

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية الوطنية لولاية سكيكدة

وزارة التربية الوطنية

السنة الدراسية : 2019 – 2020

ثانوية: بودبزة عبد السلام

دورة : 02 ديسمبر 2019

امتحان الثلاثي الأول

الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 03 سا

اختبار في مادة: الرياضيات

### التمرين الأول: (04 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل حالة مما يلي :

الإجابة ( أ )	الإجابة ( ب )	الإجابة ( ج )	
$-e^{-1}$	$e$	1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(-x+e)-1}{x} =$
$y = 3e^{\frac{3}{2}x} - 2$	$y = \frac{5}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}$	$y = e^{2x} + 3$	الحل الخاص $f$ للمعادلة التفاضلية : $-y' + 2y + 3 = 0$ و $f(0) = 1$
$s = ]-\infty ; \frac{5}{3} - \frac{e^2}{2} [$	$s = \left[ \frac{5}{3} - \frac{e^2}{2} ; +\infty [$	$s = \left[ \frac{5}{3} - \frac{e^2}{3} ; \frac{5}{3} [$	حلول المتراجحة : $\ln(-3x+5) \leq 2$
$-\infty$	$+\infty$	0	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} (x^2 + 1 - 2 \ln x)$

### التمرين الثاني: (07 نقاط)

$f$  دالة معرفة بمنحنها البياني  $(C_f)$  الذي يشمل النقطة  $A(1; 3-e)$  ، مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $B(0; 1)$  كما مبين في الشكل المقابل :  
بقراءة بيانية :

(1) عين :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) عين :  $f(0)$  ،  $f'(0)$  ،  $f'(1)$  ،  $f''(0)$

(3) احسب :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)+1}{x}$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3+e}{x-1}$

(4) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(5) اكتب معادلة المماس  $(T)$  عند النقطة  $B$

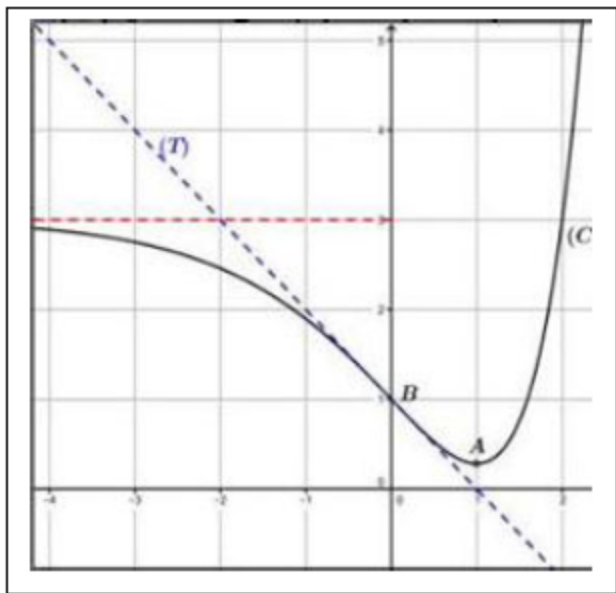
(6)  $m$  وسيط حقيقي . ناقش بيانيا حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = f(m-1)$

(7) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = f(2-|x|) + 1$

(أ) بين أن  $g$  زوجية .

(ب) اعتمادا على  $(C_f)$  ارسم  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  في معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

يتبع ...



## التمرين الثالث : ( 09 نقاط )

1. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2 \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  .

(2) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$  .

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1) \ln(x)$  .

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس . ( $O; \vec{i}; \vec{j}$ )

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسّر النتيجة بيانياً .

(2) أ) بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$  و من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = g(x)$  .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها .

(4) أ) عين معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

(5) احسب  $f(4)$  ثم ارسم ( $T$ ) و ( $C_f$ ) .

(6) حل بيانياً المتراجحة :  $(x+1) \ln x \geq 2x - 2$  .

