا المعادلة $y = x + 2$

8) اكتب معادلة لكل من هذي المماسات ثم ارسمها

9) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$

✓ **التمرين الخامس:**

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3+x^2-1$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ/ بّين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $0,6<\alpha<0,7$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2+1}{3x}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ وفسر النتيجة الأخيرة هندسيا

2) بّين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، إشارة $f(x)$ من إشارة $g(x)$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) بّين أن : $f(\alpha)=\dfrac{\alpha}{6}+\dfrac{1}{2\alpha}$ ،ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) أنشئ المنحنى (C_f)

6) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m+1$

✓ **التمرين السادس:**

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2-8x+16}{x-3}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ أحسب نهاية الدالة f عند 3 وفسر النتيجة هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{3\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ/ أثبت وجود عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{3\}$ فان : $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x-3}$

ب/ بّين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا مائل (Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

4) عيّن A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f)

5) أ/ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي -3 ، يطلب تعيين إحداثيات نقطتي التماس B و C

ب/ برهن أن النقطتين B و C متناظرتان بالنسبة إلى A

6) أنشئ (C_f) والمماسين

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{x^2-8x+16}{|x-3|}$

أ/ أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$

ب/ ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g اعتمادا على (C_f)

✓ **التمرين السابع:**

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+x-12}{x^2+x+3}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) مع المستقيم (d) ذا المعادلة $y=1$

4) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-1-x)=f(x)$ فسر النتيجة هندسيا

5) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات

6) أنشئ (C_f) و (d) ثم استنتج بيانيا إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

7) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=|f(x)|$

أ/ ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 3 و -4

ب/ أنشئ (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f)

✓ **التمرين الثامن:**

f دالة معرفة بجدول تغيراتها التالي، f' دالتها المشتقة

I) نقبل أن الدالة f معرفة على $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ ،حيث a ، b و c أعداد حقيقية

x	$-\infty$		$0,5$		1		$1,5$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c

2) بالاستعانة بجدول التغيرات، عيّن الأعداد a ، b و c

3) عيّن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

4) قارن بين صورتي العددين $\dfrac{1}{2}$ و $\dfrac{3}{2}$ بالدالة f **مبررا إجابتك**

5) ما هو عدد حلول المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{2}$

II) نأخذ فيما يلي: $a=1$ ، $b=1$ و $c=\frac{1}{4}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) بّين أن (C_f) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$

2) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

3) بّين أن النقطة $A(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4) عّين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم أنشئ (C_f)

5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=|m|$

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$

أ/ باستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $g'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة g **(دون دراسة تغيراتها)**

7) نعتبر الدالة h المعرفة كما يلي: $h(x)=\frac{1}{f(x)}$

أ/ أحسب $h'(x)$ مشتق الدالة h بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها**(دون دراسة تغيراتها)**

✓ **التمرين التاسع:**

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=3x+2-\frac{10}{x+1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ أحسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ/ بّين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له

ب/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

4) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(-1-x)+f(-1+x)=-2$

ب/ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

5) أنشئ (C_f) و (Δ)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $3x^2+(5-m)x-8-m=0$

7) تعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3|x|+2-\frac{10}{|x|+1}$

أ/ أثبت أن g دالة زوجية

ب/ ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g اعتمادا على (C_f)

✓ التمرين العاشر:

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x-4$

1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $0,6<\alpha<0,7$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+2}{x^2+2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان ؛ $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f)

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) تحقق أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ، ثم عيّن حصر للعدد $f(\alpha)$

6) برهن أن للمنحنى (C_f) مماسين يوازيان (Δ) **(لا يطلب تعيين معادلتيهما)**

7) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $-1,3<x_0<-1,2$

8) أنشئ (C_f) ، (Δ)

9) ناقش بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=-|f(x)|$

☒ اشرح كيفية رسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه

✓ التمرين الحادي عشر:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ اثبت أن الدالة f فردية

ب/ اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

ج/ ادرس تغيرات الدالة f

2) أ/ اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

ج/ بّين أن المستقيم (d) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الأخر

د/ ارسم (d) ، (d') و (C_f)

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ/ بّين أن g دالة زوجية

ب/ انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g

✓ **التمرين الثاني عشر:**

f دالة معرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=|x|+\sqrt{x^2-1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

3) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغيراتها $]-\infty;-1]$ وشكل جدول تغيراتها

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذي المعادلة؛ $y=\frac{5}{2}$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1<\alpha<2$

5) أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f)

✓ **التمرين الثالث عشر:**

f دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أدرس تغيرات الدالة f

2) أ/ بّين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (d) معادلته؛ $y=x$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (d)

3) أ/ بّين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1,3<x_0<1,4$

ب/ عّين معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

ج/ أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم

4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=|f(x)|$ ، (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق

أ/ بّين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)

ب/ ارسمه في نفس المعلم السابق

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $g(x)=m^2$

✓ **التمرين الرابع عشر:**

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x^2+12x+7$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أحسب $g(-1)$ واستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ : $f(x)=x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2(x+2)^2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2} f(x)$ ،ثم فسر النتيجة هندســيا

3) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+2)^3}$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغير اتها

5) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $]-3;-2,5[$

6) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+\frac{3}{2}$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$

7) أنشئ المنحنى (C_f)

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m-1$

9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$

10) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $h(x)=f(x^2)$

أ/ أحسب $h'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة h (حساب عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

ب/ استنتج نهايات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

✓ **التمرين الخامس عشر:**

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+x-6}{x^2+x-2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا

2) أثبت أن المستقيم ذا المعادلة : $x=-\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

3) أ/ عيّن العدد الحقيقي a بحيث: $f(x)=1+\frac{a}{x^2+x-2}$

(خاص بشعبتي الرياضيات والتقني رياضي)

ب/ استنتج مجموعة النقط $M(x;y)$ من (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

4) نعتبر من أجل كل عدد حقيقي m الدالة h_m حيث: $h_m(x)=\dfrac{x^2+mx-6}{x^2+mx-2}$ و (H_m) تمثيلها البياني

أ/ ادرس تغيرات الدالة h_m

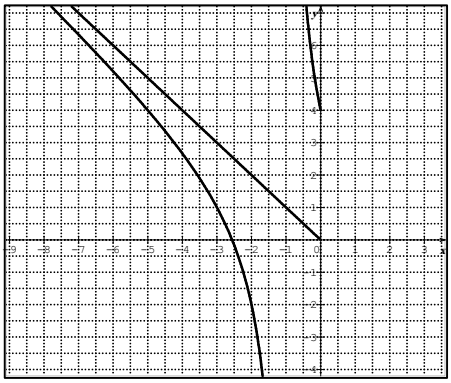
ب/ بين أن جميع المنحنيات (H_m) تشمل نقطة وحيدة A ، يطلب تعيين إحداثياتها

ج/ أكتب معادلة للمماس (d) للمنحنى (H_m) عند النقطة A

د/ عين المنحنى (H_m) الذي يشمل النقطة $\left(-2;\dfrac{5}{3}\right)$

✓ التمرين السادس عشر:

I) f دالة معرّفة على المجال $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.كما هو مبين في الشكل.



1) أ/ أحسب نهايات الدالة f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب/ بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغير الدالة f شكل جدول تغيراتها

2) g دالة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

أ/ أحسب نهاية g عند $+\infty$

ب/ تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له

ج/ أدرس تغيرات الدالة g

II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج

ب/ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

2) أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

3) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k)

✓ التمرين السابع عشر:

f دالة معرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=x^3-x^2+1$

أ/ أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها

ب/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]-1;-0.5[$

2) أ/ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

ب/ استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$

ج/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي سالب تماما x ، $f'(x)=1-\dfrac{2}{x^3}$.ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

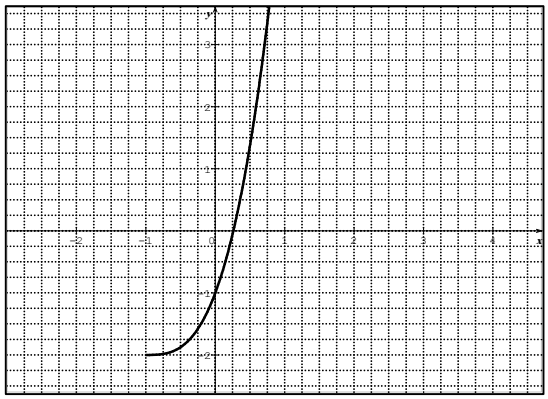
3) أ/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$

ب/ عين معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها -1

4°) أرسم (Δ) ، (d) و (C_f)

✓ التمرين الثامن عشر:

I) المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



بقراءة بيانية

1) شكل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$

2) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\dfrac{1}{2}\right[$

يحقق: $g(\alpha)=0$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و (Γ) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسر النتيجة الثانية هندسيا

