الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية		
ثانوية: عبد المالك رمضان تاظروك	مديرية التربية لولاية تمنراست	الموسم الدراسي: 2020/2019
المستوى : الثالثة علوم تجريبية		المدة : $e^{\ln(3)}$ ساعة
اختبار الفصل الاول مادة الرياضيات		

يجب الكتابة بقلم اسود او ازرق فقط ويجب تفادي التشطيب على الورقة

التمرين الاول (5.5 ن)

1) حل المعادلة والمتراجحة التاليتين : $e^{2x}-2e^{x}-3=0$ و $\ln(2x-e)\leq 0$.

2) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\cos(x)+2}{x^2}\right)$ و $\lim\limits_{x\to e}\left(\dfrac{\ln(x)-1}{x-e}\right)$.

3) فسر بيانيا النتيجتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x-1)]=0$ و $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=0$.

4) لتكن الدالة $h(x)=x+1+2\ln\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)$

- احسب $h(-3-x)+h(x)$. ماذا تستنتج ؟

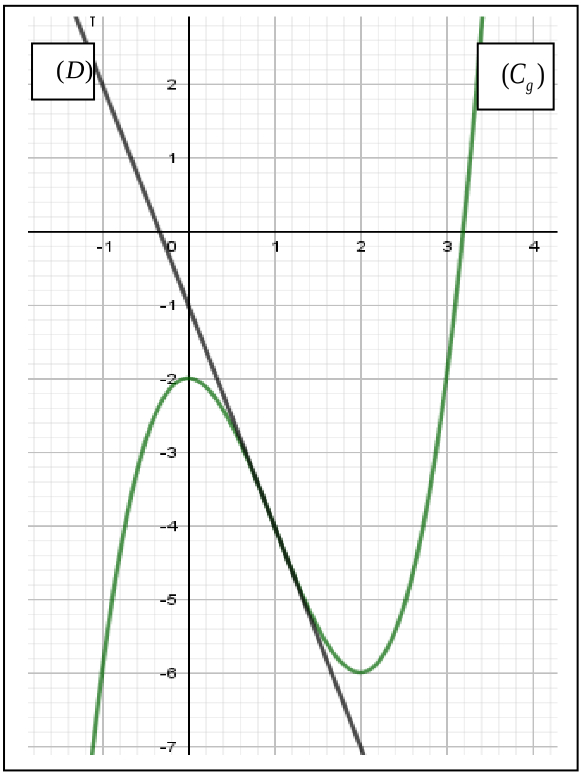
5) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0=2$ و العلاقة $u_{n+1}=u_n-2n+4$.

أ) احسب الحدود u_1 , u_2 , u_3 و u_4 .

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 2$

التمرين الثاني (7.5 ن)

I) المنحني (C_g) الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3-3x^2-2$ و المستقيم (D) هو مماس المنحني (C_g) عن النقطة ذات الفاصلة 1 .



بقراءة بيانية

1) حل المعادلة و المتراجحة $g'(x)=0$ و $g'(x)\geq 0$.

2) احسب $g'(1)$ و $g''(1)$.

3) شكل جدول تغيرات الدالة g .

4) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]3.1;3.2[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+1}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ ثم فسر النهاية الاخيرة .

2) أ) اثبت ان من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ $f'(x)=\dfrac{(x-1)g(x)}{(x-1)^4}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بالنسبة لـ (C_f) و (Δ) .

4) بين ان $f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$

5) بين ان المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازي للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته .

6) احسب $f(0)$ و $f(-1)$ ثم ارسم (C_f) و (Δ) و (T) .

7) ناقش بيانيا حسب الوسيط m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

التمرين الثالث (07 ن)

I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+(x-1)e^x$

1) احسب النهايتين $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

3) احسب $g(0)$ ثم بين ان من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان $g(x)\geq 0$.

II) نعتبر الدالة f على $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=x+(x-2)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب النهاية $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بين ان من اجل كل x من $]-\infty;2]$ فان : $f'(x)=g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f شكل جدول تغيراته.

3) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بالنسبة لـ (C_f) و (Δ) على المجال .

4) اثبت ان المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثياها .

5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

6) بين ان المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.6<\alpha<1.7$.

7) ارسم (C_f) و (Δ) و (T) .

