التمرين (1)

f دالة معرفة على المجموعة D حيث : $D=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{1}{x-1}+ln(x+1)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

❶ أ)- أحسب : $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا

ب)- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

❷ أ)- بين أنه من أجل كل x من D لدينا:

$$f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$$

استنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

ب)- عين معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

❸ g دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة :

$$g(x)=\frac{1}{x-1}+ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

أ)- بين أن $\frac{x+1}{x}>1$ من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

❹ أ)- نسمي (C_{ln}) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto lnx$، حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (C_{ln}) على المجال $]1;+\infty[$

ب)- أرسم (C_f) و (C_{ln}) و (Δ)

❺ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $\frac{1}{x+1}+ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=0$

التمرين (2)

I نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$$

❶ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❷ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$1{,}5<\alpha<2$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{\ln x}{x^2+1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أ)- احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, ثم فسر النتائج هندسيا

ب)- عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❷ بين أن $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

❸ أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

❹ أرسم (Δ) و (C_f)

❺ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة :

$$f(x)=\tfrac{1}{2}x+m$$

التمرين (3)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]-\infty;-2[\cup]-1;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=x+1+2ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ وليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى م م م $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم فسر النتائج هندسيا.

❷بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى (Γ)

❸أدرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى (Δ)

❹ بين أن النقطة $N\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (Γ)

❺ أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

❻ برهن على وجود مماسين للمنحنى (Γ) معامل توجيه كل منهما $\frac{2}{3}$

❼ أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (Γ)

❽ m عدد حقيقي موجب تماما

- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة الحلول المعادلة :

$$2ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right)=x+1$$

التمرين (4)

g (I دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=x^2-2ln(x)$،

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)$

❷ أدرس اتجاه تغير g وشكل جدول تغيراتها.

❸ أثبت أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α : $1.2<\alpha<1.5$

❹ استنتج إشارة $g(x)-2$ حسب قيم x

II) f دالة معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+2-\dfrac{2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

① أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

② بين أن من أجل x من $]0,+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)-2}{x^2}$، ثم أدرس اتجاه التغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

③ بين أن (D) المستقيم ذو المعادلة $y-x-2=0$ مقارب عند $+\infty$.

④ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

⑤ أثبت أن $f(\alpha)=2\alpha+2-\dfrac{2}{\alpha}$، ثم أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$

⑥ بين أنه توجد نقطة وحيدة B من (C_f) يكون عندها المماس (T) موازيا لـ (D)

⑦ أنشــئ المنحنى (C_f)

التمريــــــن (5)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ :

$$g(x)=x^2-4x+3+ln|x-2|$$

❶ أدرس تغيرات الدالة g (لا يطلب تعيين النهايات)

❷ أحسب $g(3)$ و $g(1)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بالعبارة:

$$f(x)=2-x+\frac{ln|x-2|}{x-2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

① أثبت أن : $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-)^2}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$

② أدرس تغيرات الدالة f، ثم أحسب $f(1)$ ، $f(-1)$ و $f(0)$

③ أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل لـ (C_f)

④ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

⑤ برهن على وجود مماسين لـ (C_f) معامل توجيه كل منهما (-1)

⑥ أنشــــــئ المنحنى (C_f)

التمريــــــن (6)

I)– لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$$

❶ أحسب نهايات g عند 0 وعند $+\infty$.

❷ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ أن :

$$g'(x)=x(2\ln x-1)$$

❸ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما والاخر $2.2<\alpha<2.3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر f المعرفة على المجال $\mathscr{D}=]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

❶ أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها

❷ أ)- بين أنه من أجل كل x من المجال $\mathscr{D}$ أن :

$$f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$$

ب)- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

❸ أ)- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathscr{D}$:

$$f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

ب)- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$

❹ أرسم (Δ) و (C_f) في المعلم السابق .

❺ لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;e[$ بـ :
$F(x)=-\ln(1-\ln x)$.

أ)- بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;e[$.

ب)- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\sqrt{e}$

التمريــــــن (7)

I نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$g(x)=-x^2+1-\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكّل جدول تغيّراتها
2. أحسب $g(1)$, ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم x .

II نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$f(x)=-\dfrac{1}{2}x+3+\dfrac{\ln x}{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ; ثمّ فسّر النتائج هندسيا
2. أ)- تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$$
ب)- أدرس إتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. أ)- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
ب)- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)
4. أ)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها
ب)- أكتب معادلة للمماس (T).
5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f).
6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$.

التمريـــــــن (8)

$(I$نعتبر الدالة العددية gالمعرفة على المجال $]0;+\infty[$بـ :
$g(x)=x^2-1-2ln(x)$.

❶ أدرس تغيرات الدالة g

❷ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

$(II$نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$بـ :
$$f(x)=x+\frac{1-(lnx)^2}{x}$$
(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

❷ برهن أن $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty}\frac{(lnx)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ,ثم أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty} f(x)$.

❸ أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي xمن $]0;+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{g(x)+(lnx)^2}{x^2}.$$
ب)- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

❹ أ)- بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$.
بـ)- أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

❺ أ)- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3<\alpha<0.4$.
بـ)- أرسم (Δ)و (C_f).

❻ نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $h(x)=f(-x)$و (C_h) تمثيلها البياني

- اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h)انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .

التمريـــــــن (9)

$(I$ – لتكن gالدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: بـ
$g(x)=e^x-ln(e^x-1)$

❶ ادرس اتجاه تغير الدالة g.

❷ استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ أن: $g(x)>0$.

$(II$نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$بـ :
$$f(x)=\frac{e^x}{e^x-1}ln(e^x-1)$$
وليكن (C_f)تمثيلها البياني في م . م . م $(o;\vec{i};\vec{j})$.

❶ أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

❷ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{e^x}{(e^x-1)^2}.g(x).$$

❸ استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

❹ أثبت أنه من أجل كل xمن $]0;+\infty[$:
$$f(x)=\frac{e^x}{e^x-1}\left[x+ln(1-e^{-x})\right].$$

❺ بين أن : $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

❻ أحسب إحداثيات نقط تقاطع (C_f)مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f).

❼ ليكن λعددا حقيقيا حيث : $0<\lambda<ln2$.
أ)- أحسب المساحة $A(\lambda)$للحيز المستوي المحدد بـ (C_f)ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\lambda$ و$x=ln2$
بـ)- أحسب $\lim\limits_{\lambda\longrightarrow 0}A(\lambda)$.

التمريـــــــن (10)

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. الوحدة 2cm

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة :
$g(x)=-x+1+x\ln x$

و ليكن $(\mathscr{C}_g)$ تمثيلها البياني. و جدول تغيراتها هو كما يلي:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $\cdots$	↘	0	↗	$\cdots$

❶ أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.

❷ أدرس إشارة $g(x)$

❸ ليكن $(\mathscr{C})$ التمثيل البياني للدالة $x \longrightarrow \ln x$ في المعلم السابق

أ)- بين أن $(\mathscr{C}_g)$ و $(\mathscr{C})$ يشتركان في نقطتين فاصلتيهما 1 و e

ب)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;e]$ لدينا: $g(x) \leqslant \ln x$

الجزء الثاني

لتكن f الدالة المعرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بالعبارة:

$f(x) = \dfrac{\ln x}{x-1}$ و ليكن $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني

❶ بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x(x-1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها

❷ أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$، ثم بين أنّ $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ، فسر النتيجة الأخيرة بيانيا.

❸ شكل جدول تغيرات الدالة f

❹ بين أن $(\mathscr{C}_f)$ يقطع المستقيم ذي المعادلة $2y-1=0$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $3.5 \leqslant \alpha \leqslant 3.6$

❺ أرسم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$

الجزء الثالث

لتكن h الدالة المعرفة على $]-a,0[\cup]0;+\infty[$ بالعبارة:

$h(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{x} + b$ حيث a و b عددان حقيقيان

❶ عين العددين a و b إذا علمت أنَ $(\mathscr{C}_h)$ منحنى الدالة h يشمل النقطة $A(1;0)$ و يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته $y=-\ln 2$ في جوار $+\infty$

❷ أكتب عبارة $h(x)$ بدلالة $f(x)$، ثم بيّن أنّه يمكن رسم المنحنى $(\mathscr{C}_h)$ انطلاقا من المنحنى $(\mathscr{C}_f)$

❸ أرسم المنحنى $(\mathscr{C}_h)$ في المعلم السابق.

