

ملاحظة

كما تُمنح نُقطة واحدة على تنظيم ورقة الإجابة

السؤال النظري: (نقطة واحدة)

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية حدودها موجبة تماما، (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = \log(u_n)$.
كما بين أنه إذا كانت (u_n) هندسية فإن (v_n) حسابية.

التمرين الأول: (03 نقاط): أجب بـ: صحيح أو خطأ مع التبرير.

(1) من أجل كل عدد حقيقي x من $+\infty[0$ لدينا: $e^{1-\ln(x)} = 1 - \ln(x)$.

(2) المعادلة $(3n-2)! - 1 = 0$ تقبل في \mathbb{N} حلين متمايزين.

(3) مجموعة الحلول في \mathbb{R} للمتراحة: $\ln(8-x^2) \geq \ln 2 + \ln|x|$ هي: $[-2; 2] - \{0\}$.

التمرين الثاني: (08 نقاط):

I- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{23}{27}$.

(1) أحسب u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) بين أنه إذا كانت (u_n) متقاربة فإن نهايتها $l = \frac{23}{18}$.

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{23}{18}$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(5) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{13}{18} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{23}{18}$.

II- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = u_n - \frac{23}{18}$.

(1- أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج) برر تقارب المتتالية (u_n) .

د) بين أن: $\ln(v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n) = (n+1) \left(\ln \frac{13}{18} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{1}{3}\right) \right)$.

III- (w_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $w_n = 1.277\dots 7$. (عدد من n رقم مساويا لـ 7، مثلا $w_3 = 1.2777$)

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي 1، $\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{90} \left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$.

- استنتج عبارة w_n بدلالة n ثم بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \frac{a}{b}$ ، حيث a و b عددان طبيعيين. و: $(a, b) \neq (1, 1)$.

(2) هل (u_n) و (w_n) متجاورتان؟ علل الإجابة.

الجزء الأول:

g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = \frac{x+1-e^x}{e^x}$.

- (1) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة الدالة g على \mathbb{R} .

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x + 2 + \frac{x+1}{e^x}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} ، $f'(x) > 0$. (يمكنك استعمال نفس الطريقة المتبعة في الجزء الأول).
- (2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (حساب النهايات عند أطراف مجال التعريف مطلوب)
- (3) بين أن C_f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$. يُطلب تعيين معادلة له.
- كح أدرس الوضع النسبي بين C_f و Δ .
- (4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[-2; -1]$.
- أكمل الجدول أدناه ثم استنتج أحسن حصرًا للعدد α سعته 10^{-1} .

$x =$	-2	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2	-1.1	-1
$f(x) =$	-7.39	-5.92	-4.64	-3.53	-2.57	-1.74	-1.02	1

(5) عين قيمة العدد الحقيقي β حتى يكون $T: y = x + \beta$ مماساً لـ C_f في نقطة يُطلب تعيين فاصلتها.

(6) بين أن: $g(x) = f(x) - x - 3$ ثم استنتج الوضع النسبي بين C_f و T .

(7) أنشئ المستقيم Δ و المماس T و C_f في المعلم السابق ذكره.

• m وسيط حقيقي،

كح استنتج-بيانياً- أن المعادلة $f(x) = x + e^{m^2+2m+\ln(3)}$ لا تقبل حلولاً في \mathbb{R} معناه: $m \in]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$.

الجزء الثالث:

h الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = f(3x-1)$ (عبارة الدالة h غير مطلوبة).

كح عين بدلالة a حلول المعادلة: $h'(x) \times h(x) = 0$ في \mathbb{R} . ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانياً.

ولم أجبر الإنسان إلا ابن سعيه .. فمن كان أسعى كان بالمجر أجراً

وبالهمة العلياء يرتقى إلى العلا .. فمن كان أرقى همة كان أظهوراً

ولم يتأخر من يريد تقرأ .. ولم يتقدم من يريد تأخر