ومن لم يذق مر التعلم ساعة ***** تجرع كأس الجهل طول حياته

التمرين الاول

1) حل المعادلة والمتراجحة التاليتين

أ) $e^{2x}-2e^{x}-3=0$ بوضع $Y=e^{x}$ نجد $Y^2-2Y-3=0$ نحسب المميز نجد $\Delta=16$ ومنه $Y_1=3$ و $Y_2=-1$ وبالتالي لحل المعادلة السابقة نحل المعادلتين ($e^{x}=3$ اذن $x=\ln(3)$) او ($e^{x}=-1$ لا تقبل حلا) ومنه حلول المعادلة هي $S=\{\ln(3)\}$

ب) $\ln(2x-e)\leq 0$ مجموعة التعريف هي $\left]\frac{e}{2};+\infty\right[$ ثم نحل المتراجحة

$\ln(2x-e)\leq 0$ يعني $2x-e\leq 1$ ومنه $x\leq\frac{1+e}{2}$ وبالتالي حلول المتراجحة هي المجال $\left]\frac{e}{2};\frac{1+e}{2}\right[$

2) حساب النهايتين

أ) بما ان $-1\leq\cos(x)\leq 1$ فان $\frac{1}{x^2}\leq\frac{\cos(x)+2}{x^2}\leq\frac{3}{x^2}$ وبما ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3}{x^2}$ ومنه باستعمال النهاية بالمقارنة نجد ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\cos(x)+2}{x^2}\right)=0$

ب) باستعمال طريقة لوبيتال نجد $\lim\limits_{x\to e}\left(\frac{\ln(x)-1}{x-e}\right)=\lim\limits_{x\to e}\left(\frac{\frac{1}{x}}{1}\right)=\frac{1}{e}$ (يمكن كذالك استعمال العدد المشتق للدالة اللوغاريتم عند e .

3) تفسير النتائج بيانيا

النتيجة	التفسير الهندسي
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=0$	المنحني الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب عند $+\infty$ معادلته $y=2x-1$
$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=0$	المنحني الممثل للدالة f يقبل مماسا موازي لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة a معادلته $y=f(a)$

4) لتكن الدالة $h(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

$$h(-3-x)+h(x)=(-3-x)+1+2\ln\left(\frac{-3-x+2}{-3-x+1}\right)+x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

$$=-x-2+2\ln\left(\frac{-(x+1)}{-(x+2)}\right)+x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)=-1-2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)=-1$$

لدينا $h(2\times(-\frac{3}{2})-x)+h(x)=2\times(-\frac{1}{2})$ ومنه نستنتج ان النقطة $\Omega\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر المنحني الممثل للدالة h .

5) أ) الحدود $u_1=6$, $u_2=8$, $u_3=8$ و $u_4=6$

ب-) اتجاه تغير المتتالية $u_{n+1}-u_n=-2n+4$

لدينا $-2n+4\leq 0$ من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 2$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 2$

التمرين الثاني :

I) المنحني (C_g) الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3-3x^2-2$ و المستقيم (D) هو مماس المنحني (C_g) عن النقطة ذات الفاصلة 1 .

بقراءة بيانية

1) أ) حلول المعادلة $g'(x)=0$ هي فواصل النقط التي تغير فيها الدلة g اتجاه التغير ومنه حلول المتراجحة هي $S=\{0;2\}$.

ب-) حلول المتراجحة $g'(x)\geq 0$ هي المجالات التي تكون فيها الدالة g متزايدة ومنه الحلول هي $S=\left]-\infty;0\right]\cup\left[2;+\infty\right[$

2) $g'(1)=-3$ لان $g'(1)$ هو ميل المماس (D) , $g''(1)=0$ لان (C_g) يقبل نقطة انعطاف عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

3) .

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

4) لدينا $g(3.2)=0.048$ و $g(3.1)=-1.039$: بما ان الدالة g مستمرة ورتيبة على $]3.1;3.2[$ و $g(3.2)\times g(3.1)<0$ فان حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]3.1;3.2[$ أي . $(g(\alpha)=0)$

x		α		$+\infty$ $-\infty$
$g(x)$	-	0	+	

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$. نفسر ان المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=1$

2) أ) $f'(x)=\frac{3x^2(x^2-2x+1)-(2x-2)(x^3+1)}{(x-1)^4}=\frac{(x-1).g(x)}{(x-1)^4}$

-ب) بما ان $(x-1)^4>0$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $(x-1).g(x)$ ومنه

ومنه الدالة f متزاية على المجالين: $]-\infty;1[$ و $]\alpha;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]1;\alpha]$.

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$x-1$		-	0	+		+	
$g(x)$		-		-	0	+	
$f'(x)$		+	||	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

3) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y\right]=0$ ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) دراسة الوضع النسبي بالنسبة لـ (C_f) و (Δ) : لدينا $f(x)-y=\frac{3x-1}{(x-1)^2}$ ومنه اشارة $f(x)-y$ من اشارة $3x-1$ اذن

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f(x)-y$	+	0	-
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

4) $f(\alpha)-3-\frac{\alpha}{(\alpha-1)^2}=\frac{\alpha^3+1}{(\alpha-1)^2}-\frac{3\alpha^2+3}{(\alpha-1)^2}=\frac{\alpha^3-3\alpha^2-2}{(\alpha-1)^2}=\frac{g(\alpha)}{(\alpha-1)^2}=0$ ومنه $f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$.

