

## امتحان الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

اليوم: الاثنين 03 ديسمبر 2018

المدة: 3 ساعات

الشعبة: 3 تقني رياضي

التمرين الأول: (06 نقاط)

عين الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير: (أي اجابة دون تبرير لا تؤخذ بعين الاعتبار)

معدوم	موجب تماما	سالب تماما
0	1	2
0	1	2
$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$[0; +\infty[$

1. العدد  $\frac{1}{2} \ln(125) + 2 \ln\left(\frac{1}{5}\right) + \ln \sqrt{5}$  هو عدد:2. عدد حلول المعادلة  $e^{3x} - x - 1 = 0$  هو:3. عدد حلول المعادلة:  $(\ln x)^2 = \ln(x^2)$  هو:4. حلول المتراجحة  $e^x - e^{-x} \geq 0$  هي:5. الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$  هي دالة:

زوجية	فردية	ليست زوجية وليست فردية
-------	-------	------------------------

6. منحنى الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$  يقبل نقط انعطاف فواصلها من الشكل:

$x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} / k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$
---	---	--

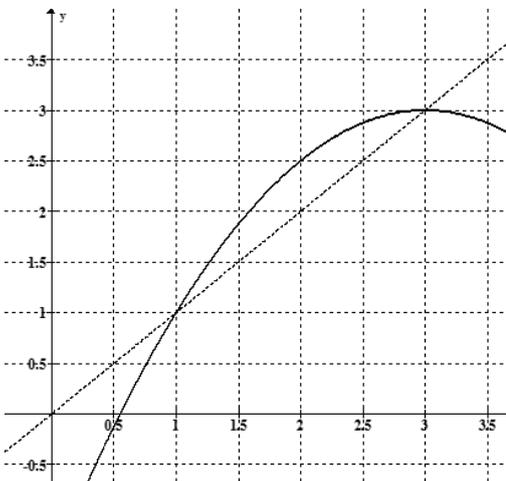
7. الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  بـ  $f(x) = \frac{mx^2}{x^2 - 1}$  حيث  $m \in \mathbb{R}^*$  تقبل قيمة حدية محلية وحيدة من أجل:

$m \in \mathbb{R}_+^*$	$m \in \mathbb{R}^*$	$m \in \mathbb{R}_-^*$
------------------------	----------------------	------------------------

8. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $y' - 1 = y$  الذي يحقق  $y(\ln 2) = 1$  هو:

$x \mapsto e^x - 1$	$x \mapsto e^{1-x} - 1$	$x \mapsto e^{\frac{1}{2}(x+1)} + 1$
---------------------	-------------------------	--------------------------------------

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بـ  $u_0 = \frac{3}{2}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ  $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n^2 + 3u_n - \frac{3}{2}$ .I. في الشكل المقابل قمنا برسم المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة  $f$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ  $u_{n+1} = f(u_n)$  والمستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x$ .

1. أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم انشئ على محور الفواصل الحدود

الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$  دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء.2. ما تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها؟II. نعتبر  $(v_n)$  المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:

$$v_n = u_n - 3$$

1. أثبت من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن:  $v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n^2$ .2. اثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ؛  $-2 \leq v_n < 0$ .

3. أ- أثبت من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن:  $v_{n+1} - v_n = -v_n \left( \frac{1}{2}v_n + 1 \right)$ .

ب- استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$  و تقاربها.

4. نسمي  $l$  نهاية المتتالية  $(v_n)$  حيث  $l \in [-2; 0[$ ؛ تحقق أن  $l = -\frac{1}{2}l^2$  ثم حدّد قيمة  $l$ .

III. نسمي  $(w_n)$  المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $w_n = \ln \left( -\frac{2}{v_n} \right)$ .

1. برّر وجود المتتالية  $(w_n)$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ثم بيّن أنّها متتالية هندسية أساسها 2.

2. اكتب كلا من  $w_n$ ؛  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

3. احسب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$  المعرّف بـ:  $P_n = \frac{1}{v_0} \times \frac{1}{v_1} \times \dots \times \frac{1}{v_n}$ .

### التمرين الرابع: (08 نقاط)

I. نعتبر المعادلتين التفاضليتين  $(E): y' + 2y = 2 \frac{e^{-x}}{1+2e^x}$  و  $(E'): y' + 2y = 0$

1. تحقق أنّ الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $\varphi: x \mapsto e^{-2x} \ln(1+2e^x)$  حلّ للمعادلة  $(E)$ .

2. اثبت أنّ الدالة  $h$  حلّ للمعادلة  $(E)$  إذا وفقط إذا كانت  $h - \varphi$  حلّاً للمعادلة التفاضلية  $(E')$ .

3. حلّ  $(E')$  ثم استنتج  $h$  الحل للمعادلة  $(E)$  الذي يحقق  $h(0) = \ln 3$ .

II. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $g(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} - \ln(1+2e^x)$

1. حدّد نهايات الدالة  $g$  عند حدود مجموعة التعريف.

2. شكّل جدول تغيرات الدالة  $g$  ثم استنتج أنّ  $g(x) < 0$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .

III. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = e^{-2x} \ln(1+2e^x)$

1. احسب  $f'(x)$  ثم تحقق أنّ  $f'(x) = 2e^{-2x} g(x)$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .

2. أ. بوضع  $X = 1 + 2e^x$ ، أثبت أنّ  $f(x) = \frac{4X}{(X-1)^2} \frac{\ln X}{X}$

ب. استنتج نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  ثم فسّر النتيجة بيانياً.

3. بوضع  $Z = 2e^x$ ، احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$ .

4. شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

5. بيّن أنّ المعادلة  $f(x) = 3$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $-0.8 < \alpha < -0.7$  ثم فسّر النتيجة بيانياً.

6. ليكن  $(C)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في معلم متعامد  $(\vec{i}, \vec{j}; o)$ . (وحدة الرسم:  $4cm$  بالنسبة لمحور

الفواصل و  $1cm$  بالنسبة لمحور الترتيب).

أ. حدّد معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب. ارسم المماس  $(T)$  ثم المنحني  $(C)$ .