تذكير

1. إذا كانت المعادلة التفاضلية على الشكل : $y' = ay$ فإن الحلول هي : $y = Ce^{ax}$
2. إذا كانت المعادلة التفاضلية على الشكل : $y' = ay + b$ فإن الحلول هي : $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$

حيث : C عدد حقيقي كيفي و يحدد من الشرط الإبتدائي إذا طلب الحل الخاص للمعادلة

التمرين 01 :

أجب بصحيح أو بخطأ مع التعليل في كل مرة :

1) حلول المعادلة التفاضلية : $y' + \frac{1}{2}y - 4 = 0$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x) = Ce^{-0.5x} + 8$.

2) نعتبر الجملة : $\begin{cases} y' = -7y + 35 \\ y(0) = 9 \end{cases}$. الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x) = e^{-7x} + 7$ هي حل لهذه الجملة .

3) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x) = 3e^{2x}.\sin x$ هي حل للمعادلة التفاضلية : $y'' - 4y' + 5y = 0$.

التمرين 02 :

نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E) : y' = -3y + 4e^{-2x}$.

1) عين العدد الحقيقي λ حتى تكون الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = \lambda e^{-2x}$ حلا للمعادلة (E) .

2) بين أن الدالة f تكون حلا لـ (E) إذا وافقط إذا كانت الدالة $(f - g)$ حلا للمعادلة التفاضلية : $(E') : y' = -3y$.

3) حل المعادلة (E') ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

التمرين 03 :

نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E) : y' - 2y = xe^{x}$ والدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $u(x) = (ax + b)e^{x}$.

1) عين العددين الحقيقيين a و b علما أن الدالة u هي حل للمعادلة (E) .

2) حل المعادلة التفاضلية : $(E') : y' - 2y = 0$.

3) بين أن الدالة v تكون حلا لـــ (E') إذا وافقط إذا كانت الدالة $(u + v)$ حلا للمعادلة (E) .

4) إستنتج حلول المعادلة (E) .

5) عين الحل للمعادلة (E) الذي ينعدم عند 0 .

التمرين 04 :

نعتبر الدالة u المعرفة على $]0;+\infty[$ بـــ : $u(x) = \frac{e^{x}}{x}$ و المعادلة التفاضلية : $(E) : y - y' = \frac{e^{x}}{x^{2}}$.

1) بين أن الدالة u هي حل لـــ (E) .

2) بين أن الدالة v المعرفة على $]0;+\infty[$ تكون حلا لـلمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $(v - u)$ حلا للمعادلة التفاضلية : $(E') : y - y' = 0$

3) إستنتج حلول المعادلة (E) .

كتابة الأستاذ : بلقاسم عبدالرزاق