

⚠ تجنب الشطب و استعمال المصحح.

البن من الأول: (06 نقاط)

$$f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 4}{(x-2)^2} : f \text{ دالة معرفة على }]2, +\infty[\text{ بـ}$$

1 عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي $x > 2$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$

2 عين الدوال الأصلية للدالة f على $]2, +\infty[$.

3 استنتج دالة أصلية F للدالة f على $]2, +\infty[$ التي تحقق : $F(3) = -1$.

4 أحسب التكاملات التالية : $\int_3^5 f(x) dx$ و $\int_3^5 3f(x) dx$ و $\int_3^5 [2f(x) + 3x^2] dx$

5 أحسب القيمة المتوسطة m للدالة f على $[3, 5]$.

البن من الثاني: (06 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} حيث $U_0 = \frac{5}{2}$: ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 2$.

1 أحسب U_1 ، U_2 .

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_n \leq 6$.

3 بين أن المتتالية (U_n) متزايدة ، ماذا تستنتج ؟

α عدد حقيقي غير معدوم . من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = U_n - \alpha$.

1 عين قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول V_0 .

2 عبر عن (V_n) بدلالة n ؛ استنتج عبارة (U_n) بدلالة n .

3 أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

4 أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ و $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

5 استنتج الجداء $P_n = 3^{U_0} \times 3^{U_1} \times \dots \times 3^{U_n}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 4}{(x+1)^2}$, ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث نأخذ الوحدة $2Cm$ على محور الفواصل و $1Cm$ على محور الترتيب .

- 1 أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجال التعريف , ثم فسر النتيجة بيانيا .
- 2 بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2 + 4x + 7)}{(x+1)^3}$.
- 3 أدرس إشارة $f'(x)$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 4 أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = ax + \frac{b}{(x+1)^2}$.
- 5 بين أن المستقيم الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.
- 6 أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.
- 7 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2.5 < \alpha < -2$.
- 8 أرسم المستقيمتان المقاربتان والمنحنى (C_f) .
- 9 أحسب بـ Cm^2 المساحة S المحددة بـ : المنحنى (C_f) و المستقيمتان $y = x$, $x = 1$ و $x = 3$.
- 10 أحسب بـ Cm^2 المساحة $A(\alpha)$ بدلالة α المحددة بـ : المنحنى (C_f) و المستقيمتان $y = x$, $x = -2$ و $x = \alpha$.

إنذا أبرجت أن تبيح بحق، سنبجك طر يقا منا، وإنذا كبت لا تبريك فسنبجك عكبرا .