التمريـــــن (11)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2-\ln x}{x^2}$$

❶ احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

❷ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}71 < \alpha < 1{,}72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 2 + \dfrac{-1+\ln x}{x}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

❶ أ)- احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❷ أ)- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\dfrac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب)- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

❸ " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0{,}87$ و $f(\gamma) = f(\beta) = 0$ حيث $0{,}76 < \beta < 0{,}78$ و $4{,}19 < \gamma < 4{,}22$ ".

- أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

❹ ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leqslant e$ ، نرمز ب $\mathscr{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=\lambda$.

أ)- احسب $\mathscr{A}(\lambda)$ بدلالة λ .

ب)- عين قيمة λ حيث $\mathscr{A}(\lambda) = \dfrac{1}{2}cm^2$

التمريـــــن (12)

الجزء الأول

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال: $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ بـ :

$$f(x) = 1 + ln(2x-1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

❶ أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

❷ بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$، ثم شكل جدول تغيراتها

❸ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$

❹ أثبت أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ln(x+a)+b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما

❺ استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln"

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ :

$$g(x)=f(x)-x$$

❶ أحســـب $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{1}{2} \\ >}} g(x)$ ، ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

❷ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

❸ أحسب $g(1)$ ، ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ تحقق ان $2<\alpha<3$

❹ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

❺ أنشيء المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

❻ أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فـإن $f(x)\in]1;\alpha[$

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول : $U_0=\frac{3}{2}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

❶ مثل بيانيا الحدود الأربعة الاولى للمتتالية (U_n) (استعن بالمنحنى البياني (C_f) و المستقيم (Δ))

❷ أعط تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية (U_n)

❸ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<U_n<\alpha$

❹ بين أن المتتالية (U_n) متقاربة، ثم أثبت أن $\lim U_n=\alpha$

التمريـــــــن (13)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^{x}}.$$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

❷ أدرس اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=e^{x}\ln(e^{-x}+1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م . م. م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t=e^{-x}$).

❶ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)=-xe^{x}+e^{x}.\ln(e^{x}+1)$$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❸ أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{x}.g(x)$.

ب)- استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

❹ بين أن المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

❺ أرسم (C_f).

❻ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $\ln(e^{-x}+1)-me^{-x}=0$

التمريـــــــن (14)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x^2+2x-1+ln(x+1).$$

❶ أدرس اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .

❷ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.31<\alpha<0.32$.

❸ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ ب :

$$f(x)=(x+1)^2+(2-ln(x+1))^2$$

و(C_f) تمثيلها البياني في م. م. م $(O;\vec{i};\vec{j})$ ($\|\vec{i}\|=2cm$).

❶ بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ أن : $f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$

❷ عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف , ثم شكل جدول تغيراتها

❸ بين أن $f(\alpha)=(\alpha+1)^2+(\alpha+1)^4$. ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

❹ مثل المنحنى (C_f)

❺ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=m+1$.

III) نعتبر h الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=ln(x+1)$ وليكن (C_h) منحناها البياني في المعلم السابق و $A(-1;2)$ نقطة من المستوى .

❶ أكتب عبارة المسافة AM بدلالة $f(x)$ حيث M نقطة من منحنى الدالة h فاصلتها x.

❷ لتكن φ الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $\varphi(x)=\sqrt{f(x)}$

أ)- بين أن للدالتين φ و f نفس اتجاه التغير على $]-1;+\infty[$.

ب)- عين إحداثيات النقطة B من (C_h) حتى تكون المسافة AM أصغر مايمكن .