(7) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  بـ :  $h(x) = f(x^2 e^x)$  .

أ) إعتقاداً على تغيرات  $f$  ادرس اتجاه تغير  $h$  .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $h$  .

انتهى -

## التصحيح النموذجي

ن				التمارين
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} (x^2 + 1 - 2 \ln x)$	$\ln(-3x + 5) \leq 2$	$-y' + 2y + 3 = 0$ $f(0) = 1$ و	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(-x + e) - 1}{x} =$
1	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{e^x} + \frac{1}{e^x} - \frac{2 \frac{\ln x}{x}}{\frac{e^x}{x}} \right) = 0$	$D = ]-\infty; \frac{5}{3}[$ و	$y = \frac{5}{2} e^{2x} - \frac{3}{2}$	باستعمال العدد المشتق $-e^{-1}$
1		$S = \left[ \frac{5}{3} - \frac{e^2}{2}; \frac{5}{3} \right]$		ت01 ن4

1	<p>(6) المناقشة البيانية : <math>f(m-1) = 3 - e</math>  <math>f(m-1) \in [e-1; +\infty[</math>          اذا كان <math>m = 2</math> أي : <math>f(m-1) = 3 - e</math>          للمعادلة حل مضاعف .          (2) <math>f(m-1) \in ]e-1; 3[</math> أي :  <math>m \in ]-\infty; 2[ \cup ]2; 3[</math> للمعادلة حلين .          * <math>f(m-1) \in [3; +\infty[</math> أي :  <math>m \in [3; +\infty[</math> للمعادلة حل وحيد .          (7) <math>g(x) = f(- x )</math>          أ) زوجية :          ب) رسم :  <math>g(x) = f(2+x) + 1 ; x \leq 0</math>          • لما <math>x \leq 0</math> يكون <math>(C_g)</math> صورة <math>(C_f)</math>          بانسحاب شعاعه <math>\vec{v}(-2; 1)</math> .....          • ونتم رسم <math>(C_g)</math> لانه متناظر بالنسبة          لمحور الترتايب .....          • الرسم : <math>(C_g)</math> .....</p>	01 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 01	<p>(1) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math>          (2) ..... ، <math>f'(1) = 0</math> ، <math>f(0) = 1</math>  <math>f''(0) = 0</math> ، <math>f'(0) = \frac{1-3}{0-(-2)} = -1</math>          (3) ..... <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3 + e}{x - 1} = f'(1) = 0</math>          (4) ..... <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) + 1}{x} = f''(0) = 0</math>          (4) جدول تغيرات <math>f</math> :  <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>3</td> <td><math>3-e</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>         (5) معادلة المماس (T) : <math>y = -x + 1</math> .....</p>	$x$	$-\infty$	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	3	$3-e$	$+\infty$	ت02 ن7
$x$	$-\infty$	1	$+\infty$													
$f'(x)$	-	0	+													
$f(x)$	3	$3-e$	$+\infty$													

0.75	<p>1. (1) تغيرات <math>g</math> :  <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2-x+2x \ln x}{x} = +\infty</math>          .....  <math>g'(x) = \frac{-2}{x^2} + \frac{2}{x} = \frac{2x-2}{x}</math>          ..... ، <math>x = 1</math> ينعدم عند          جدول تغيرات الدالة <math>g</math> :  <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>         (2) إشارة <math>g(x)</math> : 1 قيمة حدية صغرى لـ <math>g</math>          أي : من اجل كل <math>x \in ]0; +\infty[</math> : <math>g(x) &gt; 0</math></p>	$x$	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$	0.5 0.5 0.5 0.5	ت03 ن9
$x$	$-\infty$	1	$+\infty$												
$g'(x)$	-	0	+												
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$												

.. الدالة :  $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln(x)$

0.5 .....  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ \frac{3}{x} - 3 + 2 \frac{(x+1)}{x} \ln(x) \right] = +\infty$  (أ) (1)