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ و وفسر النتيجة هندسيا

3) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

5) عيّن ، دون حساب، $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ وفسر النتيجة هندسيا

6) أ/ نأخذ $\alpha\approx0,26$ عيّن مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} ب/ ارسم المنحنى (Γ)

✓ **التمرين التاسع عشر:**

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ وفسر النتائج هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة

4) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ فان : $f(x)=x+1+\dfrac{x}{x^2-1}$

ب/ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائل (Δ)، طلب تعيين معادلة له

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

5) بيّن أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) بطريقتين مختلفتين

6) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;1[$، يطلب إيجاد حصر لـ α سعته 10^{-1}

7) أنشئ (Δ) و (C_f)

✓ **التمرين العشرون:**

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0,4\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x-2}{x(x-4)}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

ب/ أحسب نهاية الدالة f عند 0 و 4 وفسر النتيجتين هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{0,4\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن النقطة $w(2;0)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4) أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة w

5) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)، ثم استنتج أن w نقطة انعطاف لـ (C_f)

تذكر أن: $x^3-6x^2+12x-8=\left(x-2\right)^3$

6) ارسم (T) و (C_f)

✓ **التمرين الواحد والعشرون:**

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$ يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x+2]$ وفسر النتيجتين هندسيا

3) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) أنشئ (C_f) والمستقيمات المقاربة

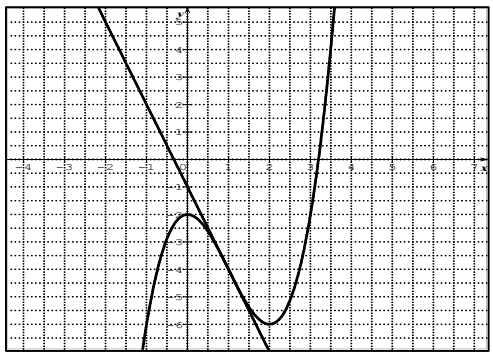
5) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=mx-2$

6) g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=f(x-2)-1$ ، (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق

أ/ بيّن أنّ (C_g) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم أرسمه في نفس المعلم السابق

✓ **التمرين الثاني و العشرون:**

I) المنحنى الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x^2-2$



بقراءة بيانية

1) حل المتراجحة $g'(x)\geq 0$

2) أحسب $g'(1)$ و $g''(1)$

3) شكل جدول تغيرات الدالة g

4) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $]3,1;3,2[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+1}{(x-1)^2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to 1}f(x)$ ،ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيًا

2) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f'(x)=\dfrac{(x-1)g(x)}{(x-1)^4}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) أثبت أنّ : $f(\alpha)=3+\dfrac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ ،ثم أحصر العدد $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-1}

5) أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$

ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

6) برهن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي (Δ) ،يطلب إعطاء معادلة له

7) جد إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الفواصل والتراتيب

8) أنشئ (Δ)، (T) و (C_f)

9) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة؛ $f(x)=x+m$

✓ التمرين الثالث و العشرون:

نعتبر الدالة f المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{-3;1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x+2}{x^2+2x-3}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، فسر النتائج المحصل عليها هندسيا

2) أحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بيّن أنه من أجل كل x من D ، $f(-2-x)+f(x)=0$ ، فسر النتيجة هندسيًا

4) أوجد إحداثيات A و B نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل والتراتيب على الترتيب

5) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A

6) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) مع (Δ) ، ماذا تستنتج ؟(لاحظ أنّ : $x^3+3x^2+3x+1=(x+1)^3$)

7) أنشئ (C_f) و (Δ)

8) ناقش بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $mx^2+2(m-1)x-3m-2=0$

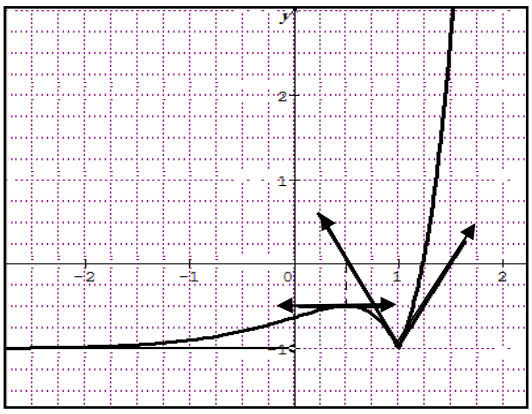
9) لتكن g الدالة المعرفة بـ $g(x)=|f(x)|$

