

إختبار الموسم الاول في مادة الرياضيات

التمرين الاول (05 نقاط)

نعتبر الدالة m المعرفة على $[0; +\infty[$ التي ترفق بالعدد t ، العدد $m(t)$ حيث $m(t)$ هي كتلة الملح بالغرام المحتواة في محلول ملحي (ماء+ملح) عند اللحظة t بالدقائق
نقبل أن الدالة m هي حل للمعادلة التفاضلية (E)..... $5y' + y = 0$ و أن الشرط الابتدائي هو $m(0) = 300$.
1.أ- حل المعادلة (E).

ب- بين أنه من أجل كل $t \in [0; +\infty[$ ، $m(t) = 300 e^{-\frac{t}{5}}$

2. عين العدد t_0 حيث $m(t_0) = 150$

3.نقبل أنه لا يمكن الكشف عن وجود الملح خلال اللحظة t إلا إذا كان $m(t) \leq 10^{-2}$.
ابتداء من أية لحظة يكون ممكنا الكشف عن وجود الملح؟

التمرين الثاني (09 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = x^2 + 3x - 2e^x$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

الجزء الأول:

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty, -\infty$ علما: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$

2. احسب $f'(x)$

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f' وشكل جدول تغيراتها على \mathbb{R} (لا يطلب حساب النهايات)

4. بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين α, β حيث $\alpha \in [0, 8; 0, 9]$ و $\beta \in [-1, 2; -1, 1]$

5. استنتج إشارة الدالة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R}

6. بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + \alpha - 3$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$

7. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

الجزء الثاني:

الهدف من هذا الجزء هو دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = x^2 + 2x + 2 - 2e^x$

1. احسب $g'(x), g''(x)$

2. بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g'(x) \leq 0$

3. شكل جدول تغيرات الدالة g

4. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة الدالة g على \mathbb{R}

5. استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

ارسم (C_f) ، (T) تعطى $-2,8 \leq f(\beta) \leq -2,7$

التمرين الثالث (06 نقاط)

1) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [0; 1]$ كما يلي: $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) كما هو مبين في الشكل في الوثيقة المرفقة

أ) بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة f على المجال I

ب) بيّن أنه إذا كان $x \in I$ فإن $f(x) \in I$

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$.

أ) ممثّل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، دون حسابها على حامل محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى (C_f)

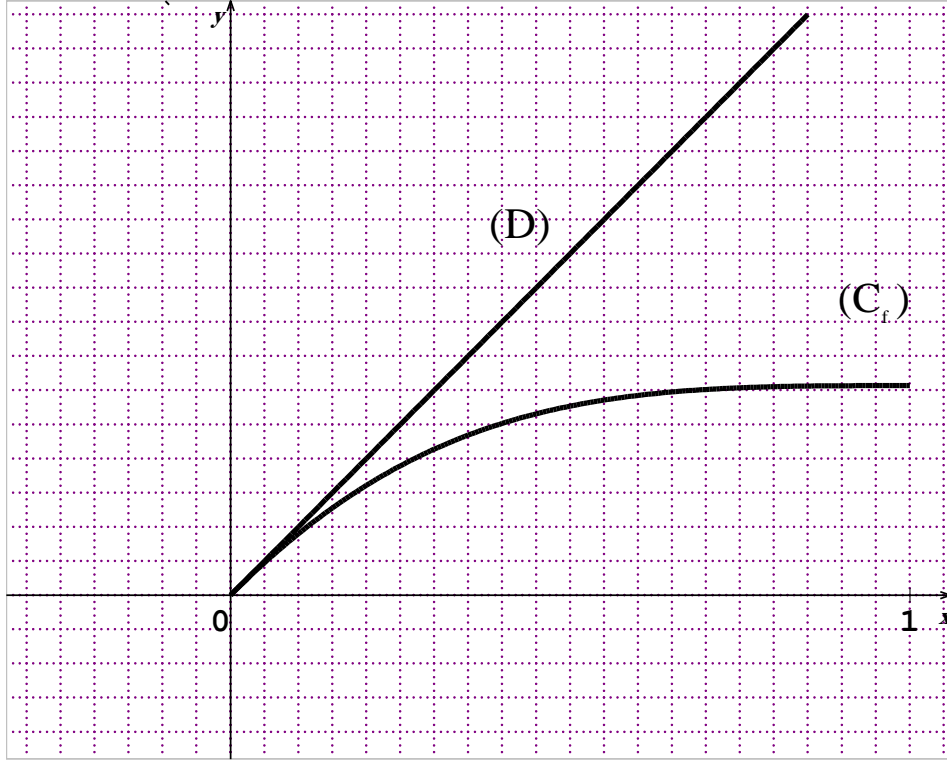
والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ (أبرز خطوط الرسم)

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير (U_n) وتقاربها انطلاقاً من التمثيل السابق.

ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n \in I$

د) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) واستنتج أنّ (U_n) متقاربة، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$

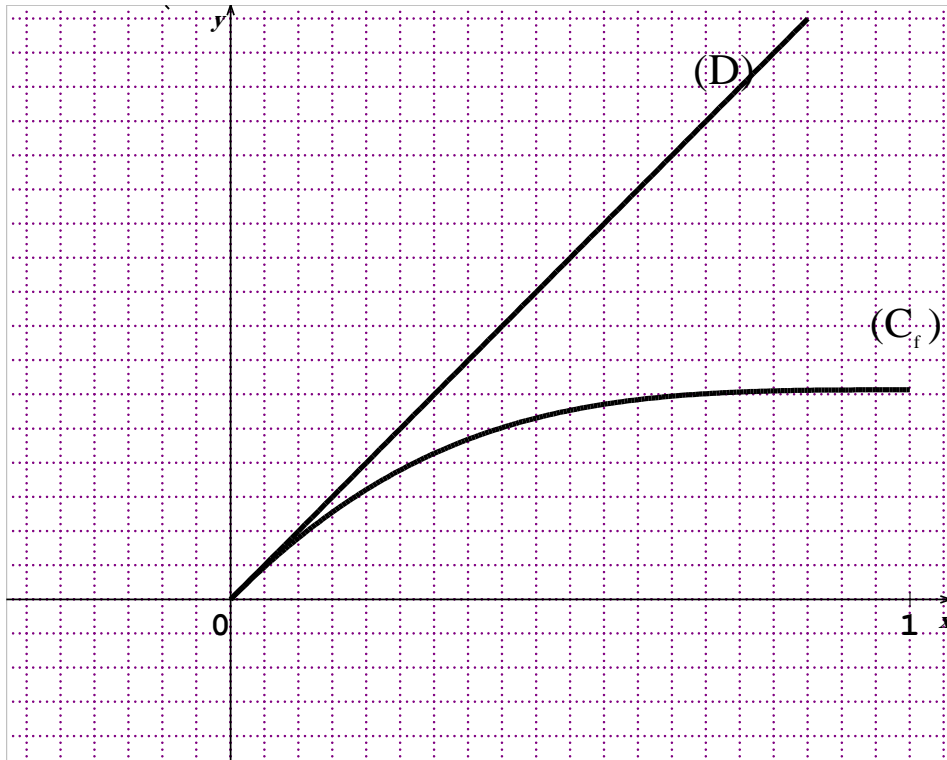
الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الثالث



ملاحظة: مثل الحدود U_2 ، U_1 ، U_0 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

.....

الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الثالث



ملاحظة: مثل الحدود U_2 ، U_1 ، U_0 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