0.25 ..... ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  (ب)

0.25 ..... التفسير : المنحني  $(C_f)$  يقبل المستقيم ذي المعادلة  $x=0$  مقارب عمودي

0.75 ..... (أ)  $f$  قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$  :

0.5 ..... ويكون لدينا :  $f'(x) = -3 + 2 \left[ \ln x + \frac{x+1}{x} \right] = -3 + \frac{2x \ln x + 2x + 2}{x} = -1 + \frac{2}{x} + 2 \ln x = g(x)$

0.25 ..... (ب) اتجاه تغير  $f$  :  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  لان :  $f'(x) = g(x) > 0$

جدول تغيرات  $f$  :

$x$	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0.25 ..... (3) نقطة الانعطاف :  $f''(x) = g'(x)$  أي أن النقطة  $I(1; 0)$  نقطة انعطاف للمنحني  $(C_f)$  .....

0.75 ..... (4) معادلة المماس ل  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 1 :  $(T) : y = x - 1$  .....

0.25 ..... (5) الرسم :  $f(4) = -9 + 10 \ln(4) \approx 4.86$  .....

0.5

(6) الحل البياني للمراجعة :

$$(x+1)\ln x \geq 2x - 2$$

$$2(x+1)\ln x \geq 4x - 4 \text{ : أي}$$

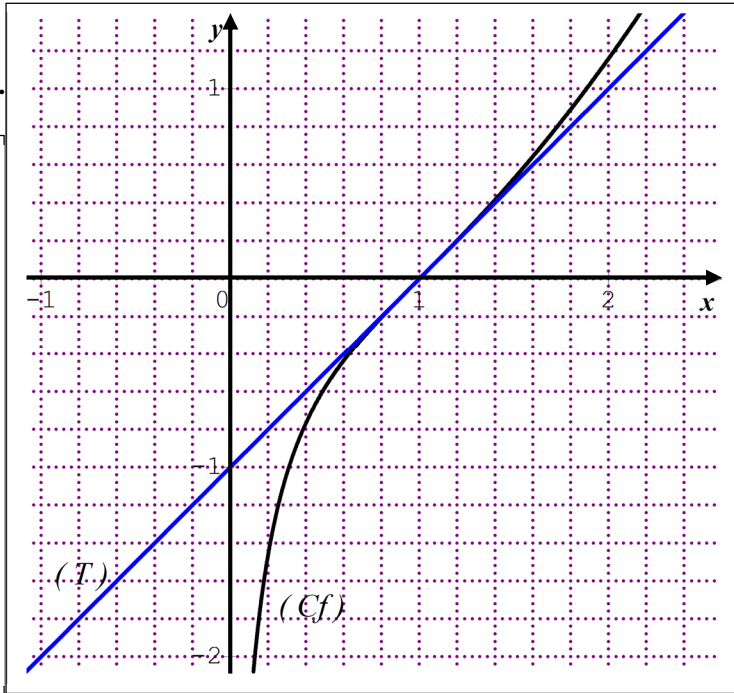
$$3 - 3x + 2(x+1)\ln x \geq x - 1 \text{ : أي}$$

$$f(x) \geq x - 1 \text{ : أي}$$

أي :  $(C_f)$  فوق المماس  $(T)$

أي :  $x \in [1; +\infty[$

الحلول :  $s = [1; +\infty[$



0.5

(7) أ) تغيرات الدالة :  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ :  $h(x) = f(x^2 e^x)$

.....  $f'(x^2 e^x) > 0$  لان :  $x^2 + 2x$  إشارة من إشارة  $h'(x) = (x^2 + 2x) \cdot f'(x^2 e^x)$  ;  $x \neq 0$

0.5

0.5

إشارة  $h'(x)$  :

$x$	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-	+
$h(x)$	$-\infty$	$4e^{-2}$	$-\infty$	$+\infty$

$x$	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-	+

0.5