أ/ أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

ب/ ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g اعتمادا على (C_f)

✓ التمرين الرابع و العشرون:

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، الشكل المقابل يمثل (C) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$



1) بقراءة بيانية:

أ/ جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 1

د/ عين $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ، $f_d'(1)$ و $f_g'(1)$ ثم تأكد من صحة تخمينك

2) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-f(x)-1}$

❖ أحسب $g'(x)$ واستنتج إشارتها ثم شكل جدول التغيرات

❖ ناقش بيانيا؛ حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x)=e^m$

✓ التمرين الخامس و العشرون:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x-16$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ/ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $2,1<\alpha<2,2$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{x-8}{x^2+1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان ؛ $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+1)^2}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) عيّن؛ دون حساب، $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة هندسيا

4) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f)

5) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

6) تحقق أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{3(8-\alpha)}{\alpha^2+1}$ ، ثم عيّن حصر للعدد $f(\alpha)$

7) عيّن معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

8) أحسب $f(-2)$ أنشئ (C_f) ، (T) و (Δ) (نأخذ : $f(\alpha)\approx 3$)

9) ناقش بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m-1$

✓ **<u>التمرين السادس و العشرون:</u>**

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=|x+1|-\dfrac{4}{x-1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2) أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

3) أحسب $f'(x)$ وأدرس إشارتها ، ثم شكل جدول التغيرات

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) بجوار $+\infty$ و (Δ') بجوار $-\infty$

5) ادرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ) على المجال $]+\infty;1[$ و (Δ') على المجال $]-1;-\infty[$

أ/ أحسب $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ و $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0}\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

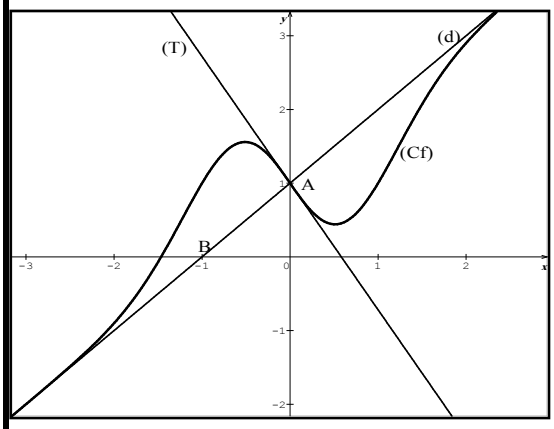
ب/ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

ج/ أكتب معادلتي نصفي المماسين (T_1) و (T_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=-1$

6) أنشئ (C_f) ، (Δ) ، (Δ') ونصفي المماسين

7) ناقش بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m+1$

✓ التمرين السابع و العشرون:



الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) الممثل للدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;0)$ و (T) مماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

علما أن؛ $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ ، $f\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{3}{2}$ و $f'(0)=f'\left(\frac{-1}{2}\right)=f'\left(\frac{1}{2}\right)$

I) بقراءة بيانية: أجب عن الأسئلة التالية

1) عيّن نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) استنتج أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يطلب إعطاء حصرا له، ثم استنتج إشارة $f(x)$

4) بيّن أن $f(-x)+f(x)=2$

5) عيّن معادلة المستقيم المقارب المائل عند $+\infty$ و $-\infty$

6) استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) مع (T) ماذا تستنتج؟

II) نعرف على المجال $]-1;+\infty[$ الدالة g كما يلي: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

1) أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

2) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

✓ التمرين الثامن و العشرون:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x+12$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $\alpha\in]-1,48;-1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان ؛ $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) أ/ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f)

ب/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) أنشئ (C_f) والمستقيم (Δ)

✓ **التمرين التاسع و العشرون:**

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{(x^2-1)^2}{x^3}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$

2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{(x^2-1)(x^2+3)}{x^4}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=x-\frac{2x^2-1}{x^3}$

4) أ/ بيّن أن (C_f) يقبل مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلته

ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المقارب المائل (Δ)

5) أرسم (Δ) و (C_f)

6) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=mx$

همسة في أذن كل طالب علم طمح ثم حاول ثم فشل ثم يأس
لا تيأس..... وكن طموحا
فالناجحون يطمحون ، ثم بعد ذلك ينجحون

✍ إعداد الأستاذ محمد حاقة