



## الفرض المعروض الثاني في مادة الرياضيات



التاريخ: 2019/02/14

المدة: « ساعة و 30د »

التوقيت: 14:00 سا ... 15 سا و 30د

الاجابة تكون باحد  
اللونين الازرق او الاسود

### التمرين الأول (06 نقاط)

1- اثبت ان العددين 993 و 170 اوليان فيما بينهما  
نعتبر في مجموعة الاعداد الصحيحة المعادلة:  $(E) \quad 993x - 170y = 143$ .....

(ا)- عين الحل الخاص  $(x_0; y_0)$  للمعادلة  $(E)$  الذي يحقق:  $x_0 + y_0 = 6$

(ب)- حل في  $\mathbb{Z}^2$  للمعادلة  $(E)$

3- جد اصغر عدد طبيعي  $a$  بحيث يكون باقي قسمة العدد  $a - 1$  على كل من  
العددين 1986 و 340 هو 14 و 300 على الترتيب

### التمرين الثاني (08 نقاط):

(1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية للعددين  $2^n$  و  $4^n$  على 7

(2) - نضع من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $\alpha_n = 2^n + 4^n + 8^n$

(3)- برهن انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فان:  $\alpha_{n+3} \equiv \alpha_n [7]$

(4)- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق: 
$$\begin{cases} 2^n \times n + n + 1 \equiv 0 [7] \\ n \equiv 0 [4] \\ 20 \leq n \leq 80 \end{cases}$$

### التمرين الثالث (06 نقاط):

- يحتوي كيس على كرتين بيضاوين تحمل إحداهما تحمل الرقم 1 و الأخرى تحمل الرقم 2  
و 3كرات حمراء تحمل الأرقام 2 و 4 كرات خضراء مرقمة  
من 1 الى 4

نسحب 3 كرات في آن واحد من هذا الكيس .

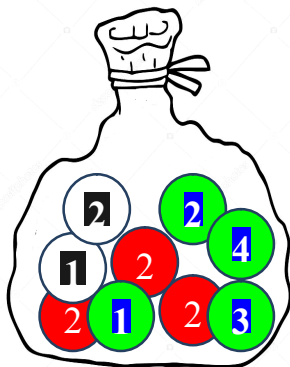
(1)- أحسب عدد الطرق الممكنة لسحب :

(أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

(ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

(ج) كرة بيضاء على الأقل .

(د) كرة خضراء على الأكثر .



(2)- لتكن  $A$  الحادثة «مجموع ارقام الكرات المسحوبة يساوي 6» اثبت ان  $P(A) = \frac{1}{4}$

1ن  
1ن  
1ن  
2ن  
1ن

2ن  
1ن  
2ن  
1ن  
1ن  
1ن

1ن  
1ن  
1ن  
1ن  
1ن

لا تسمح للناس ان يسحبوك لعاصفتهم ... اسحبهم انت له دونك





## نصحيح الفروض المحروس الاول للفصل الثاني في مادة الرياضيات



مجزاة

مجموع

القسمية الاقليدية + مبرهنات بيزو وغوص

### حل التمرين الأول (06 نقاط)

01

1- اثبت ان العددين 993 و 170 اوليان فيما بينهما استعمال خوارزمية اقليدس او مبرهنة بيزو .....

2- تعيين الحل الخاص  $(x_0; y_0)$  للمعادلة  $(E)$  الذي يحقق :  $x_0 + y_0 = 6$

لدينا  $993x_0 - 170y_0 = 143$  و  $x_0 + y_0 = 6$  بالتعويض نجد ان

$$x_0 = 1 \text{ و } y_0 = 5$$

1.5

و منه الحل الخاص هو  $(x_0; y_0) = (1; 5)$  .....

(ب-) الحل في  $\mathbb{Z}^2$  للمعادلة  $(E)$

$$\text{لدينا: } \begin{cases} 993x - 170y = 143 \\ 993(1) - 170(5) = 143 \end{cases} \text{ ومنه: } 993(x - 1) = 170(y - 5)$$

01

ومنه حسب مبرهنة غوص نجد :  $x = 170k + 1$  و  $y = 993k + 5$  مع  $k \in \mathbb{Z}$  .....

3 - ايجاد اصغر عدد طبيعي  $a$

01

لدينا:  $a - 1 \equiv 14 [1986]$  و  $a - 1 \equiv 300 [340]$  أي:  $\begin{cases} a \equiv 15 [1986] \\ a \equiv 301 [340] \end{cases}$  .....

0.5

ومنه :  $1986\alpha + 15 = 350\beta + 301$  أي:  $993\alpha - 170\beta = 143$  .....