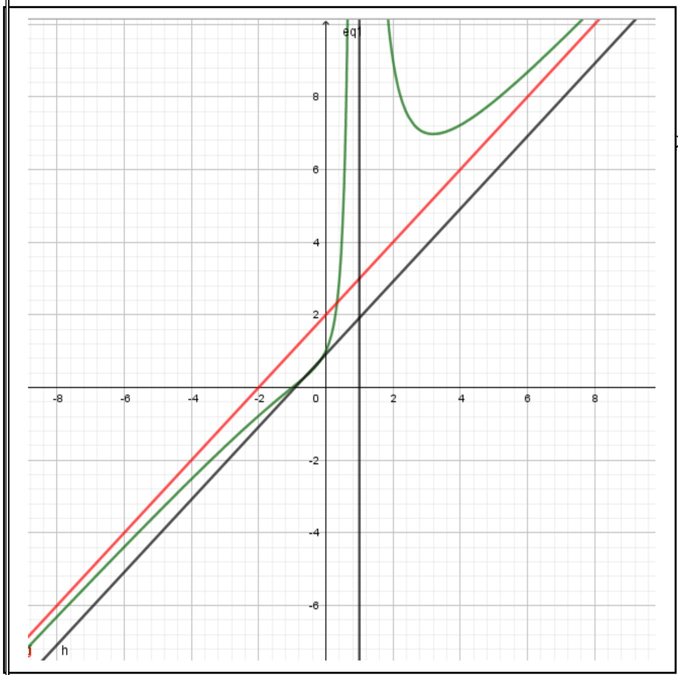
5) نحل المعادلة $f'(x)=1$ أي $\frac{(x-1)g(x)}{(x-1)^4}=1$ ومنه $\frac{g(x)}{(x-1)^3}=1$ اذن $g(x)=(x-1)^3$ وبالتلي $3x=-1$

ومنه الحل هو $x=-\frac{1}{3}$ اذن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازي للمستقيم (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x=-\frac{1}{3}$ معادلته

$y=x+\frac{11}{12}$.

6) $f(0)=1$ و $f(-1)=0$

7) المناقشة البيانية



- اذاكان $m=\frac{11}{12}$ فان المعادلة تقبل حلا واحدا سالب هو $=-\frac{1}{3}$
- اذاكان $m=2$ فان المعادلة تقبل حلا واحدا موجب هو $x=\frac{1}{3}$
- اذا كان $m<\frac{11}{12}$ فان المعادلة لا تقبل حلولا
- اذا كان $\frac{11}{12}<m<2$ المعادلة تقبل حلان احدهما بموجب والاخر سالب
- اذا كان $2<m$ المعادلة تقبل حلان موجبان

التمرين الثالث

I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+(x-1)e^x$

1) $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$ (لحساب النهاية عند $-\infty$ نستعمل خاصية التزايد المقارن $\lim_{x\to-\infty} xe^x=0$)

2) $g'(x)=e^x+(x-1)e^x=xe^x$ اذن اشارة $g'(x)$ من اشارة x ومنه الدالة g متزايدة على $[0;+\infty[$ ومتناقصة على $]-\infty;0]$

x	0	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	1	$g(x)=0$	$+\infty$

3) $g(x)=0$ الدالة g تقبل قيمة حدية صغري على $\mathbb{R}$ هي 0 اذن من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان $g(x)\geq 0$

II) نعتبر الدالة f على $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=x+(x-2)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) باستعمال خاصية التزايد المقارن $\lim_{x\to-\infty} xe^x=0$ نجد $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2) أ) $f'(x)=1+e^x+(x-2)e^x=1+xe^x-e^x=1+(x-1)e^x=g(x)$

-ب) بما ان $f'(x)=g(x)$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ ولدينا في السؤال 3 من الجزء الاول ان من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان $g(x)\ge 0$ اذن $f(x)\ge 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;2]$.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ 2
$f'(x)$	+
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $g(2)$

3) $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to-\infty}\left[(x-2)e^x\right]=0$ ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

4) $f''(x)=g'(x)=xe^x$ ومنه $f''(x)=0$ أي $xe^x=0$ وبالتالي $x=0$ اذن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\omega(0;-2)$.

5) $f(1)=1-e$ و $f'(1)=1$ معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي $y=1(x-1)+1-e$ أي $y=x-e$.

6) لدينا $f(1.7)=0.057$ و $f(1.6)=-0.381$

بما ان الدالة f مستمرة ورتيبة على $]-\infty;2]$ و $f(1.7)\times f(1.6)<0$ فان حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $1.6<\alpha<1.7$