جـ)- بين أن : $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

د)- هل المستقيم (AB) عمودي على مماس المنحنى (C_h) في النقطة B ؟

التمريـــــن (15)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=-\frac{1}{2}+\frac{2-\ln x}{x^2}\ .$$

❶ احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

❷ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}71<\alpha<1{,}72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=-\frac{1}{2}x+2+\frac{-1+\ln x}{x}\ .$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

❶ أ)- احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❷ أ)- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب)- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

❸ " نقبل أن $f(\alpha)\simeq 0{,}87$ و $f(\beta)=f(\gamma)=0$ حيث $0{,}76<\beta<0{,}78$ و $4{,}19<\gamma<4{,}22$ ".

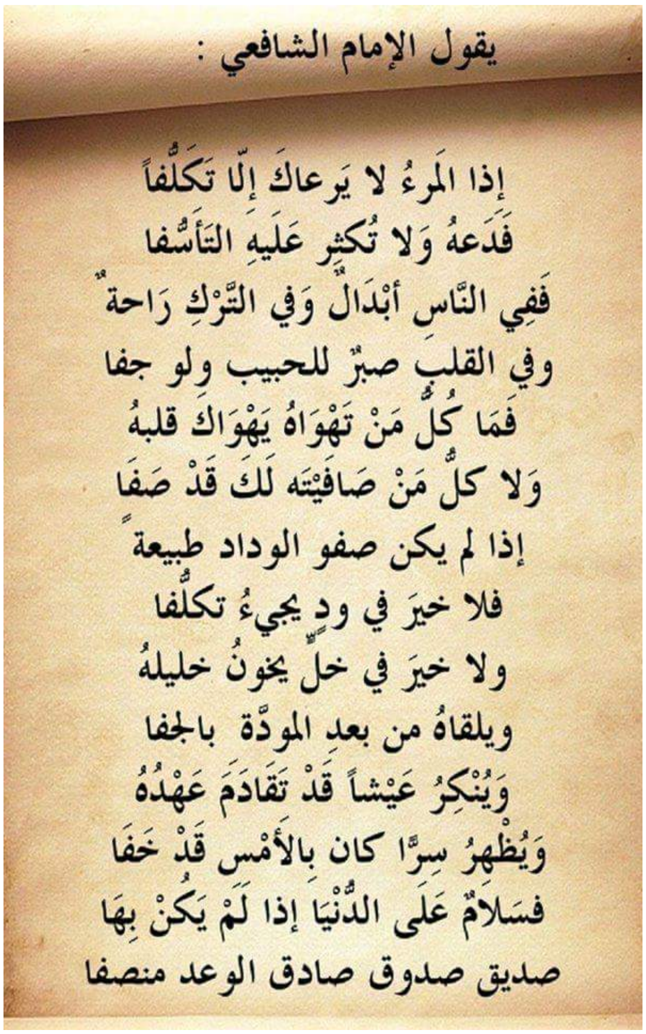
- أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

❹ ليكن λ عدد حقيقي حيث $1<\lambda\leqslant e$

نرمز بـ $\mathscr{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=\lambda$.

أ)- احسب $\mathscr{A}(\lambda)$ بدلالة λ .

ب)- عين قيمة λ حيث $\mathscr{A}(\lambda)=\frac{1}{2}cm^2$.


يقول الإمام الشافعي :

إذا المَرءُ لا يَرعاكَ إلّا تَكَلُّفاً
فَدَعهُ وَلا تُكثِر عَلَيهِ التَأَسُّفا
فَفِي النَّاسِ أبْدَالٌ وَفي التَّرْكِ رَاحة
وفي القلبِ صبرٌ للحبيب ولو جفا
فَمَا كُلُّ مَنْ تَهْوَاهُ يَهْوَاكَ قلبهُ
وَلا كلُّ مَنْ صَافَيْتَه لَكَ قَدْ صَفَا
إذا لم يكن صفو الوداد طبيعة
فلا خيرَ في ودٍ يجيءُ تكلُّفا
ولا خيرَ في خلٍّ يخونُ خليلهُ
ويلقاهُ من بعدِ المودَّة بالجفا
وَيُنْكِرُ عَيْشاً قَدْ تَقَادَمَ عَهْدُهُ
وَيُظْهِرُ سِرًّا كان بالأَمْسِ قَدْ خَفَا
فَسلامٌ عَلَى الدُّنْيَا إذا لَمْ يَكُنْ بِهَا
صديق صدوق صادق الوعد منصفا