0.5

لكن  $\alpha = 170k + 1$  بالتعويض نجد ان:  $a = 15 + 1986(170k + 1)$  .....

01

من اجل  $k = 0$  ياخذ  $a$  اصغر قيمة و منه :  $a = 2001$  .....

**06**

### حل التمرين الثاني (08 نقاط) :

01

(1) دراسة بواقي القسمية الاقليدية للعددين  $2^n$  و  $4^n$  على 7 حسب قيم العدد  $n$  لدينا :  $2^0 \equiv 1 [7]$   $2^1 \equiv 2 [7]$   $2^2 \equiv 4 [7]$   $2^3 \equiv 1 [7]$  .....

0.5

من اجل كل عدد طبيعي  $k$   $2^{3k} \equiv 1 [7]$   $2^{3k+1} \equiv 2 [7]$   $2^{3k+2} \equiv 4 [7]$  .....

01

لدينا كذلك:  $4^0 \equiv 1 [7]$   $4^1 \equiv 4 [7]$   $4^2 \equiv 2 [7]$   $4^3 \equiv 1 [7]$  .....

0.5

من اجل كل عدد طبيعي  $k$  :  $4^{3k} \equiv 1 [7]$   $4^{3k+1} \equiv 4 [7]$   $4^{3k+2} \equiv 2 [7]$  .....

0.5

بما ان :  $\alpha_n = 2^n + 4^n + 8^n$  فان  $\alpha_{n+3} = 2^{n+3} + 4^{n+3} + 8^{n+3}$  .....

(3) - البرهان انه انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فان :  $\alpha_{n+3} \equiv \alpha_n [7]$

لدينا :  $8^3 \equiv 1 [7]$  و  $4^3 \equiv 1 [7]$   $2^3 \equiv 1 [7]$  وبما ان  $\alpha_{n+3} = 2^3 \times 2^n + 4^3 \times 4^n + 8^3 \times 8^n$

01

فان :  $\alpha_{n+3} \equiv 2^n + 4^n + 8^n [7]$  اي  $\alpha_{n+3} \equiv \alpha_n [7]$  .....

$$(4) - \text{عين قيم العدد الطبيعي } n \text{ التي تحقق : } \begin{cases} 2^n \times n + n + 1 \equiv 0 [7] \\ n \equiv 0 [4] \\ 20 \leq n \leq 80 \end{cases}$$

مما سبق يمكن كتابة :

0.5

من اجل :  $n = 3k$  نجد ان :  $k \equiv 1 [7]$  اي :  $n = 21\lambda + 3$  مع  $\lambda \in \mathbb{N}$  .....

**08**

البرهان الاقليدي

0.5  
0.5  
01  
01

من اجل:  $n = 3k + 1$  نجد ان:  $7 \equiv k \equiv 5$  اي:  $n = 21\lambda + 16$  .....  
 من اجل:  $n = 3k + 2$  نجد ان:  $7 \equiv k \equiv 3$  اي:  $n = 21\lambda + 11$  .....  
 بما ان  $20 \leq n \leq 80$  فان:  $n \in \{24; 37; 32; 45; 58; 53; 66; 79\}$  .....  
 لكن:  $n \equiv 0 \pmod{4}$  ومنه:  $n \in \{24; 32\}$  .....

**حل التمرين الثالث ( 06 نقاط ) :**

**المعطيات :**

كرتين بيضاوين [1 - 2]

3كرات حمراء [2 - 2 - 2] 4 كرات خضراء مرقمة [1 - 2 - 3 - 4]

طريقة السحب سحب 3 كرات في آن واحد .

(1) - عدد طرق السحب الممكنة لسحب :

(أ) ثلاث كرات من نفس اللون :  $C_3^3 + C_4^3 = 1 + 4 = 5$  .....

01

(ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم :  $C_5^3 = 10$  .....

01

(ج) كرة بيضاء على الأقل :  $C_2^1 \times C_7^2 + C_2^2 \times C_7^1 = 49$  .....

01

(د) كرة خضراء على الأكثر:  $C_4^1 \times C_5^2 + C_5^3 = 50$  .....

01

لدينا  $A$  «مجموع ارقام الكرات المسحوبة يساوي 6»

اثبت ان:  $P(A) = \frac{1}{4}$

عدد الحالات الممكنة:  $C_9^3 = 84$  .....

01

عدد الحالات الملائمة:  $C_5^3 + C_2^1 \times C_5^1 \times C_1^1 + C_2^2 \times C_1^1 = 21$  .....

01

ومنه

.....  $P(A) = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$  .....

استاذ المادة

مع اطيب الاماني ...



استاذ المادة.....